

民一中学 2024 学年第二学期期末考试七年级数学试题

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 已知 $a < b$, 那么下列不等式一定成立的是 ()

- A. $a + m > b + m$ B. $-a + 2 < -b + 2$ C. $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$ D. $ac < bc$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质, 解题关键是掌握不等式的性质: 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变; 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变. 根据不等式的基本性质, 逐项进行判断即可.

【详解】解: A、 $a + m < b + m$, 原不等式错误, 不符合题意;

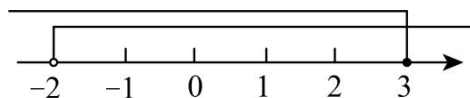
B、 $-a + 2 > -b + 2$, 原不等式错误, 不符合题意;

C、 $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$, 原不等式正确, 符合题意;

D、当 $c > 0$ 时, $ac < bc$, 原不等式错误, 不符合题意.

故选: C.

2. 如图表示某个不等式组的解集, 这个不等式组可以是 ()



- A. $\begin{cases} x < 3 \\ x \geq -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x < -2 \end{cases}$

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了解一元一次不等式组, 以及在数轴上表示不等式的解集, 熟练掌握不等式组的解法是

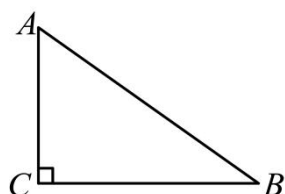
解本题的关键。观察数轴上表示的解集，判断即可。

【详解】解：根据数轴得： $-2 < x \leq 3$ ，

则这个不等式可以是 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases}$ 。

故选：B。

3. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 的度数为 $5x - 35$ ，则 x 的取值范围为（ ）



- A. $x > 7$ B. $7 < x < 11$ C. $7 < x < 25$ D. $11 < x < 23$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形的内角，解不等式组，根据题意得 $\begin{cases} \angle A > 0^\circ \\ \angle A < 90^\circ \end{cases}$ ，然后解不等式组

$\begin{cases} 5x - 35 > 0 \\ 5x - 35 < 90 \end{cases}$ 即可，熟练掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】解： $\because \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \begin{cases} \angle A > 0^\circ \\ \angle A < 90^\circ \end{cases},$$

$$\text{即} \begin{cases} 5x - 35 > 0 \\ 5x - 35 < 90 \end{cases},$$

解得： $7 < x < 25$

故选：C。

4. 一个圆柱体侧面展开是一个正方形，那么圆柱的高与底面直径的比是（ ）

- A. $2\pi:1$ B. $1:1$ C. $1:2\pi$ D. $\pi:1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查圆柱的侧面展开图以及圆的周长公式，解题的关键是熟练掌握圆柱的侧面展开图。

设这个圆柱的底面直径为 d ，根据圆柱的侧面展开图是正方形可知圆柱的底面周长等于高，再根据比的意义求解即可。

【详解】设这个圆柱的底面直径为 d ，则这个圆柱的底面周长为 πd ，

$\because$ 圆柱的侧面展开图是正方形，

$\therefore$ 圆柱的高为 πd ，

$\therefore \pi d : d = \pi : 1$ ，

故选：D.

5. 已知两个三角形有一个角及这个角的一条邻边对应相等，若再增加以下某个条件，则不能判断这两个三角形全等的是（ ）

A. 这条边上的高对应相等

B. 这条边上的中线对应相等

C. 这个角的角平分线对应相等

D. 这个角的另一条邻边对应相等

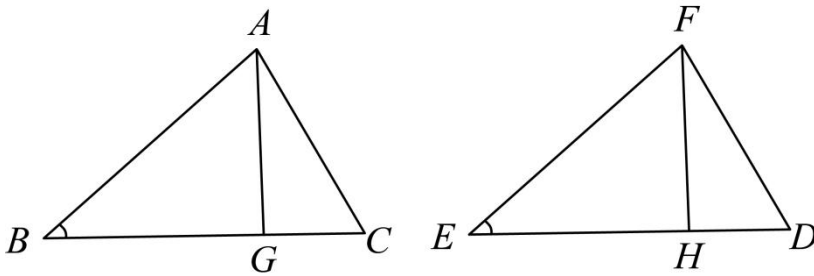
【答案】B

【解析】

【分析】根据各选项提供的条件，分别画出图形，结合全等三角形的判定与性质逐一分析即可.

【详解】解：如图，由题意得： $\angle B = \angle E$ ， $BC = ED$ ，

增加：高 $AG = FH$ ，



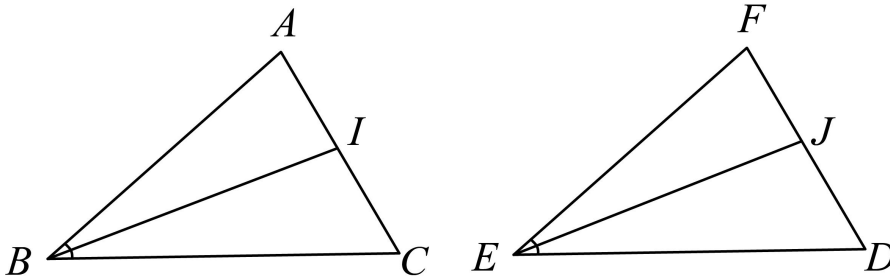
$\therefore \angle AGB = \angle FHE = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle FEH$ ，

$\therefore AB = FE$ ，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED$ ，故 A 不符合题意；

增加：角平分线 $BI = EJ$ ，



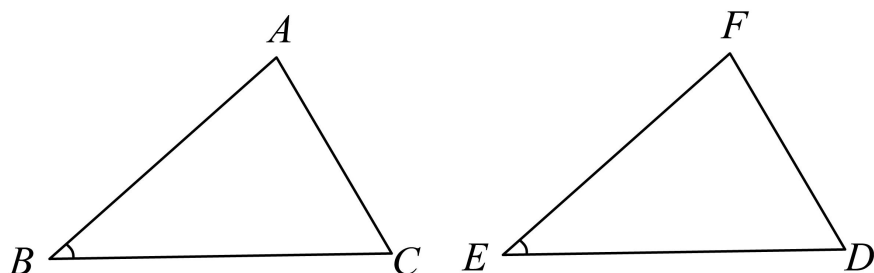
由角平分线的性质可得： $\angle IBC = \angle JED$ ，而 $BC = ED$ ，

$\therefore \triangle IBC \cong \triangle JED$ ，

$\therefore \angle C = \angle D$ ，而 $\angle ABC = \angle FED$ ， $BC = ED$ ，

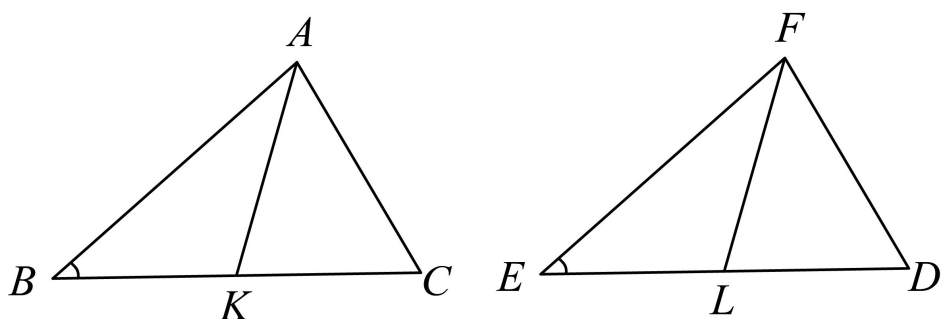
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED$ ，故 C 不符合题意；

增加： $AB = FE$ ，



显然： $\triangle ABC \cong \triangle FED$ ，故 D 不符合题意；

增加：中线 $AK = FL$ ，



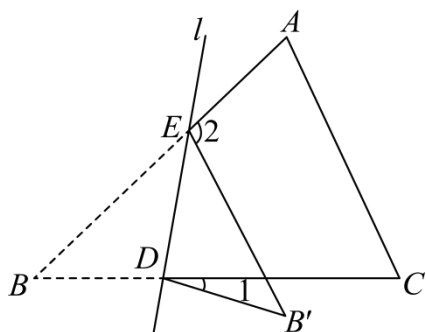
无法证明 $\triangle ABK, \triangle FEL$ 全等，无法证明 $\triangle AKC, \triangle FLD$ 全等，

$\therefore$ 得不到 $\triangle ABC, \triangle FED$ 全等，故 B 符合题意；

故选 B

【点睛】 本题考查的是全等三角形的判定与性质，熟记全等三角形的判定方法与性质是解本题的关键．

6. 如图，在 ABC 中， $\angle B = 40^\circ$ ，将 ABC 沿直线 l 翻折，点 B 落在点 B' 的位置，则 $\angle 2 - \angle 1$ 的度数是（ ）



A. 90°

B. 80°

C. 50°

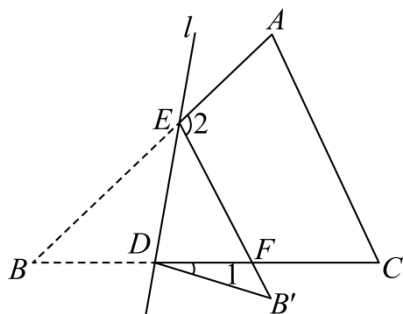
D. 40°

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠问题，三角形外角的性质等知识点，熟练掌握折叠的性质及三角形外角的性质是解题的关键. 设 $B'E$ 与 BC 交于点 F ，由折叠的性质可得 $\angle B' = \angle B = 40^\circ$ ，由三角形外角的性质可得 $\angle 2 = \angle B + \angle EFB = \angle B + \angle B' + \angle 1 = 40^\circ + \angle 1$ ，由此即可求出 $\angle 2 - \angle 1$ 的度数.

【详解】 解：如图，设 $B'E$ 与 BC 交于点 F ，



由折叠的性质可得： $\angle B' = \angle B = 40^\circ$ ，

由三角形外角的性质可得：

$$\angle 2 = \angle B + \angle EFB = \angle B + \angle B' + \angle 1 = 40^\circ + 40^\circ + \angle 1 = 80^\circ + \angle 1,$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 80^\circ,$$

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. “ m 的 3 倍与 7 的和是非正数” 用不等式表示为_____.

【答案】 $3m + 7 \leq 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了列代数式， m 的 3 倍为 $3m$ ， m 的 3 倍与 7 的和为 $3m + 7$ ，非正数即小于等于 0 的数，据此列出不等式即可.

【详解】 解：“ m 的 3 倍与 7 的和是非正数” 用不等式表示为 $3m + 7 \leq 0$ ，

故答案为： $3m + 7 \leq 0$.

8. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x + 3 > 12 \\ x - a \leq 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解，则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $7 \leq a < 8$

【解析】

【分析】 先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集，求出不等式组的 3 个整数解是 5，6，7，再求出 a 的取值范围即可.

【详解】解： $\begin{cases} 2x+3>12 \\ x-a\leq 0 \end{cases}$ ，

解不等式①，得： $x>4.5$ ，

解不等式②，得： $x\leq a$ ，

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+3>12 \\ x-a\leq 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解，

$\therefore$ 这三个整数解是 5, 6, 7,

$\therefore 7\leq a<8$ ，

故答案为： $7\leq a<8$ 。

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式组和不等式组的整数解，能根据不等式组的解集和不等式组的整数解得出 a 的范围是解此题的关键。

9. 一个三角形的三边长为 x , 5, 7, 另一个与它全等的三角形的三边长为 3, y , 5, 那么以 x 、 y 为腰长和底边长的等腰三角形的周长等于_____。

【答案】 17

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质，三角形三边之间的关系，解题的关键是掌握全等三角形对应边相等，三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边。

先根据全等三角形的性质，得出 x 和 y 的值，再根据三角形三边之间的关系，得出该等腰三角形的底边和腰长，即可解答。

【详解】 解： $\because$ 一个三角形的三边长为 x , 5, 7, 另一个与它全等的三角形的三边长为 3, y , 5,

$\therefore x=3, y=7$ ，

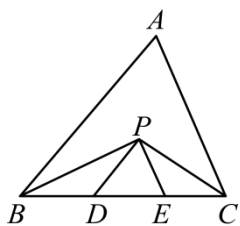
$\therefore 3+3<7$ ，

$\therefore$ 等腰三角形底边长为 3, 腰长为 7,

$\therefore$ 等腰三角形的周长 $=7+7+3=17$ ，

故答案为： 17。

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=3\text{cm}$, BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线, 且 $PD\parallel AB$, $PE\parallel AC$, 点 D 、 E 在边 BC 上, 则 $\triangle PDE$ 的周长为_____ cm 。



【答案】 3

【解析】

【分析】此题主要考查了等腰三角形的性质及平行线的判定等知识点．本题的关键是将 $\triangle PDE$ 的周长就转化为 BC 边的长．

根据平行线的性质可证的 $\triangle DPB$ 和 $\triangle EPC$ 为等腰三角形，从而将 $\triangle PDE$ 的周长转化为 BC 的长．

【详解】解： $\because BP$ 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线，

$$\therefore \angle ABP = \angle PBD, \angle ACP = \angle PCE,$$

$$\because PD \parallel AB, PE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BPD, \angle ACP = \angle CPE,$$

$$\therefore \angle PBD = \angle BPD, \angle PCE = \angle CPE,$$

$$\therefore BD = PD, CE = PE,$$

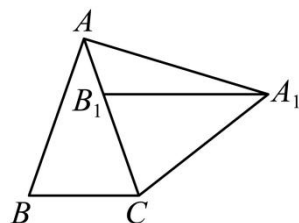
$$\because BC = 3\text{cm},$$

$$\therefore \triangle PDE \text{ 的周长} = PD + DE + PE = BD + DE + EC = BC = 3\text{cm},$$

即 $\triangle PDE$ 的周长是 3cm ．

故答案为： 3．

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = AC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转到 $\triangle A_1B_1C$ ，使点 B_1 落在 AC 上，那么 $\angle AA_1B_1$ 的度数是_____°．



【答案】 18

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的性质和三角形内角和定理，旋转的性质，熟练掌握等腰三角形的性质和旋

转的性质是解题的关键.

先由等腰三角形的性质与三角形内角和定理求出 $\angle ACB = \angle B = 72^\circ$, 再根据旋转的性质得 $\angle ACA_1 = \angle ACB = 72^\circ$, $\angle B_1A_1C = \angle BAC = 36^\circ$, $AC = A_1C$, 从而可由等腰三角形的性质求出 $\angle AA_1C = 54^\circ$, 即可由 $\angle AA_1B_1 = \angle AA_1C - \angle B_1A_1C$ 求解.

【详解】解: $\because AB = AC$, $\angle BAC = 36^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle B = (180^\circ - 36^\circ) \div 2 = 72^\circ ,$$

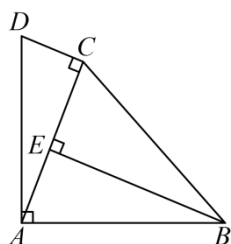
由旋转得: $\angle ACA_1 = \angle ACB = 72^\circ$, $\angle B_1A_1C = \angle BAC = 36^\circ$, $AC = A_1C$,

$$\therefore \angle AA_1C = (180^\circ - 72^\circ) \div 2 = 54^\circ ,$$

$$\therefore \angle AA_1B_1 = \angle AA_1C - \angle B_1A_1C = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ ,$$

故答案为: 18.

12. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $AB \perp AD$, $AC \perp DC$. 过点 B 作 $BE \perp CA$, 垂足为点 E . 若 $CD = 2$, $CE = 4$, 则四边形 $ABCD$ 的面积是_____.



【答案】 24

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 熟练掌握一线三等角全等模型是解题的关键. 根据垂直可得 $\angle ACD = \angle BEA = \angle DAB = 90^\circ$, 从而可得 $\angle D + \angle DAC = 90^\circ$, $\angle DAC + \angle EAB = 90^\circ$, 进而可得 $\angle D = \angle EAB$, 然后利用 AAS 证明 $\triangle ADC \cong \triangle BAE$, 从而可得 $AC = BE$, $DC = AE = 2$, 进而可得 $BE = AC = 6$, 最后根据四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ADC$ 的面积 $+ \triangle ABC$ 的面积, 进行计算即可解答.

【详解】解: $\because AB \perp AD$, $AC \perp DC$, $BE \perp CA$,

$$\therefore \angle ACD = \angle BEA = \angle DAB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle D + \angle DAC = 90^\circ , \angle DAC + \angle EAB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle D = \angle EAB ,$$

$$\therefore AD = AB,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AC = BE, DC = AE = 2,$$

$$\therefore CE = 4$$

$$\therefore BE = AC = AE + CE = 2 + 4 = 6,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ADC$ 的面积 $+ \triangle ABC$ 的面积

$$= \frac{1}{2} DC \cdot AC + \frac{1}{2} AC \cdot BE$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 6 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= 6 + 18$$

$$= 24$$

故答案为：24.

13. 命题“互余的两个角都是锐角”的逆命题是_____. (用“如果...那么...”的形式写出).

【答案】 如果两个角都是锐角，那么这两个角互余

【解析】

【分析】 本题考查了命题的逆命题. 根据逆命题的定义，将原命题的条件和结论互换即可解答.

【详解】 解：命题“互余的两个角都是锐角”的逆命题是“如果两个角都是锐角，那么这两个角互余”.

故答案为：如果两个角都是锐角，那么这两个角互余.

14. 一个圆柱，它的高是8cm,侧面积是 200.96cm^2 ,它的底面周长是_____cm

【答案】 25.12

【解析】

【分析】 根据圆柱的底面周长=侧面积 $\div$ 高，可得答案.

【详解】 解：底面周长 $200.96 \div 8 = 25.12\text{cm}$.

故答案为：25.12.

【点睛】 本题考查了圆柱的底面周长，熟练掌握公式是解题的关键.

15. 把一个圆柱体的侧面展开后得到一个长方形，长方形的长是 4π 厘米，宽是 2π 厘米，这个圆柱体的底面半径是_____厘米.

【答案】 1 或 2

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱的侧面展开图与底面周长，利用分类讨论的思想解决问题是关键．根据圆柱的底面周长大于圆柱的高和圆柱的底面周长小于圆柱的高分别求解即可．

【详解】 解：当圆柱的底面周长大于圆柱的高时，圆柱的底面周长为 4π 厘米，

则底面半径是 $4\pi \div \pi \div 2 = 2$ （厘米），

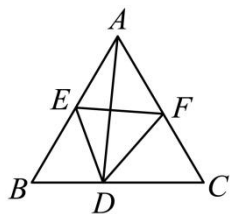
当圆柱的底面周长小于圆柱的高时，圆柱的底面周长为 2π 厘米，

则底面半径是 $2\pi \div \pi \div 2 = 1$ （厘米），

即这个圆柱体的底面半径是 2 厘米或 1 厘米，

故答案为：2 或 1.

16. 如图，已知在等边 ABC 中， $AB = 4\text{cm}$ ，点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上，将 ABC 沿 EF 翻折，点 A 正好落在边 BC 上的点 D 处，如果 BDE 的周长比 CDF 的周长小 1cm ，那么 $BD =$ _____ cm .



【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠性质和等边三角形性质．根据折叠性质可知： $AE = ED$ ， $AF = FD$ ，由等边 ABC 性质可知， $AB = AC = BC = 4$ ，因为 BDE 的周长比 CDF 的周长小 1cm ，所以 $CD - BD = 1$ ，结合 $CD + BD = BC = 4$ 即可求解．

【详解】 解：由折叠性质可知： $AE = ED$ ， $AF = FD$ ，

$\therefore BDE$ 的周长 $= BE + ED + BD = BE + EA + BD = AB + BD$ ，

CDF 的周长 $= CF + FD + CD = CF + FA + CD = AC + CD$ ，

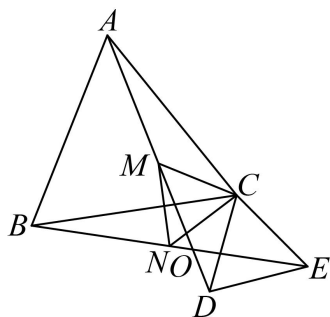
$\therefore$ 在等边 ABC 中， $AB = AC = BC = 4$ ，

$\therefore CD - BD = 1$ ， $CD + BD = BC = 4$ ，

$\therefore BD = \frac{3}{2}(\text{cm})$ ， $CD = \frac{5}{2}(\text{cm})$ ．

故答案为： $\frac{3}{2}$

17. 已知：如图， ABC 、 $\triangle CDE$ 都是等边三角形， AD 、 BE 相交于点 O ，点 M 、 N 分别是线段 AD 、 BE 的中点．那么 $\angle DOE$ 的度数为 _____；



【答案】 60° ##60 度

【解析】

【分析】 由等边三角形的性质得出 $AC = BC$ ， $CD = CE$ ， $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ ，证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS)，求出 $\angle ADE + \angle BED = 120^\circ$ ，进一步求得 $\angle DOE$ 的度数.

【详解】 解： $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，

$$\therefore AC = BC, CD = CE, \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle BCD = \angle DCE + \angle BCD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC,$$

$\because \triangle CDE$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle CED = \angle CDE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle BED$$

$$= \angle ADC + \angle CDE + \angle BED$$

$$= \angle ADC + 60^\circ + \angle BED$$

$$= \angle BEC + \angle BED + 60^\circ$$

$$= \angle DEC + 60^\circ$$

$$= 60^\circ + 60^\circ$$

$$= 120^\circ,$$

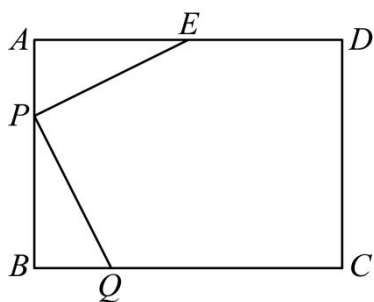
$$\therefore \angle DOE = 180^\circ - (\angle ADE + \angle BED) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

即 $\angle DOE$ 的度数为 60° .

故答案为: 60° .

【点睛】 本题考查全等三角形的判定与性质, 等边三角形的性质, 三角形内角和定理, 掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

18. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 12$ 厘米, $AD = 16$ 厘米, 点 E 为 AD 中点, 已知点 P 在线段 AB 上以 2 厘米/秒的速度由点 A 向点 B 运动, 同时点 Q 在线段 BC 上由点 C 向点 B 运动, 如果 $\triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 恰好全等, 那么点 Q 的运动速度是_____厘米/秒.



【答案】 6 或 $\frac{8}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质, 解一元一次方程的实际应用. 设运动时间为 t 秒, 点 Q 的运动速度是 x 厘米/秒, 根据题意可得: $AP = 2t$, $QC = xt$, $BP = 12 - 2t$, 再进行分类讨论即可①当 $AE = BP$ 时, ②当 $AP = BP$ 时.

【详解】 解: 设运动时间为 t 秒, 点 Q 的运动速度是 x 厘米/秒.

根据题意可得: $AP = 2t$, $QC = xt$, $BP = 12 - 2t$,

$\because AD = 16$ 厘米, 点 E 为 AD 中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = 8 \text{ 厘米},$$

①当 $AE = BP$, $AP = BQ$ 时,

$$12 - 2t = 8,$$

解得: $t = 2$,

$$\therefore AP = 2t = 4 \text{ 厘米},$$

$$\therefore 16 - xt = 4 \text{ 厘米},$$

$$\therefore x = 6;$$

②当 $AP = BP$, $AE = BQ$ 时,

$$\begin{cases} 2t = 12 - 2t \\ 16 - xt = 8 \end{cases},$$

解得: $t = 3$, $x = \frac{8}{3}$

$\therefore$ 点 Q 的运动速度为 $\frac{8}{3}$ (厘米/秒),

故答案为: 6 或 $\frac{8}{3}$.

三. 解答题 (本大题共 7 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 解不等式: $1 - \frac{x+6}{2} < \frac{2x+1}{3}$, 并写出它的负整数解

【答案】 $x > -2$, -1

【解析】

【分析】 本题考查求不等式的整数解, 去分母, 去括号, 移项, 合并, 系数化 1, 求出不等式的解集, 进而求出负整数解即可.

【详解】 解: $1 - \frac{x+6}{2} < \frac{2x+1}{3}$

去分母得 $6 - 3(x+6) < 2(2x+1)$,

去括号得 $6 - 3x - 18 < 4x + 2$,

移项得 $-3x - 4x < 2 + 18 - 6$,

合并同类项得 $-7x < 14$,

$\therefore x > -2$,

$\therefore$ 不等式的负整数解为: -1 .

20. 利用数轴确定不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 2x \\ \frac{x-3}{4} < 6 - \frac{3-4x}{2} \end{cases}$ 的解集.

【答案】 数轴表示见解析, $-3 < x \leq 2$

【解析】

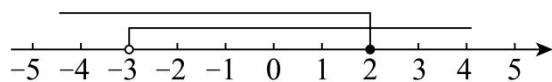
【分析】 本题考查解一元一次不等式组, 在数轴上表示不等式的解集, 分别求出不等式组中两不等式的解集, 然后在数轴上表示出来, 根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小无解”, 即可确定不等式组的解集. 熟练掌握不等式组的解法是解题的关键.

【详解】 解: $\begin{cases} x+2 \geq 2x \text{ ①} \\ \frac{x-3}{4} < 6 - \frac{3-4x}{2} \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得: $x \leq 2$,

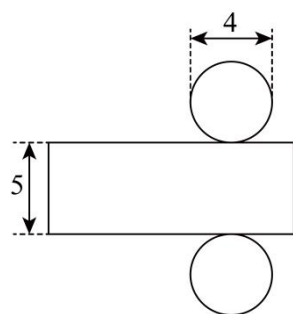
解不等式②得: $x > -3$,

数轴表示如下所示:



∴ 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$.

21. 如图所示是一个几何体的表面展开图.



- (1) 求该几何体的表面积 (结果保留 π)
- (2) 求该几何体的体积 (结果保留 π).
- (3) 和这个圆柱等底等高的圆锥体积是_____.

【答案】 (1) 28π

(2) 20π

(3) $\frac{20}{3}\pi$

【解析】

【分析】 本题考查根据展开图求几何体的表面积和体积, 熟练掌握圆柱体的表面积和体积的计算公式, 圆锥的体积的计算公式是解题的关键:

- (1) 由展开图可知, 几何体为圆柱体, 根据圆柱体的表面积等于展开图的侧面积加上两个底面圆的面积, 进行计算即可;
- (2) 根据圆柱体的体积公式进行计算即可;
- (3) 根据圆柱体和圆锥的体积的关系进行计算即可.

【小问 1 详解】

解: 由展开图可知, 几何体为底面直径为 4, 高为 5 的圆柱体,

∴ 表面积为: $4\pi \times 5 + 2 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \pi = 28\pi$;

【小问 2 详解】

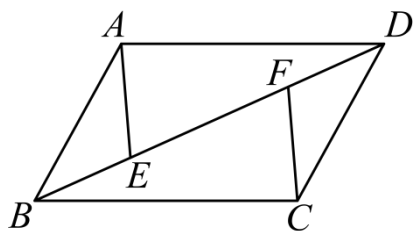
圆柱体的体积为： $\pi \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 5 = 20\pi$

【小问 3 详解】

圆锥体的体积为圆柱体体积的 $\frac{1}{3}$ ，即为 $\frac{20}{3}\pi$ 。

故答案为： $\frac{20}{3}\pi$

22. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ， $AE = CF$ ， $BF = DE$ ，



(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 求证： $AD = BC$ ；

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键：

(1) SSS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 即可；

(2) SAS 证明 $\triangle AED \cong \triangle CFB$ ，即可得证.

【小问 1 详解】

证明： $\because BF = DE$ ，

$\therefore BF - EF = DE - EF$ ，即： $BE = DF$ ，

又 $\because AB = CD$ ， $AE = CF$ ，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SSS)；

【小问 2 详解】

证明： $\because \triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle DFC$ ，

$\therefore 180^\circ - \angle AEB = 180^\circ - \angle DFC$ ，

$\therefore \angle AED = \angle CFB$ ，

又 $\because AE = CF, BF = DE$ ，

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB$ (SAS)，

$$\therefore AD = BC.$$

23. 淮安香肠历史悠久，是闻名全国的香肠品种之一. 某超市分别以 18 元/袋、30 元/袋的价格购进 A ， B 两种规格的淮安香肠销售，近两天的销售情况如表：

销售时段	销售数量		销售收入
	A	B	
第一天	10 袋	6 袋	570 元
第二天	5 袋	8 袋	510 元

(说明：本题中， A ， B 两种规格淮安香肠的进价、售价均保持不变)

- (1) 求 A ， B 两种规格香肠的销售单价；
- (2) 若该超市准备用不超过 1800 元再购进这两种规格香肠共 80 袋，求 B 规格香肠最多能采购多少袋？
- (3) 在 (2) 的条件下，销售完这 80 袋香肠，能否实现利润为 1065 元的目标？若能，直接写出相应的采购方案；若不能，请说明理由.

【答案】 (1) A 规格香肠的销售单价是 30 元/袋， B 规格香肠的销售单价是 45 元/袋

(2) B 规格香肠最多能采购 30 袋

(3) 不能实现利润为 1065 元的目标，理由见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，一元一次方程的应用，解题的关键是根据等量关系列出方程，根据不等关系列出不等式.

(1) 设 A 规格香肠的销售单价是 x 元/袋， B 规格香肠的销售单价是 y 元/袋，根据表格中的数据列出方程组，解方程组即可；

(2) 设采购 B 规格香肠 m 袋，则采购 A 规格香肠 $(80 - m)$ 袋，根据两种规格香肠总价格不超过 1800 元，列出不等式，解不等式即可；

(3) 根据利润为 1065 元，列出方程 $(30 - 18)(80 - m) + (45 - 30)m = 1065$ ，求出 m 的值，然后再与 (2) 中 m 的范围进行比较即可得出答案.

【小问 1 详解】

解：设 A 规格香肠的销售单价是 x 元/袋， B 规格香肠的销售单价是 y 元/袋，

根据题意得：
$$\begin{cases} 10x + 6y = 570 \\ 5x + 8y = 510 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 30 \\ y = 45 \end{cases}$.

答: A 规格香肠的销售单价是 30 元/袋, B 规格香肠的销售单价是 45 元/袋;

【小问 2 详解】

解: 设采购 B 规格香肠 m 袋, 则采购 A 规格香肠 $(80-m)$ 袋,

根据题意得: $18(80-m) + 30m \leq 1800$,

解得: $m \leq 30$,

$\therefore m$ 的最大值为 30,

答: B 规格香肠最多能采购 30 袋;

【小问 3 详解】

解: 在 (2) 的条件下, 销售完这 80 袋香肠, 不能实现利润为 1065 元的目标, 理由如下:

根据题意得: $(30-18)(80-m) + (45-30)m = 1065$,

解得: $m = 35$,

又 $\because m \leq 30$,

$\therefore m = 35$ 不符合题意, 舍去,

$\therefore$ 在 (2) 的条件下, 销售完这 80 袋香肠, 不实现利润为 1065 元的目标.

24. 综合与实践

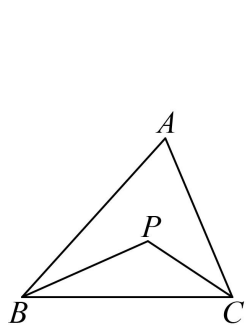


图 1

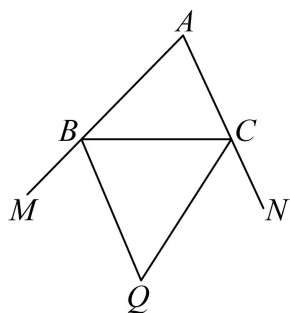


图 2

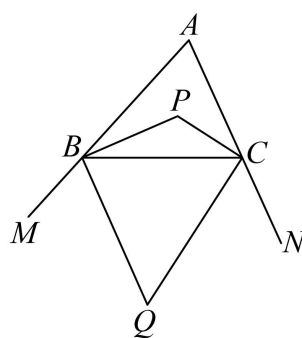


图 3

- (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , 如果 $\angle A = 70^\circ$, 那么 $\angle BPC =$ _____.
- (2) 如图 2, 作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q , 试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系_____.
- (3) 如图 3, 延长 BP 、 QC 交于点 E , 在 $\triangle BQE$ 中, 存在一个内角等于另一个内角的 4 倍, 请简单写出过程, 求 $\angle A$ 的度数.

【答案】 (1) 125°

$$(2) \angle Q = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

$$(3) 36^\circ \text{ 或 } 45^\circ \text{ 或 } 135^\circ \text{ 或 } 144^\circ$$

【解析】

【分析】(1) 运用三角形的内角和定理及角平分线的定义，首先求出 $\angle ABC + \angle ACB$ ，进而求出 $\angle BPC$ 即可解决问题；

(2) 根据三角形的外角性质分别表示出 $\angle MBC$ 与 $\angle BCN$ ，再根据角平分线的性质可求得 $\angle CBQ + \angle BCQ$ ，最后根据三角形内角和定理即可求解；

(3) 在 $\triangle BQE$ 中，由于 $\angle Q = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ ，求出 $\angle E = \frac{1}{2} \angle A$ ， $\angle EBQ = 90^\circ$ ，所以如果 $\triangle BQE$ 中，存在一个内角等于另一个内角的 4 倍，那么分四种情况进行讨论：① $\angle EBQ = 4\angle E = 90^\circ$ ；

② $\angle EBQ = 4\angle Q = 90^\circ$ ；③ $\angle Q = 4\angle E$ ；④ $\angle E = 4\angle Q$ ；分别列出方程，求解即可。

【小问 1 详解】

解： $\because \angle A = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 110^\circ，$$

$\because$ 点 P 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线的交点，

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 110^\circ = 125^\circ，$$

【小问 2 详解】

解： $\because$ 外角 $\angle MBC$ ， $\angle NCB$ 的角平分线交于点 Q ，

$$\therefore \angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle MBC + \angle NCB)$$

$$= \frac{1}{2}(360^\circ - \angle ABC - \angle ACB)$$

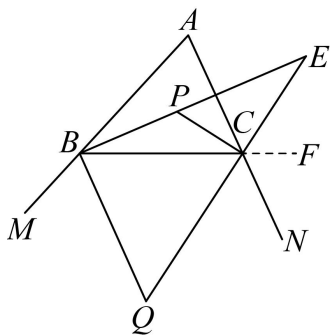
$$= \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A)$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A，$$

$$\therefore \angle Q = 180^\circ - \left(90^\circ + \frac{1}{2} \angle A\right) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A；$$

【小问 3 详解】

解： 延长 BC 至 F ，



$\therefore CQ$ 为 ABC 的外角 $\angle NCB$ 的角平分线,

$\therefore CE$ 是 ABC 的外角 $\angle ACF$ 的平分线,

$$\therefore \angle ACF = 2\angle ECF,$$

$\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle EBC,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle EBC + \angle E,$$

$$\therefore 2\angle ECF = 2\angle EBC + 2\angle E, \text{ 即 } \angle ACF = \angle ABC + 2\angle E,$$

$$\text{又 } \therefore \angle ACF = \angle ABC + \angle A,$$

$$\therefore \angle A = 2\angle E, \text{ 即 } \angle E = \frac{1}{2}\angle A;$$

$$\therefore \angle EBQ = \angle EBC + \angle CBQ$$

$$= \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle MBC$$

$$= \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle A + \angle ACB) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle Q + \angle E = 90^\circ;$$

如果 $\triangle BQE$ 中, 存在一个内角等于另一个内角的 4 倍, 那么分四种情况:

$$\textcircled{1} \angle EBQ = 4\angle E = 90^\circ, \text{ 则 } \angle E = 22.5^\circ, \angle A = 2\angle E = 45^\circ;$$

$$\textcircled{2} \angle EBQ = 4\angle Q = 90^\circ, \text{ 则 } \angle Q = 22.5^\circ, \angle E = 67.5^\circ, \angle A = 2\angle E = 135^\circ;$$

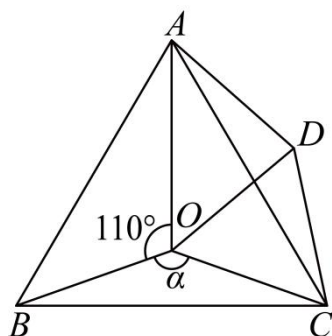
$$\textcircled{3} \angle Q = 4\angle E, \text{ 则 } \angle E = 18^\circ, \text{ 解得 } \angle A = 36^\circ;$$

$$\textcircled{4} \angle E = 4\angle Q, \text{ 则 } \angle E = 72^\circ, \text{ 解得 } \angle A = 144^\circ.$$

综上所述, $\angle A$ 的度数是 36° 或 45° 或 135° 或 144° .

【点睛】 本题是三角形综合题, 考查了三角形内角和定理、外角的性质, 角平分线定义等知识; 灵活运用三角形的内角和定理、外角的性质进行分类讨论是解题的关键.

25. 如图, 点 O 是等边 ABC 内一点, D 是 ABC 外的一点, $\angle AOB = 110^\circ$, $\angle BOC = \alpha$, $\triangle BOC \cong \triangle ADC$, 连接 OD .



- (1) 求证: $\triangle OCD$ 是等边三角形;
- (2) 当 $\alpha = 150^\circ$ 时, 试判断 $\triangle AOD$ 的形状, 并说明理由;
- (3) 探究: 当 α 为多少度时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\triangle AOD$ 是直角三角形, 理由见解析

(3) 当 $\alpha = 125^\circ$ 或 140° 或 110° 时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质, 等边三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质与判定等知识.

(1) 根据全等三角形的性质得到 $OC = DC$, $\angle BCO = \angle ACD$, 再证明 $\angle OCD = 60^\circ$, 即可证明 $\triangle OCD$ 是等边三角形;

(2) 先求出 $\angle ODC = 60^\circ$, 根据全等的性质得到 $\angle ADC = 150^\circ$, 即可求出 $\angle ADO = 90^\circ$, 从而得到 $\triangle AOD$ 是直角三角形;

(3) 分别表示出 $\angle AOD = 190^\circ - \alpha$, $\angle ADO = \alpha - 60^\circ$, $\angle OAD = 180^\circ - \angle AOD - \angle ADO = 50^\circ$, 分 ① $AO = AD$, ② $DO = AD$, ③ $AO = DO$ 三种情况讨论即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because \triangle BOC \cong \triangle ADC$,

$\therefore OC = DC$, $\angle BCO = \angle ACD$,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle OCD = \angle ACD + \angle ACO = \angle BCO + \angle ACO = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形;

【小问 2 详解】

解: $\triangle AOD$ 是直角三角形. 理由如下:

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ODC = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle BOC \cong \triangle ADC, \quad \angle \alpha = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BOC = \angle \alpha = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle ADC - \angle ODC = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AOD$ 是直角三角形;

【小问 3 详解】

解: $\because \triangle OCD$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle COD = \angle ODC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 110^\circ, \quad \angle ADC = \angle BOC = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOD = 360^\circ - \angle AOB - \angle BOC - \angle COD = 360^\circ - 110^\circ - \alpha - 60^\circ = 190^\circ - \alpha,$$

$$\angle ADO = \angle ADC - \angle ODC = \alpha - 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = 180^\circ - \angle AOD - \angle ADO = 180^\circ - (190^\circ - \alpha) - (\alpha - 60^\circ) = 50^\circ.$$

①当 $AO = AD$ 时, 则 $\angle AOD = \angle ADO$, 即 $190^\circ - \alpha = \alpha - 60^\circ$,

$$\therefore \alpha = 125^\circ;$$

②当 $DO = AD$ 时, 则 $\angle AOD = \angle OAD$, 即 $190^\circ - \alpha = 50^\circ$,

$$\therefore \alpha = 140^\circ;$$

③当 $AO = DO$ 时, 则 $\angle ADO = \angle OAD$, 即 $\alpha - 60^\circ = 50^\circ$,

$$\therefore \alpha = 110^\circ.$$

综上所述: 当 $\alpha = 125^\circ$ 或 140° 或 110° 时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形.