

上海市杨浦区 2024-2025 学年七年级下学期期末数学模拟练习试题

考试范围：一元一次不等式、相交线与平行线、三角形全等、等腰三角形

题号	一	二	三	总分
得分				

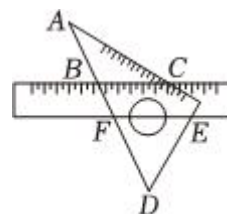
注意事项:

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
- 3.考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.如图所示，将一块直角三角板摆放在直尺上，则 $\angle ACB$ 与 $\angle FED$ 的关系是()

- A. 同位角
- B. 同旁内角
- C. 互余
- D. 互补

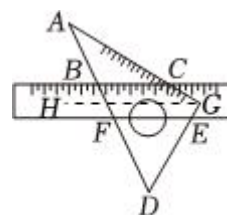


【答案】C

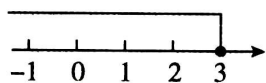
【解析】解：如图，过点G作 $GH \parallel EF$,

$\because BC \parallel EF$,
 $\therefore EF \parallel GH \parallel BC$,
 $\therefore \angle ACB = \angle AGH$, $\angle DEF = \angle DGH$,
 $\because \angle DGH + \angle AGH = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACB + \angle DEF = 90^\circ$
 $\therefore \angle ACB$ 与 $\angle FED$ 互余,

故选：C.



2.关于 x 的一元一次不等式 $x - 1 \leq m$ 的解集在数轴上的表示如图所示，则 m 的值为 ()



- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

【答案】B

【解析】解：移项，可得： $x \leq m + 1$,

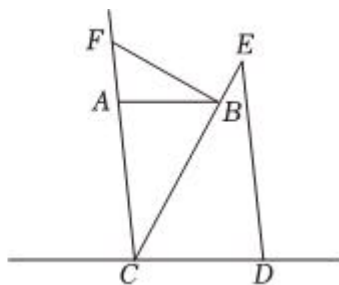
根据图示，不等式的解集是 $x \leq 3$,

$$\therefore m + 1 = 3,$$

解得 $m = 2$.

故选：B.

3. 仰卧起坐是增加躯干肌肉力量和伸张性的一种运动，能够很好地锻炼腹部的肌肉. 小美同学正在做仰卧起坐运动，如图， $AB \parallel CD$ ， $AC \parallel DE$ ， $\angle FAB = 98^\circ$ ， $\angle E = 41^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 的度数为()



A. 41°

B. 47°

C. 51°

D. 57°

【答案】D

【解析】解： $\because AB \parallel CD$ ， $AC \parallel DE$ ，

$$\therefore \angle DCF = \angle FAB = 98^\circ, \angle ACE = \angle E = 41^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DCF - \angle ACE = 98^\circ - 41^\circ = 57^\circ,$$

所以 $\angle DCE$ 的度数为 57° ,

故选：D.

4. 如图，直线AB与直线CD相交于点O，点E是 $\angle AOD$ 内一点，已知 $OE \perp AB$ ， $\angle COE = 135^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数是()

A. 35°

B. 45°

C. 50°

D. 55°

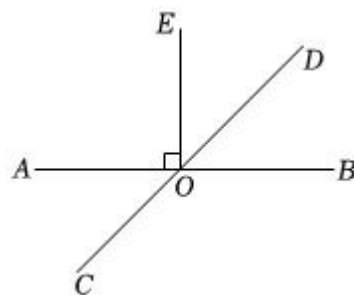
【答案】B

【解析】解： $\because \angle COE = 135^\circ$,

$$\therefore \angle DOE = 180^\circ - \angle COE = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

$$\because OE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$



$$\therefore \angle BOD = \angle BOE - \angle DOE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

故选: B.

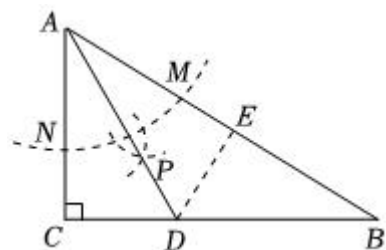
5.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 以点A为圆心, 适当长为半径画弧分别交AB, AC于点M和点N, 再分别以点M, N为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点P, 连接AP并延长交BC于点D.

若 $\triangle ACD$ 的面积为 8, 则 $\triangle ABD$ 的面积是()

- A. 8 B. 16 C. 12 D. 24

【答案】B

【解析】解: 过点D作 $DE \perp AB$ 于点E,



由作图过程可知, AD平分 $\angle BAC$, $\therefore CD = ED$.

$$\therefore AD = AD,$$

$$\therefore Rt \triangle ACD \cong Rt \triangle AED (AAS), \therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ACD} = 8.$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ, \angle B = 30^\circ, \therefore \angle CAB = 60^\circ,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle EAD = 30^\circ, \therefore \angle EAD = \angle B, \therefore AD = BD,$$

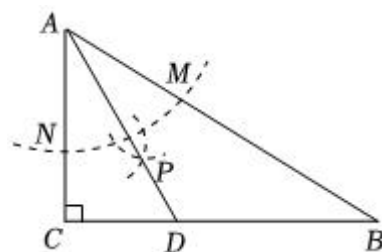
即 $\triangle ABD$ 为等腰三角形,

$$\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BDE} = 8,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积为 } S_{\triangle ADE} + S_{\triangle BDE} = 16. \text{ 故选: } B$$

6.下列说法正确的是()

- A. 直线外一点到该直线的垂线段, 是这个点到该直线的距离
B. 三角形三条高至少有一条在三角形的内部
C. 垂直于同一条直线的两条直线平行
D. 三角形的三条高必交于一点



【答案】B

【解析】解：根据点到直线的距离、平行线的判定，三角形的高逐个判断可得：

A、直线外一点到该直线的垂线段的长度，是这个点到该直线的距离；则原说法错误；

B、三角形三条高至少有一条在三角形的内部；则原说法正确；

C、在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行；则原说法错误；

D、三角形的三条高所在的直线必交于一点；则原说法错误。

故选：B。

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分。

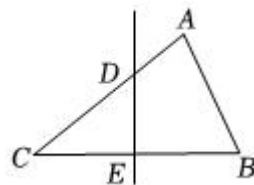
7. 如果三角形的三边长分别为 3, 4, $1 - 2a$ ，那么 a 的取值范围是_____。

【答案】 $-3 < a < 0$

【解析】解：由题意有 $4 - 3 < 1 - 2a < 4 + 3$ ，解得 $-3 < a < 0$ 。

故答案为： $-3 < a < 0$ 。

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 38^\circ$ ，边 BC 的垂直平分线分别与 AC 、 BC 交于点 D 、 E ， $AB = CD$ ，那么 $\angle A =$ _____°。



【答案】76

【解析】解：如图，连接 DB ，

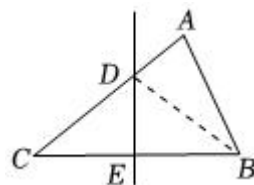
$\because DE$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore DB = DC$ ， $\therefore \angle DBC = \angle C = 38^\circ$ ，

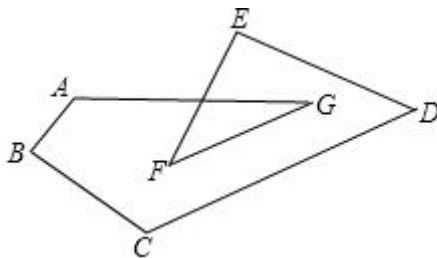
$\therefore \angle BDA = \angle C + \angle DBC = 38^\circ + 38^\circ = 76^\circ$ ，

$\because AB = CD$ ， $DB = DC$ ， $\therefore AB = DB$ ，

$\therefore \angle A = \angle BDA = 76^\circ$ ，故答案为：76。



9. 如图，则 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$ _____。



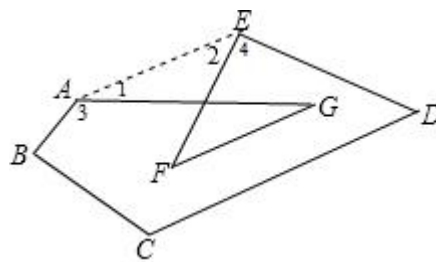
【答案】 540°

【解析】 解：连接 AE ，

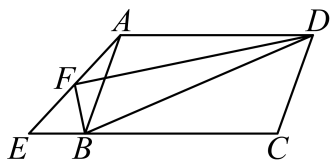
则 $\angle 1 + \angle 2 = \angle F + \angle G$ ，

$$\therefore \angle 3 + \angle B + \angle C + \angle D + \angle 4 + \angle F + \angle G = \angle 3 + \angle B + \angle C + \angle D + \angle 4 + \angle 1 + \angle 2 = 540^\circ,$$

故答案为： 540° .



10.如图， E 、 B 、 C 三点在一条直线上， $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ， 点 F 是 AE 的中点， 如果 $BD = EC$ ， 那么 $\angle BFD =$ _____ 度.



【答案】 90

【解析】 解： 延长 DA 、 BF 相交于点 G ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle G = \angle EBF$ ， $\angle GAF = \angle E$ ，

$\because$ 点 F 是 AE 的中点，

$\therefore AF = EF$ ，

在 $\triangle AGF$ 和 $\triangle EBF$ 中，

$$\begin{cases} \angle G = \angle EBF \\ \angle GAF = \angle E \\ AF = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AGF \cong \triangle EBF$ (AAS)，

$\therefore AG = EB$ ， $GF = BF$ ，

$\because AD = BC$ ，

$\therefore AD + AG = BC + EB$ ， 即 $DG = EC$ ，

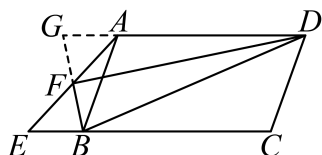
$\because BD = EC$ ，

$\therefore BD = DG$ ，

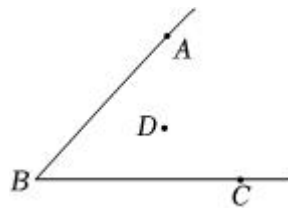
$\therefore DF \perp BG$ ，

$\therefore \angle BFD = 90^\circ$ ，

故答案为： 90 .



11.如图，点 D 在 $\angle ABC$ 的内部，以点 D 为顶点作 $\angle EDF$ ，使 $\angle EDF$ 和 $\angle ABC$ 的两边分平行，若 $\angle ABC = 45^\circ$ ，则 $\angle EDF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

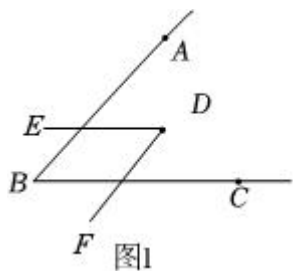


【答案】 45 或 135

【解析】解：如图 1 所示，由条件可知 $\angle DFC = \angle ABC = 45^\circ$ ，

$\because DE \parallel BC$ ，

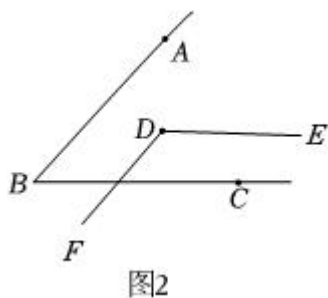
$\therefore \angle EDF = \angle DFC = 45^\circ$ ；



如图 2 所示，由条件可知 $\angle DFC = \angle ABC = 45^\circ$ ，

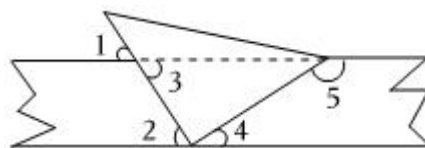
$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle DFC = 135^\circ$ ；



综上所述， $\angle EDF$ 的度数为 45° 或 135° ，

12.将一直角三角尺与纸条按如图方式放置，下列条件：① $\angle 1 = \angle 3$ ；② $\angle 2 = \angle 3$ ；③ $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$ ；④ $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ ，其中能说明纸条上下两边平行的有_____。(填序号)



【答案】 ②③④

【解析】解：根据平行线的判定定理逐个判断，其中能说明纸条上下两边平行的如下：

$\angle 1 = \angle 3$ (对顶角相等)，不能判断纸条两边平行，故①错误；

$\because \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore$ 纸条两边平行 (内错角相等，两直线平行)，故②正确；

$\because \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$, $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

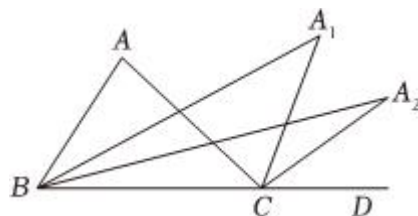
$\therefore$ 纸条两边平行 (同位角相等，两直线平行)，故③正确；

$\because \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$,

$\therefore$ 纸条两边平行 (同旁内角互补，两直线平行)，故④正确。

故答案为：②③④。

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，延长 BC 到 D ， $\angle ABC$ 、 $\angle ACD$ 的角平分线相交于点 A_1 点。 $\angle A_1BC$ 与 $\angle A_1CD$ 的外角平分线交于点 A_2 ， $\angle A_2BC$ 与 $\angle A_2CD$ 的外角平分线交于点 A_3 ，依次类推， $\angle A_{n-1}BC$ 与 $\angle A_{n-1}CD$ 的外角平分线交于点 A_n ，如果 $\angle A = m^\circ$ ，那 $\angle A_n =$



_____°. (用含 m 、 n 的表示).

【答案】 $\frac{m}{2^n}$

【解析】解： $\because \angle ABC$ 、 $\angle ACD$ 的角平分线相交于点 A_1 点。

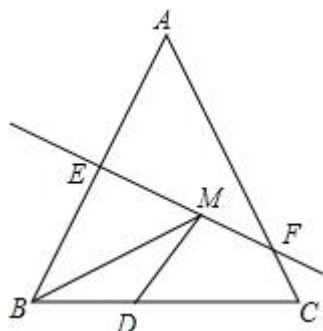
$$\therefore \angle A_1 = \angle A_1CD - \angle A_1BC = \frac{1}{2}\angle ACD - \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}(\angle ACD - \angle ABC) = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2}m,$$

$$\text{同理 } \angle A_2 = \frac{1}{2}\angle A_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}m = \frac{m}{2^2},$$

$$\angle A_3 = \frac{1}{2}\angle A_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}m = \frac{m}{2^3},$$

$$\dots\dots, \angle A_n = \frac{m}{2^n}, \text{ 故答案为: } \frac{m}{2^n}$$

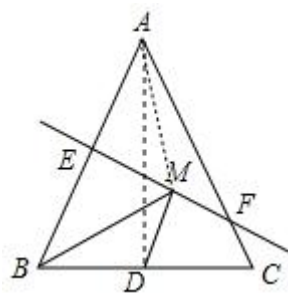
14.如图，等腰三角形 ABC 底边 BC 的长为 5cm ，面积是 12cm^2 ，腰 AB 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 F ，若 D 为 BC 边上的动点， M 为线段 EF 上一动点，则 $BM + DM$ 最小值为_____.



【答案】 4.8cm

【解析】

解：连接 AD ， AM ，



$\because EF$ 垂直平分 AB ,

$\therefore AM = BM$,

$\therefore BM + DM = AM + DM$,

$\therefore$ 当点 A ，点 M ，点 D 共线且 $AD \perp BC$ 时， $AM + DM$ 有最小值，即 $BM + DM$ 有最小值为 AD 的长，

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 5 \times AD = 12$,

$\therefore AD = 4.8\text{cm}$,

故答案为： 4.8cm .

15.在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 50^\circ$ ，点 D 是边 BC 上一点，将 $\triangle ACD$ 沿直线 AD 翻折，使点 C 落在直线 AB 上的点 E 处，如果 $\triangle BED$ 是直角三角形，那么 $\angle ACB =$ _____°.

【答案】 40 或 90 或 110

【解析】解：如图中，当 $\angle EBD = 90^\circ$ 时， $\angle C = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ ；

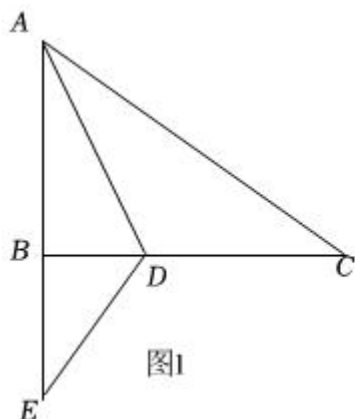


图1

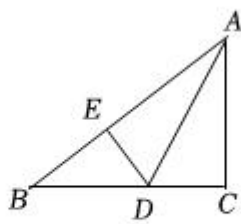


图2

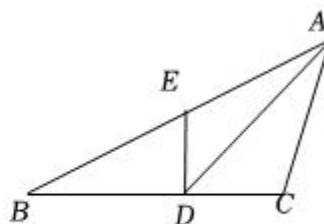


图3

如图 2 中，当 $\angle BED = 90^\circ$ 时， $\angle C = \angle AED = 90^\circ$ ；

如图 3 中，当 $\angle EDB = 90^\circ$ 时， $\angle ADE = \angle ADC = 45^\circ$ ， $\angle DAC = \angle DAE = 25^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - 45^\circ - 25^\circ = 110^\circ$ 。

综上所述， $\angle C$ 的度数为 40° 或 90° 或 110° 。

故答案为：40 或 90 或 110。

分三种情形分别画出图形求解。

本题考查直角三角形，三角形内角和定理，翻折变换，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题。

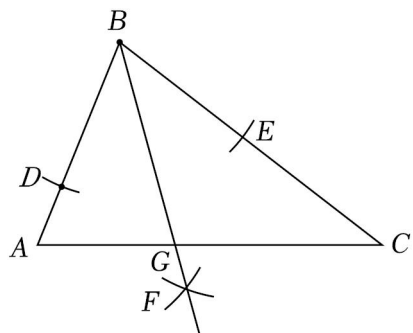
16.如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：

①以点B为圆心，任意长为半径作弧，分别交AB，BC于点D，E。

②分别以点D，E为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧交于点F。

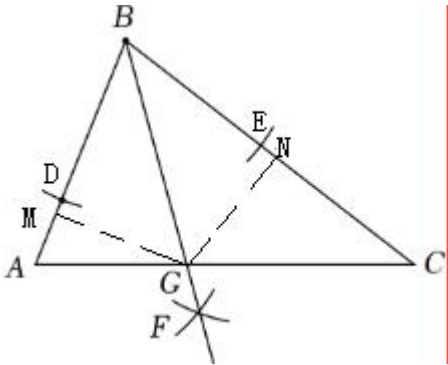
③作射线BF交AC于点G。

如果 $AB = 6$ ， $BC = 8$ ， $\triangle ABG$ 的面积为 12，则 $\triangle CBG$ 的面积为_____。



【答案】 16

【解析】解：如图，过点 G 作 $GM \perp AB$ 于点 M ， $GN \perp BC$ 于点 N ，则 $\angle BMG = \angle BNG = 90^\circ$ ，



根据作图过程可知： BG 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$$\therefore \angle MBG = \angle NBG,$$

$$\because BG = BG,$$

$$\therefore \triangle MBG \cong \triangle NBG (AAS),$$

$$\therefore MG = NG,$$

$$\because \triangle ABG \text{ 的面积为 } 12, AB = 6,$$

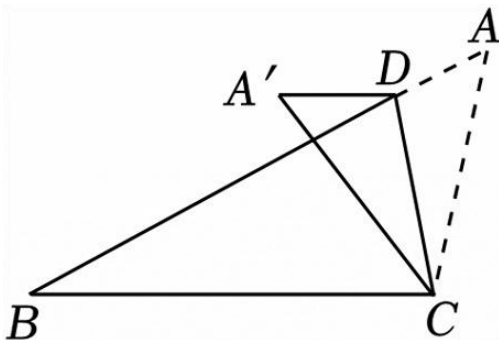
$$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times GM = 12,$$

$$\therefore GM = 4,$$

$$\therefore GN = 4,$$

$$\therefore \triangle CBG \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times BC \times GN = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16.$$

17.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 28^\circ$ ， D 是线段 AB 上一个动点，连接 CD ，把 $\triangle ACD$ 沿 CD 折叠，点 A 落在同一平面内的点 A' 处，当 $A'D$ 平行于 $\triangle ABC$ 的边时， $\angle ACD$ 的大小为_____.



【答案】 26° 或 65°

【解析】解： $\because \angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 28^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 102^\circ,$$

由折叠得 $\angle A' = \angle A = 50^\circ$ ，

如图 1, $A'D \parallel BC$, 则 $\angle A' = \angle A'CB = 50^\circ$,

$\because \angle ACD = \angle A'CD$, 且 $\angle ACD + \angle A'CD + \angle A'CB = \angle ACB = 102^\circ$,

$\therefore 2\angle ACD + 50^\circ = 102^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 26^\circ$;

如图 2, $A'D \parallel AC$, 则 $\angle A' + \angle ACA' = 180^\circ$,

$\therefore 50^\circ + \angle ACA' = 180^\circ$,

$\therefore \angle ACA' = 130^\circ$,

$\therefore 2\angle ACD = 130^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 65^\circ$;

$\because$ 点 D 在线段 AB 上,

$\therefore$ 不存在 $A'D \parallel AB$ 的情况,

综上所述, $\angle ACD$ 的度数为 26° 或 65° ,

故答案为: 26° 或 65° .

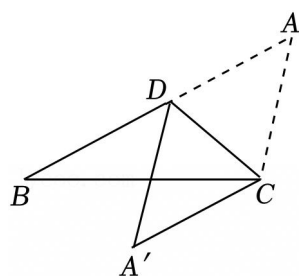


图2

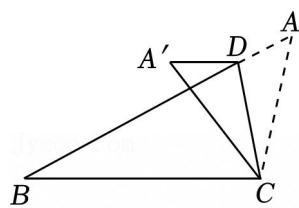
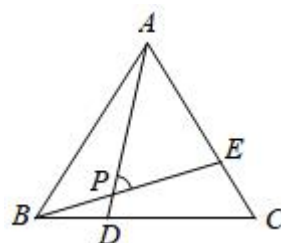


图1

18. 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 D, E 分别在边 BC, AC 上, 且 $BD = CE$,

AD 与 BE 相交于点 P , 则 $\angle APE$ 的度数为 ____.



【答案】 60°

【解析】解：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore AB = BC, \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ.$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABC = \angle ACB, \\ BD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE (SAS),$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DBE.$$

$$\therefore \angle APE = \angle ABP + \angle BAP,$$

$$\therefore \angle APE = \angle ABP + \angle DBE.$$

$$\text{即 } \angle APE = \angle ABD.$$

$$\therefore \angle APE = 60^\circ.$$

故答案为： 60° .

三、解答题：本题共 8 小题，共 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

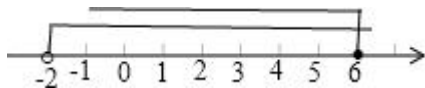
19.(本小题 6 分)解不等式组 $\begin{cases} x - 6 \leq 0 \\ \frac{1}{2}(x - 4) + 3 > 0 \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来，并写出所有的整数解.

【答案】解：∵解不等式 $x - 6 \leq 0$ 得： $x \leq 6$,

$$\text{解不等式 } \frac{1}{2}(x - 4) + 3 > 0 \text{ 得： } x > -2,$$

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } -2 < x \leq 6,$$

在数轴上表示不等式组的解集为：



所有整数解为： $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

20.(本小题 6 分)设 x 是实数，现在我们用 $\{x\}$ 表示不小于 x 的最小整数，如 $\{3.2\} = 4$, $\{-2.6\} = -2$, $\{4\} = 4$, $\{-5\} = -5$ 在此规定下任一实数都能写出如下形式： $x = \{x\} - b$ ，其中 $0 \leq b < 1$.

(1) $\{x\}$ 与 x , $x + 1$ 的大小关系是以下哪种情况：_____;

$$\textcircled{1} x \leq \{x\} \leq x + 1 \quad \textcircled{2} x \leq \{x\} < x + 1 \quad \textcircled{3} x < \{x\} \leq x + 1$$

(2)根据 (1) 中的关系式解决下列问题：

$$\textcircled{1} \text{求满足 } \{3x + 7\} = 4 \text{ 的 } x \text{ 的取值范围 } \underline{\hspace{2cm}};$$

②解方程: $\{3.5x - 2\} = 2x + \frac{1}{4}$

【答案】解: (1)①;

$\because \{x\}$ 表示不小于 x 的最小整数, 且 $x = \{x\} - b$, 其中 $0 \leq b < 1$,

$\therefore x \leq \{x\} < x + 1$,

(2)① $\because \{3x + 7\} = 4$,

$\therefore 3x + 7 \leq \{3x + 7\} < 3x + 7 + 1$,

$\therefore 3x + 7 \leq 4 < (3x + 7) + 1$,

解得: $-\frac{4}{3} < x \leq -1$,

$\therefore$ 满足 $\{3x + 7\} = 4$ 的 x 的取值范围为 $-\frac{4}{3} < x \leq -1$.

② $\{3.5x - 2\} = 2x + \frac{1}{4}$ 依题意得:

$3.5x - 2 \leq \{3.5x - 2\} < (3.5x - 2) + 1$, 且 $2x + \frac{1}{4}$ 为整数,

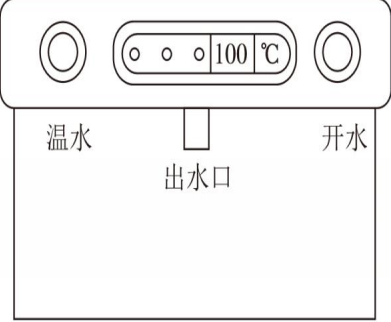
$\therefore 3.5x - 2 \leq 2x + \frac{1}{4} < (3.5x - 2) + 1$,

解得: $\frac{5}{6} < x \leq \frac{3}{2} \therefore 1\frac{11}{12} < 2x + \frac{1}{4} \leq 3\frac{1}{4}$

$\therefore$ 整数 $2x + \frac{1}{4}$ 为 2 或 3. $\therefore x = \frac{7}{8}$ 或 $x = 1\frac{3}{8}$

21.(本小题 6 分)根据以下素材, 请完成任务.

养成健康饮水的习惯	
素材 1: 健康饮水知识一	1.人体每天所需水分为 1500—2000 毫升. 如果等到渴了再喝水, 身体可能已经处于缺水状态. 建议大家应养成主动饮水的习惯, 把每天所需的水分安排在一天内喝完. 2.推荐喝温开水或茶水, 少喝或不喝含糖饮料, 不能用饮料代替白水. 3.饮水不足、过多均不利益身体健康, 缺水后可能会引起供血量减少, 血液粘性增加: 喝的过量也会增加心、肾的患病风险.
素材 2: 健康饮水知识二	科学证明, 健康饮水的适宜温度大约在 35°C ~ 40°C (两端可以取等). 喝水的时候要注意避免喝过冷或过热的水, 如果患者长期喝冷水, 可能会刺激胃肠道, 从而引起腹泻、腹痛等胃肠道不适症状. 如果喝过热的水, 容易造成食道口腔黏膜的损伤以及胃部损伤, 引起炎症反应, 出现溃疡等情况.

素材 3		小贴士：若接水过程中不计热量损失，温度热量可以用下列公式转化： 温水体积×温水温度+开水体 积×开水温度=混合后体积×混 合后温度
	如图，某校的饮水机有温水、开水两个按钮，温水和开水共用一个出水口。已知温水的温度为 30°C ，流速为 20ml/s ；开水的温度为 100°C ，流速 15ml/s 。	
问题解决		
任务一	小健同学先接了一会儿温水，又接了一会儿开水，得到一杯 280ml 温度为 35°C 的水(不计热量损失)，求小健同学分别接温水和开水的时间；	
任务二	如果小康同学先用水杯接了 3s 开水，为了身体的健康，小康同学至少要接多长时间温水才能达到饮用的适宜温度？	

【答案】解：任务一：设小健同学分别接温水和开水的时间分别为 $x\text{s}$ ， $y\text{s}$ ，

由愿意得：

$$\begin{cases} 20x + 15y = 280 \\ 30 \times 20x + 100 \times 15y = 280 \times 35 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 13 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases},$$

答：小健同学接温水的时间为 13s ，接开水的时间为 $\frac{4}{3}\text{s}$ ；

任务二：设小康同学接温水为 $t\text{s}$ ，

由题意得：

$$30 \times 20t + 100 \times 15 \times 3 \leq (45 + 20t) \times 40,$$

$$\text{解得} t \geq 13.5,$$

答：小康同学接温水的时间至少为 13.5s ，才能达到饮用的适宜温度。

22.(本小题 6 分)已知：如图，三角形 ABC 中， $AC \perp BC$ ， F 是边 AC 上的点，连接 BF ，作 $EF \parallel BC$ 且交 AB 于点 E 。过点 E 作 $DE \perp EF$ ，交 BF 于点 D 。

求证： $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$ 。

下面是证明过程, 请在横线上填上适当的推理结论或推理依据.

证明: $\because AC \perp BC$ (已知),

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ (_____).

$\because EF \parallel BC$ (已知),

$\therefore \angle AFE = \text{_____} = 90^\circ$ (_____)

$\because DE \perp EF$ (已知),

$\therefore \angle DEF = 90^\circ$ (_____).

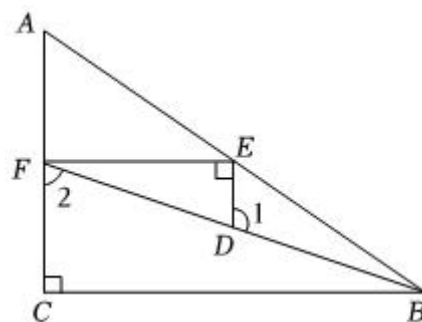
$\therefore \angle AFE = \angle DEF$ (等量代换).

$\therefore \text{_____} \parallel \text{_____}$ (_____).

$\therefore \angle 2 = \angle EDF$ (_____).

又 $\because \angle EDF + \angle 1 = 180^\circ$ (_____).

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (等量代换).



【答案】 证明: $\because AC \perp BC$ (已知),

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\because EF \parallel BC$ (已知),

$\therefore \angle AFE = \angle ACB = 90^\circ$ (两直线平行, 同位角相等),

$\because DE \perp EF$ (已知),

$\therefore \angle DEF = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\therefore \angle AFE = \angle DEF$ (等量代换),

$\therefore DE \parallel AC$ (内错角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle 2 = \angle EDF$ (两直线平行, 内错角相等),

$\because \angle EDF + \angle 1 = 180^\circ$ (邻补角互补),

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (等量代换).

23.(本小题 8 分)如图 1 为北斗七星的位置图, 如图 2 将北斗七星分别标为 A, B, C, D, E, F, G , 将 A, B, C, D, E, F 顺次首尾连接, 若 AF 恰好经过点 G , 且 B, G, C 在一条直线上, 若 $AF \parallel DE$, $\angle B = \angle C + 9^\circ$, $\angle D = \angle E = 105^\circ$.



图1

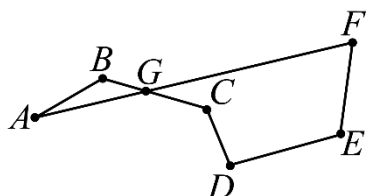


图2

(1)求 $\angle F$ 的度数.

(2)计算 $\angle B - \angle CGF$ 的度数是_____.

(3)连接 AD , 当 $\angle ADE$ 与 $\angle CGF$ 满足怎样数量关系时, $BC \parallel AD$.并说明理由,

【答案】 (1) 75°

解: $\because AF \parallel DE$,

$$\therefore \angle F + \angle E = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ;$$

(2) 114°

(3) $\angle ADE + \angle CGF = 180^\circ$, 理由见解析

解: 当 $\angle ADE + \angle CGF = 180^\circ$ 时, $BC \parallel AD$,

$$\because AF \parallel DE,$$

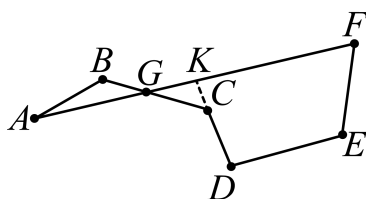
$$\therefore \angle GAD + \angle ADE = 180^\circ, \angle ADE + \angle CGF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle GAD = \angle CGF,$$

$$\therefore BC \parallel AD.$$

2. 延长 DC 交 AF 于 K , 进而解答即可;

解: 延长 DC 交 AF 于 K ,



$$\because AF \parallel DE,$$

$$\therefore \angle GKC = \angle D = 105^\circ,$$

$$\text{可得: } \angle B - \angle CGF = \angle DCG + 9^\circ - \angle CGF$$

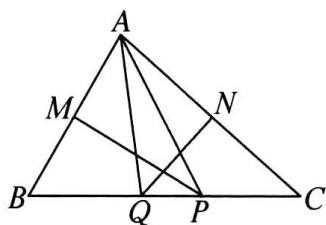
$$= \angle GKC + 9^\circ$$

$$= \angle D + 9^\circ$$

$$= 114^\circ;$$

故答案为: 114° ;

24.(本小题 8 分)在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线分别交线段 AB , BC 于点 M , P , AC 的垂直平分线分别交线段 AC , BC 于点 N , Q .



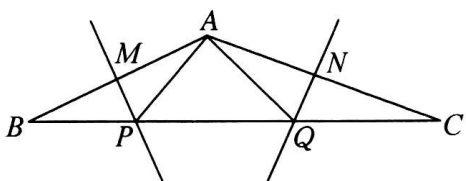
(1)如图, 当 $\angle BAC = 80^\circ$ 时, 求 $\angle PAQ$ 的度数.

(2)当 $\angle BAC$ 满足什么条件时, $AP \perp AQ$? 请说明理由.

(3)在(2)的条件下, 若 $BC = 10$, 求 $\triangle APQ$ 的周长.

【答案】(1)解: 因为 MP , NQ 分别是 AB , AC 的垂直平分线, 所以 $AP = BP$, $AQ = CQ$, 所以 $\angle BAP = \angle B$, $\angle CAQ = \angle C$. 因为 $\angle BAC = 80^\circ$, 所以 $\angle B + \angle C = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$. 所以 $\angle PAQ = \angle BAP + \angle CAQ - \angle BAC = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$.

(2)当 $\angle BAC = 135^\circ$ 时, $AP \perp AQ$. 理由如下: 如图, 因为 $AP \perp AQ$, 所以 $\angle PAQ = 90^\circ$. 由 (1), 得 $\angle BAP = \angle B$, $\angle CAQ = \angle C$. 又因为 $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC$, $\angle BAP + \angle CAQ = \angle BAC - 90^\circ$, 所以 $180^\circ - \angle BAC = \angle BAC - 90^\circ$, 所以 $\angle BAC = 135^\circ$.

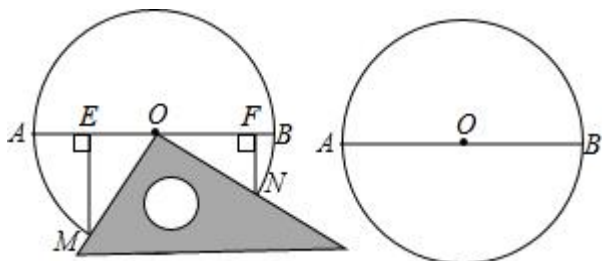


(3)因为 $\triangle APQ$ 的周长为 $AP + PQ + AQ = BP + PQ + CQ = BC$, $BC = 10$, 所以 $\triangle APQ$ 的周长为 10.

25.(本小题 8 分)已知, AB 是圆 O 的直径, 取一把直角三角尺, 按如图位置摆放, 其中直角顶点放在圆心 O 上, 两条直角边与圆 O 相交于点 M 和点 N , 作 $ME \perp AB$, 垂足为点 E , $NF \perp AB$, 垂足为点 F .

(1)试说明 $EF = ME + NF$ 的理由.

(2)如果将这把直角三角尺绕圆心 O 旋转(点 M , N 与点 A , B 都不重合), 那么 EF 与 ME , NF 之间的数量关系是否会发生变化? 如果发生变化, 请写出它们的数量关系; 如果不发生变化, 请说明理由.



【答案】(1)如图 1 所示,

∵三角尺的两条直角边分别与 $\odot O$ 交于 M 、 N 两点; 直角顶点在圆心 O 上,

$$\therefore OM = ON, \angle MPN = 90^\circ,$$

$$\therefore ME \perp AB, NF \perp AB,$$

$$\therefore \angle OEM = \angle OFN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \triangle MOE \cong \triangle NOF (HL),$$

$$\therefore ME = OF, NF = OE,$$

$$\therefore EF = OE + OF = NF + ME;$$

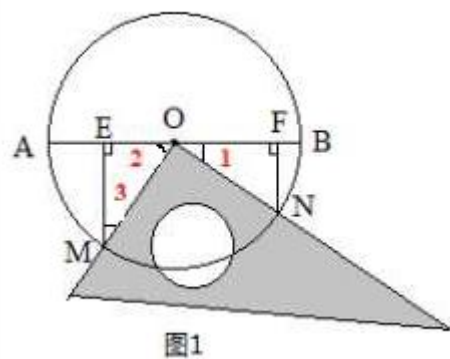


图1

(2) EF 与 ME 、 NF 的数量关系发生变化

当 E 、 F 在点 O 两侧时, 如图 1 所示, $EF = ME + NF$;

当 E 、 F 在点 O 同侧时, 同(1)可证 $\triangle MOE \cong \triangle NOF$,

$$\therefore ME = OF, NF = OE,$$

如图 2 所示, 当 $OF > OE$ 时, $EF = OF - OE = ME - NF$,

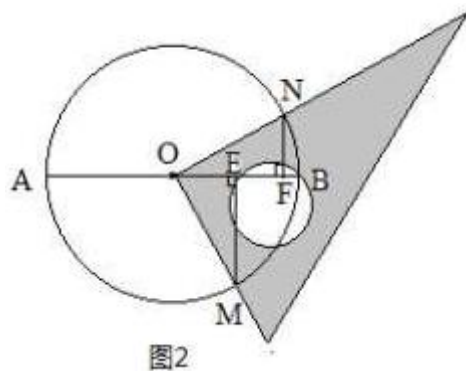


图2

如图 3 所示, 当 $OE > OF$ 时, $EF = OE - OF = NF - ME$.

26. (本小题 10 分) 在一副三角尺中 $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BPA = 45^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$.

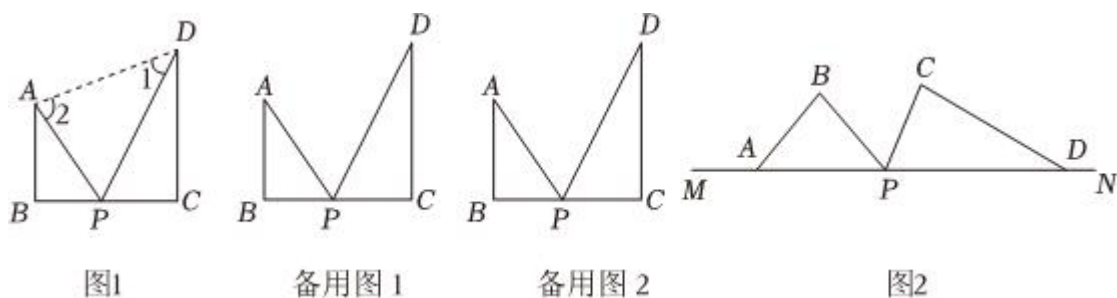
(1) 将一副三角尺按如图 1 所示方式摆放 (两条直角边在同一条直线上)

① 联结 AD . 测得 $\angle 1 = 45^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是多少?

② 将三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 3° 的速度逆时针旋转, 当三角尺 PCD 的边 PD 与射线 PB 重合时停止运动, 经历多久使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行?

(2) 若将这副三角尺按照如图 2 所示方式摆放 (两条斜边在同一条直线 MN 上), 三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 2° 的速度逆时针旋转, 同时三角尺 PAB 以每秒 3° 的速度顺时针旋转, 当三角尺 PAB 的边 PB 与射线 PN 重合时两块三角尺都停止运动. 运动_____秒, 使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行?

(只写答案)



【答案】 ① 60° ; ② 10 秒或 15 秒;

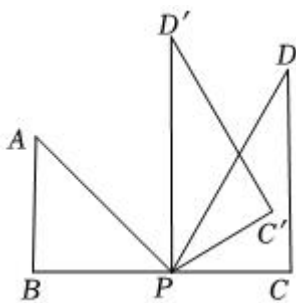
6 或 9 或 42 或 45.

【解析】 解: (1) ① $\angle BPA = 45^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$,

$$\therefore \angle APD = 180^\circ - \angle BPA - \angle CPD = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 - \angle APD = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ;$$

② 当 $PD \parallel AB$ 时,

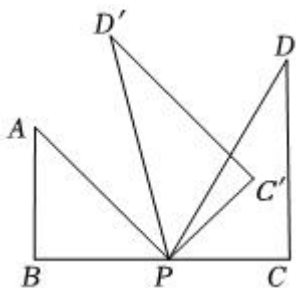


则 $\angle D'PC = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DPD' = \angle D'PC - \angle DPC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore t = 30 \div 3 = 10(\text{秒});$$

当 $D'C \parallel AP$ 时,



$$\because \angle C = 90^\circ, \angle CPD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle C - \angle CPD = 30^\circ,$$

$\because$ 旋转,

$$\therefore \angle D' = \angle D = 30^\circ,$$

$$\because D'C \parallel AP,$$

$$\therefore \angle APD' = \angle D' = 30^\circ,$$

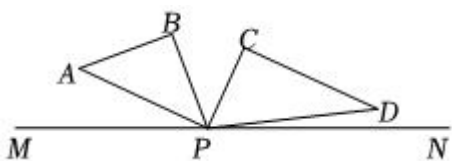
$$\therefore \angle DPD' = \angle APD - \angle APD' = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore t = 45 \div 3 = 15(\text{秒}),$$

综上所述: 当 10 秒或 15 秒时, 其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行;

(2) 设旋转时间为 t 秒, 由题意得, $\angle MPA = 3t$, $\angle NPD = 2t$,

① 当 $PA \parallel CD$ 时,



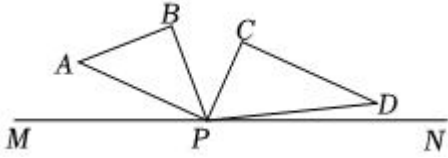
则 $\angle APC = \angle C = 90^\circ$,

$$\because \angle MPA + \angle APC + \angle DPC + \angle NPD = 180^\circ,$$

$$\therefore 3t + 90^\circ + 60^\circ + 2t = 180^\circ,$$

解得: $t = 6$;

②当 $AB \parallel PD$ 时,



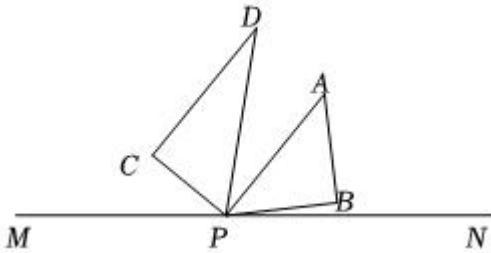
$$\therefore \angle BPD = \angle B = 90^\circ,$$

$$\because \angle MPA + \angle APB + \angle DPB + \angle NPD = 180^\circ,$$

$$\therefore 3t + 45^\circ + 90^\circ + 2t = 180^\circ,$$

解得: $t = 9$;

③当 $CD \parallel AP$ 时,



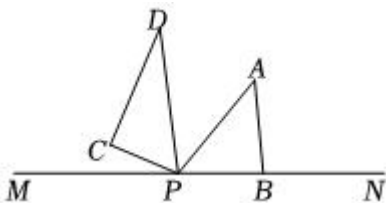
$$\text{则 } \angle APD = \angle D = 30^\circ,$$

$$\because \angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ,$$

$$\therefore 3t + 2t - 30^\circ = 180^\circ,$$

解得: $t = 42$;

④当 $AB \parallel PD$ 时,



$$\text{则 } \angle APD = \angle A,$$

$$\because \angle B = 90^\circ, \angle BPA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle BPA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ 3t + 2t - 45^\circ = 180^\circ,$$

解得: $t = 45$;

综上所述: 运动时间为 6 或 9 或 42 或 45 秒, 使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行.
故答案为: 6 或 9 或 42 或 45.