

2024 学年第二学期七年级期末质量监测试卷

数学学科

(满分 100 分 完成时间 90 分钟)

2025.6

一、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

1. 用适当的不等式表示 “ x 的 2 倍不大于 1” : _____.

【答案】 $2x \leq 1$

【解析】

【分析】 本题考查了列一元一次不等式, 解题关键是掌握列一元一次不等式的方法.

根据“.....倍”用乘法, 不大于用“ $\leq$ ”表示, 列出不等.

【详解】 解: “ x 的 2 倍不大于 1” 用不等式表示为 $2x \leq 1$.

故答案为: $2x \leq 1$.

2. 当 x 满足_____条件时, $2x+6$ 的值是负数.

【答案】 $x < -3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式,

根据负数小于 0 可得 $2x+6 < 0$, 再求出解集即可.

【详解】 解: 根据题意, 得 $2x+6 < 0$,

解得 $x < -3$.

所以当 $x < -3$ 时, $2x+6$ 的值是负数.

3. 在同一平面内, 垂直于同一直线的两直线的位置关系是_____.

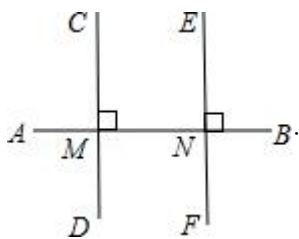
【答案】 平行.

【解析】

【详解】 试题分析: $\because CD \perp AB, EF \perp AB,$

$\therefore \angle CMB = \angle ENB = 90^\circ,$

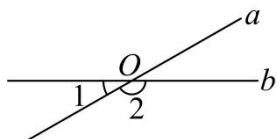
$\therefore CD \parallel EF.$



故答案是平行.

考点: 平行线的判定.

4. 如图, 直线 a 与直线 b 相交于点 O , $\angle 2 = 5\angle 1$, $\angle 2 =$ _____ 度.



【答案】 150

【解析】

【分析】 此题考查邻补角, 直接利用已知结合邻补角的定义得出答案.

【详解】 解: 根据题意 $\angle 2 = 5\angle 1$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

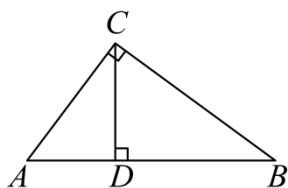
$$\therefore \angle 1 + 5\angle 1 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 150^\circ.$$

故答案为: 150.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 那么点 C 到直线 AB 的距离是线段 _____ 的长度.



【答案】 CD 或 DC

【解析】

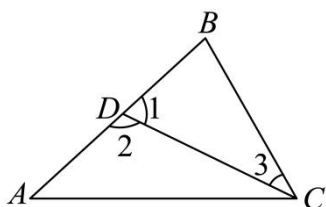
【分析】 本题考查了点到直线的距离, 根据点到直线的距离, 即可解答.

【详解】 解: $\because CD \perp AB$, 垂足为点 D ,

$\therefore$ 点 C 到直线 AB 的距离是线段 CD 的长,

故答案为: CD .

6. 如图, 下列结论: ① $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角; ② $\angle 2$ 与 $\angle B$ 是同位角; ③ $\angle 1$ 与 $\angle B$ 是同旁内角, 其中正确的有 _____ (只填序号).



【答案】①②③

【解析】

【分析】本题主要考查了内错角、同位角及同旁内角的判断，熟练掌握相关概念是解题关键。
根据内错角、同位角及同旁内角的性质逐一判断即可。

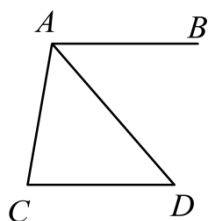
【详解】解： $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角，①正确；

$\angle 2$ 与 $\angle B$ 是同位角，②正确；

$\angle 1$ 与 $\angle B$ 是同旁内角，③正确；

故答案为：①②③。

7. 如图, $AB \parallel CD$, AD 平分 $\angle BAC$, 且 $\angle C = 80^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为_____.



【答案】 50°

【解析】

【分析】根据角平分线的定义可得 $\angle BAD = \angle CAD$ ，再根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle BAD = \angle D$ ，从而得到 $\angle CAD = \angle D$ ，再利用三角形的内角和定理列式计算即可得解。

【详解】 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAD = \angle D$,

$\therefore \angle CAD = \angle D$,

在 $\triangle ACD$ 中, $\angle C + \angle D + \angle CAD = 180^\circ$,

$\therefore 80^\circ + \angle D + \angle D = 180^\circ$,

解得 $\angle D = 50^\circ$.

故答案为 50° .

【点睛】 本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，三角形的内角和定理，掌握性质并准确识图是解题的关键.

8. 已知一个等腰三角形的两条边长分别为 3cm 和 7cm ，则它的底边长是_____ cm .

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形，三角形的三边关系，根据等腰三角形的定义可知三边可能为 $3\text{cm}, 3\text{cm}, 7\text{cm}$ 或 $3\text{cm}, 7\text{cm}, 7\text{cm}$ ，再根据三角形三边关系判断即可.

【详解】 解：因为等腰三角形的两边长分别为 3cm 和 7cm ，
所以三边可能为 $3\text{cm}, 3\text{cm}, 7\text{cm}$ 或 $3\text{cm}, 7\text{cm}, 7\text{cm}$.

因为 $3+3<7$ ，不符合题意，舍去，

所以它的底边长为 3cm .

故答案为：3.

9. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， BD 是 AC 边上的高， $\angle ABD=50^\circ$ ，那么 $\angle A$ 的度数是_____.

【答案】 40° 或 140°

【解析】

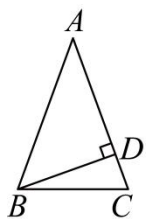
【分析】 本题考查的是三角形的内角和定理的应用，等腰三角形的性质，分情况讨论：当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时，当 $\triangle ABC$ 钝角三角形时，结合等腰三角形的性质，即可求解.

【详解】 解：如图①，当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时， $\angle A=90^\circ-\angle ABD=40^\circ$ ；

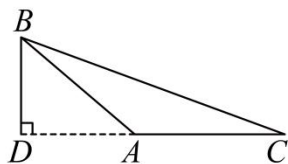
如图②，当 $\triangle ABC$ 钝角三角形时， $\angle BAD=90^\circ-\angle ABD=40^\circ$ ，

所以 $\angle BAC=140^\circ$.

综上， $\angle A$ 的度数为 40° 或 140° .



图①



图②

故答案为： 40° 或 140° .

10. 已知一个圆柱体的底面周长为 3.14cm ，高为 2cm ，则该圆柱体的侧面积是_____ cm^2 .

【答案】 6.28

【解析】

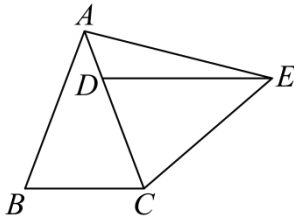
【分析】该题考查了圆柱体的侧面积，根据圆柱体的侧面积=底面周长×高计算即可.

【详解】解：∵该圆柱体的底面周长为3.14cm，高为2cm，，

$$\therefore \text{该圆柱体的侧面积} = 3.14 \times 2 = 6.28 \text{cm}^2$$

故答案为：6.28.

11. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 40^\circ$. 绕点 C 顺时针旋转 $\triangle ABC$ ，使点 B 落在 AC 边上，点 B 的对应点记为点 D ，点 A 的对应点记为点 E ，连接 AE ，那么 $\angle AED$ 的度数是_____.



【答案】15°##15 度

【解析】

【分析】该题考查了等腰三角形性质，旋转的性质，三角形内角和定理，根据等腰三角形性质得 $\angle B = \angle BCA = 70^\circ$ ，根据旋转可得 $\angle ECD = \angle BCA = 70^\circ$ ， $\angle CED = \angle BAC = 40^\circ$ ， $AC = EC$ ，根据等腰三角形性质可得 $\angle CAE = \angle CEA = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$ ，再根据 $\angle AED = \angle AEC - \angle CED$ 即可求解.

【详解】解： $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle BCA = 70^\circ,$$

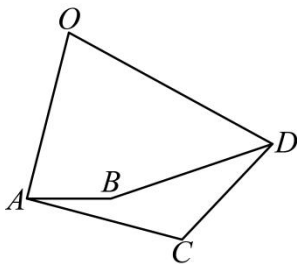
根据旋转可得 $\angle ECD = \angle BCA = 70^\circ$ ， $\angle CED = \angle BAC = 40^\circ$ ， $AC = EC$ ，

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle AEC - \angle CED = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ,$$

故答案为：15°.

12. 如图，已知线段 AB 、 CD 的垂直平分线交于点 O ，连接 OA 、 OD 、 AC 、 BD ，若 $\angle BAO = \angle CDO = 76^\circ$ ， $\angle ACD = 118^\circ$ ，那么 $\angle ODB$ 的度数是_____.

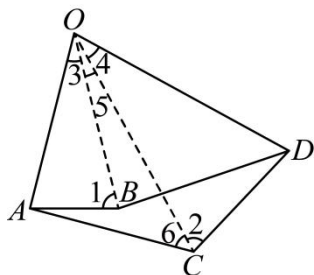


【答案】42°##42 度

【解析】

【分析】如图，连接 OB, OC ，根据线段垂直平分线性质的得出 $OA = OB, OC = OD$ ，即可得 $\angle BAO = \angle 1 = \angle CDO = \angle 2 = 76^\circ$ ，三角形内角和定理得出 $\angle 3 = \angle 4$ ，则 $\angle AOC = \angle BOD$ ，根据 $\angle ACD = 118^\circ$ ，求出 $\angle 6 = 42^\circ$ ，证明 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ，即可求出 $\angle ODB = \angle 6 = 42^\circ$ 。

【详解】解：如图，连接 OB, OC ，



$\because$ 线段 AB 、 CD 的垂直平分线交于点 O ，

$\therefore OA = OB, OC = OD$ ，

$\therefore \angle BAO = \angle 1 = \angle CDO = \angle 2 = 76^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 180^\circ - 2 \times 76^\circ = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 + \angle 5 = \angle 4 + \angle 5$ ，即 $\angle AOC = \angle BOD$ ，

$\because \angle ACD = 118^\circ$ ，

$\therefore \angle 6 = \angle ACD - \angle 2 = 118^\circ - 76^\circ = 42^\circ$ ，

$\because OA = OB, \angle AOC = \angle BOD, OC = OD$ ，

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD (SAS)$ ，

$\therefore \angle ODB = \angle 6 = 42^\circ$ ，

故答案为： 42° 。

【点睛】该题考查了等腰三角形的性质，线段垂直平分线的性质，三角形内角和定理，全等三角形的性质和判定，证明三角形全等是解题的关键。

二、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

13. 已知 $a < b$ ， $b < c$ 那么下列式子中不一定成立的是（ ）。

A. $a < c$

B. $a + c < b + c$

C. $a - c < b - c$

D. $ac < bc$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查不等式的基本性质；根据不等式的基本性质，结合题目条件分析各选项是否一定成

立即可.

【详解】解: 已知 $a < b$, $b < c$, 根据传递性可得 $a < c$, 故选项 A 一定成立.

对于选项 B, 不等式 $a + c < b + c$, 由 $a < b$ 两边同加 c 得到, 根据不等式加法性质, 方向不变, 故 B 一定成立.

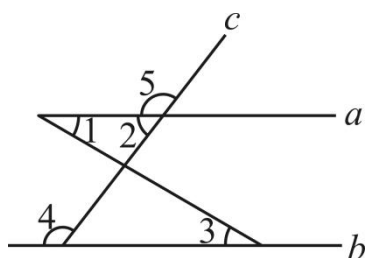
选项 C 中, 不等式 $a - c < b - c$, 由 $a < b$ 两边同减 c 得到, 根据不等式减法性质, 方向不变, 故 C 一定成立.

选项 D 中, $ac < bc$ 的成立需考虑 c 的符号. 若 $c > 0$, 则 $a < b$ 两边同乘 c 后方向不变; 若 $c < 0$, 则方向改变, 此时 $ac > bc$; 若 $c = 0$, 则 $ac = bc$. 由于题目未限定 c 的符号, 故 $ac < bc$ 不一定成立.

综上, 不一定成立的选项为 D.

故选: D.

14. 如图, 下列条件中, 不能判断直线 $a \parallel b$ 的是 ()



A. $\angle 1 = \angle 3$

B. $\angle 2 = \angle 3$

C. $\angle 4 = \angle 5$

D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定, 根据内错角相等, 两直线平行; 同位角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行. 进行判定即可作答.

【详解】解: A. $\angle 1 = \angle 3$, 满足内错角相等, 能判断直线 $a \parallel b$;

B. $\angle 2 = \angle 3$, 不能判断直线 $a \parallel b$;

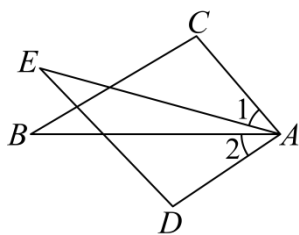
C. $\angle 4 = \angle 5$, 满足同位角相等, 能判断直线 $a \parallel b$;

D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$, 满足同旁内角互补, 能判断直线 $a \parallel b$.

故选: B.

15. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $AC = AD$, 添加下列条件之一: ① $AB = AE$; ② $BC = ED$; ③ $\angle C = \angle D$;

④ $\angle B = \angle E$. 其中能使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 成立的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定，结合已知条件及补充条件，根据全等三角形的判定定理逐项判断即可.

【详解】 解: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle BAE = \angle 2 + \angle BAE$, 即 $\angle BAC = \angle EAD$,

又 $\because AC = AD$,

$\therefore$ 添加① $AB = AE$ 时, 根据 SAS 能证 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

添加② $BC = ED$ 时, 不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

添加③ $\angle C = \angle D$ 时, 根据 ASA 能证 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

添加④ $\angle B = \angle E$ 时, 根据 AAS 能证 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

综上所述, 能使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 成立的有 3 个,

故选 C.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 有下列四个命题:

①如果 $AB = AC$, 那么 $\angle C = \angle B$; ②如果 $\angle C = \angle B$, 那么 $AB = AC$;

③如果 $AB > AC$, 那么 $\angle C > \angle B$; ④如果 $\angle C > \angle B$, 那么 $AB > AC$.

其中, 真命题的个数有 ().

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查等腰三角形的性质及边角关系定理; 根据等腰三角形的性质及边角关系定理逐一判断四个命题的真假即可.

【详解】 解: 命题①: 若 $AB = AC$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, $\therefore$ 底角 $\angle C = \angle B$, 故正确.

命题②: 若 $\angle C = \angle B$, 由等角对等边可知 $AB = AC$, 故正确.

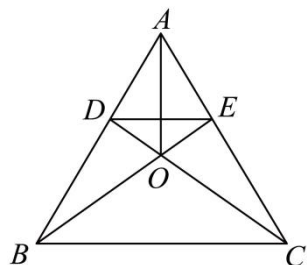
命题③: 若 $AB > AC$, 根据大边对大角定理, AB 对的角 $\angle C$ 大于 AC 对的角 $\angle B$, 故正确.

命题④：若 $\angle C > \angle B$ ，根据大角对大边定理， $\angle C$ 对的边 AB 大于 $\angle B$ 对的边 AC ，故正确.

综上，四个命题均为真；

故选：A.

17. 如图，在等边 ABC 中， D 、 E 分别在 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ，连接 BE 、 CD 交于 O ，连接 AO . 下列判断不正确的是 ().



A. ADE 是等边三角形；

B. $AO \perp DE$ ；

C. $AB \perp CD$ ；

D. $BO = CO$.

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查等边三角形的判定和性质，三角形全等的判定和性质，三角形的垂直平分线；根据等边三角形的判定和性质，三角形全等的判定和性质，三角形的垂直平分线逐一判断即可.

【详解】 解： $\because ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB$ ， $AB = AC$ ，

$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ADE$ ， $\angle ACB = \angle AED$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle ADE = \angle AED$ ，

$\therefore ADE$ 是等边三角形；故 A 正确；

$\because ADE$ 是等边三角形，

$\therefore AD = AE$ ，

$\therefore BD = CE$ ，

又 $\because \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$ ， $BC = CB$ ，

$\therefore \triangle BDC \cong \triangle CEB$ (SAS)，

$\therefore \angle BDO = \angle CEO$ ，

$\because \angle BOD = \angle COE$ ， $BD = CE$ ，

$\therefore \triangle BDO \cong \triangle CEO$ (AAS)，

$$\therefore DO = EO, \quad BO = CO,$$

故 D 正确;

$\therefore O$ 为 DE 中垂线上的点,

$$\therefore AD = AE,$$

$\therefore A$ 为 DE 中垂线上的点,

$\therefore AO$ 垂直平分 DE ;

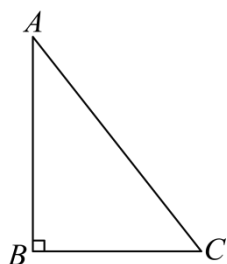
$\therefore AO \perp DE$; 故 B 正确;

题中并没有说 D 是 AB 的中点,

$\therefore$ 无法确定 $AB \perp CD$, 故 C 错误;

故选: C.

18. 如图, ABC 是一个直角三角形, AB 、 BC 、 CA 的长度分别为 4cm、3cm、5cm, 分别以三条边所在的直线为轴旋转一周得到三个不同的立体图形, 对这三个立体图形的体积大小说法正确的是 ().



- A. 以边 AB 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积最大
- B. 以边 BC 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积最大
- C. 以边 AC 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积最大
- D. 三个不同的立体图形的体积一样大

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查圆锥体积, 直角三角形; 根据圆锥体积公式 $V = \frac{1}{3}sh$ 分别求出体积比较即可.

【详解】 解: 以边 AB 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积:

$$V = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi;$$

以边 BC 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积:

$$V = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi;$$

以边 AC 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积:

设半径为 r

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot r$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \cdot r$$

解得: $r = 2.4$

$$\therefore V = \frac{1}{3} sh = \frac{1}{3} \times \pi \cdot 2.4^2 \cdot 5 = 9.6\pi ,$$

$\therefore$ 以边 BC 所在的直线为轴旋转一周得到的立体图形的体积最大;

故选: B.

三、简答题: (本大题共 6 题, 第 19 题 6 分, 20、21、22 每题 5 分, 23、24 每题 6 分, 共 33 分)

19. 解不等式组 $\begin{cases} 2-5x < 8-6x \\ \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2} \end{cases}$, 并求出所有整数解.

【答案】 0, 1, 2, 3, 4, 5

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握知识点是解题的关键. 分别解每一个不等式, 再取解集的公共部分, 求出不等式组的解集, 找出所有的整数解即可.

【详解】 解: $\begin{cases} 2-5x < 8-6x \\ \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2} \end{cases}$,

解第一个不等式: $2-5x < 8-6x$ 得: $x < 6$,

解第二个不等式: $\frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2}$ 得: $x \geq -\frac{4}{7}$,

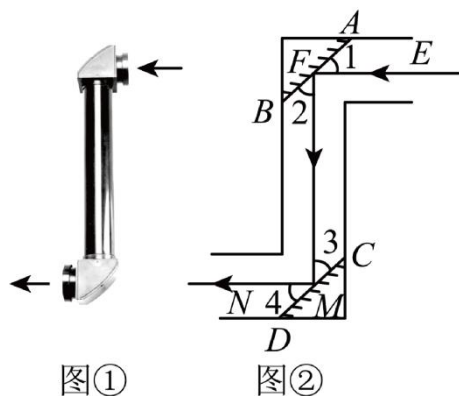
故不等式组的解集为: $-\frac{4}{7} \leq x < 6$,

所有整数解为: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

答: 所有整数解为 0, 1, 2, 3, 4, 5.

20. 在学习“相交线与平行线”一章时, 小新同学所在的小组制作了如图①所示的潜望镜模型并且观察成功. 大家结合实践活动更好地理解潜望镜的工作原理. 图②中, AB 、 CD 代表镜子摆放的位置, 动手制

作模型时，应该保证 AB 与 CD 平行，已知光线经过镜子反射时， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，若 $FM \perp MN$ ，求 $\angle 1$ 的度数.



【答案】 45°

【解析】

【分析】 本题主要考查平行线的判定和性质，根据平行线的性质可得到 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$ ，结合条件可求得 $\angle EFM = \angle FMN$ ，再利用平行线的判定可证明 $MN \parallel EF$ ，由垂线的性质得出答案.

【详解】 解： $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4, \text{ 即 } \angle EFM = \angle FMN,$$

$$\therefore MN \parallel EF,$$

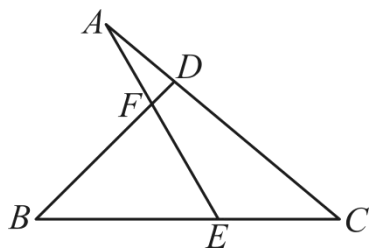
$$\because FM \perp MN,$$

$$\therefore \angle FMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 45^\circ.$$

21. 如图 $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，求 $\angle DFE$ 的度数.



【答案】 105°

【解析】

【分析】先根据三角形的外角性质求出 $\angle ADB$ ，再根据三角形的外角性质计算即可.

【详解】解： $\because \angle ADB = \angle B + \angle C$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，

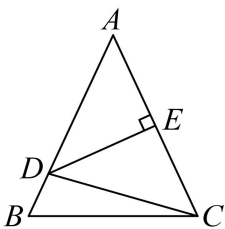
$$\therefore \angle ADB = 40^\circ + 45^\circ = 85^\circ,$$

$$\because \angle DFE = \angle A + \angle ADB, \quad \angle A = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle DFE = 85^\circ + 20^\circ = 105^\circ.$$

【点睛】本题考查的是三角形的外角性质，掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和是解题的关键.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 12\text{cm}$ ， AC 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E ，且 $\triangle BCD$ 的周长为 22cm ，求底边 BC 的长.



【答案】 10cm

【解析】

【分析】本题考查线段垂直平分线的性质，熟练掌握线段垂直平分线的性质是解题关键，由 DE 垂直平分 AC ，可得 $AD = DC$ ，则可求出 $\triangle BDC$ 的周长为 $BC + AB$ ，把 AB 的值代入即可求出 BC .

【详解】解： $\because DE$ 垂直平分 AC ，

$$\therefore AD = DC,$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的周长为 } BC + BD + DC = BC + BD + AD = BC + AB = 22\text{cm},$$

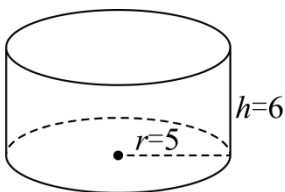
$$\because AB = AC = 12\text{cm},$$

$$\therefore BC + 12 = 22, \text{ 解得 } BC = 10\text{cm},$$

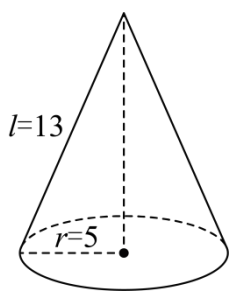
$$\therefore \text{底边 } BC \text{ 的长为 } 10\text{cm}.$$

23. 看图计算：(结果保留 π)

(1) 求下面圆柱体的体积. (单位： cm)



(2) 求下面圆锥体的表面积. (单位： cm)



【答案】(1) $150\pi(\text{cm}^3)$

(2) $90\pi(\text{cm}^2)$

【解析】

【分析】本题主要考查了圆柱的体积，圆锥的表面积计算：

(1) 根据圆柱体的体积计算公式求解即可；

(2) 根据圆锥表面积计算公式求解即可.

【小问 1 详解】

解：圆柱体的体积为 $5^2 \times \pi \times 6 = 150\pi(\text{cm}^3)$,

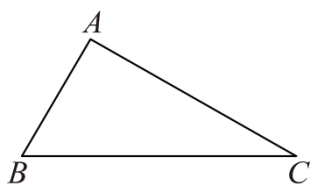
答：圆柱体的体积为 $150\pi(\text{cm}^3)$ ；

【小问 2 详解】

解：圆锥的表面积为 $\pi \times 5 \times 13 + \pi \times 5^2 = 90\pi(\text{cm}^2)$.

答：圆锥体的表面积为 $90\pi(\text{cm}^2)$.

24. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，根据下列要求作图并回答问题：



(1) 定义：三角形的三条边的垂直平分线相交于一点，这个交点叫作三角形的外心. 尺规作图：请画出 $\triangle ABC$ 的外心点 O ；(不要求写画法和结论，保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的图形中， BC 边的垂直平分线交 AC 边于点 D ，连接 BD . 如果 BD 平分 $\angle ABC$ ，那么 $\angle C$ 的度数为_____；

(3) 在 (2) 的图形中，在 BC 边上求作一点 P ，使点 P 到点 A 和点 D 的距离和最短. (不要求写画法和结论，保留作图痕迹)

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle C = 30^\circ$

(3) 见解析

【解析】

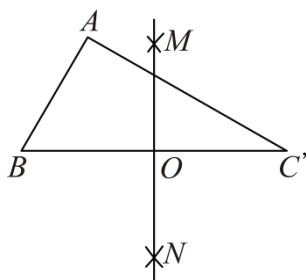
【分析】(1) 作出线段 BC 的垂直平分线 MN 交 BC 于 O ，点 O 即为所求；

(2) 由线段垂直平分线的性质可得 $BD = CD$ ，由等边对等角结合角平分线的定义可得 $\angle ABD = \angle CBD = \angle C$ ，再由三角形内角和定理计算即可得解；

(3) 以 O 为圆心， OD 为半径画弧交 MN 于 E ，连接 AE 交 BC 于 P ，点 P 即为所求.

【小问 1 详解】

解：如图，点 O 即为所求，

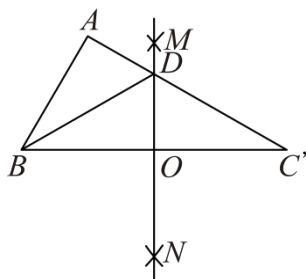


证明：由作图可得： MN 垂直平分 BC ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore OB = OC = OA$ ，即点 O 是 ABC 的外心；

【小问 2 详解】

解：如图：



由作图可得： MN 垂直平分 BC ，

$\therefore BD = CD$ ，

$\therefore \angle C = \angle CBD$ ，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \angle C$ ，

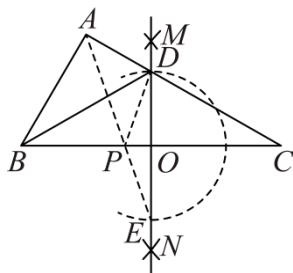
$\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD + \angle CBD + \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 30^\circ$ ；

【小问 3 详解】

解：如图，以 O 为圆心， OD 为半径画弧交 MN 于 E ，连接 AE 交 BC 于 P ，点 P 即为所求，



由作图可得 D 、 E 关于直线 BC 对称，

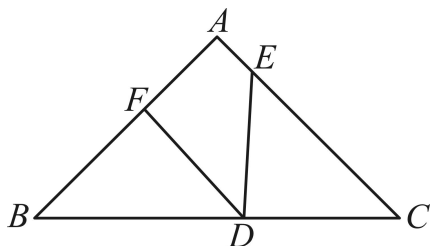
$$\therefore PD = PE,$$

$\therefore$ 由两点之间，线段最短可得， $AP + PD = AP + PE \geq AE$ ，此时点 P 到点 A 和点 D 的距离和最短.

【点睛】本题考查了尺规作图—作垂线，线段垂直平分线的性质，轴对称的性质，三角形内角和定理，角平分线的定义，等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

四、解答题：（本大题共 4 题，第 25 题 5 分，26、27 每题 6 分，第 28 题 8 分，共 26 分）

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AC 、 AB 上，且 $FD = DE$ ， $BF = CD$ ， $\angle FDE = \angle B$ ，请说明 $\angle B = \angle C$



【答案】见解析

【解析】

【分析】根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得 $\angle FDC = \angle B + \angle DFB$ ，再根据 $\angle FDE = \angle B$ ，证明 $\angle DFB = \angle EDC$ ，然后根据边角边定理证明 $\triangle DFB$ 与 $\triangle EDC$ 全等，根据此思路进行解答即可.

【详解】证明： $\because \angle FDC = \angle B + \angle DFB$ （三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和）

$$\text{即 } \angle FDE + \angle EDC = \angle B + \angle DFB$$

$$\text{又 } \because \angle FDE = \angle B \text{（已知）}$$

$$\therefore \angle DFB = \angle EDC$$

在 $\triangle DFB$ 与 $\triangle EDC$ 中

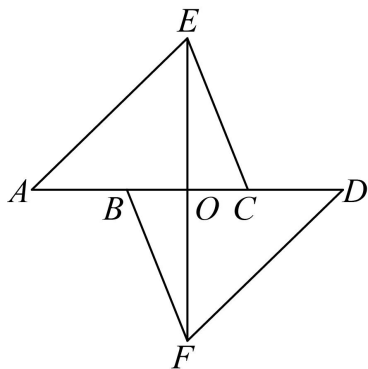
$$FB = ED \text{（已知）}, \angle DFB = \angle EDC, BF = CD \text{（已知）}$$

$$\therefore \triangle DFB \cong \triangle EDC \text{（SAS）}$$

$\therefore \angle B = \angle C$.

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与全等三角形的性质，熟练掌握判定定理与性质定理，理清证明思路是写出理由与步骤的关键.

26. 已知: 如图, A 、 B 、 C 、 D 四点在同一直线上, $AB = CD$, $AE \parallel FD$, $BF \parallel EC$, AD 和 EF 相交于点 O . 求证: $OE = OF$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质，平行线的性质，熟练掌握全等三角形的判定和性质定理是解题的关键. 根据平行线的性质和全等三角形的判定方法证明 $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ 和 $\triangle COE \cong \triangle BOF$, 再根据全等三角形的性质定理即可得到结论.

【详解】 证明: $\because AE \parallel FD, BF \parallel EC$,

$$\therefore \angle A = \angle D, \angle ACE = \angle DBF,$$

$$\because AB = CD,$$

$$\therefore AC = BD,$$

在 $\triangle ACE$ 与 $\triangle DBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AC = DB \\ \angle ACE = \angle DBF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle DBF (ASA),$$

$$\therefore CE = BF,$$

在 $\triangle COE$ 与 $\triangle BOF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OCE = \angle OBF \\ \angle EOC = \angle FOB, \\ CE = BF \end{cases}$$

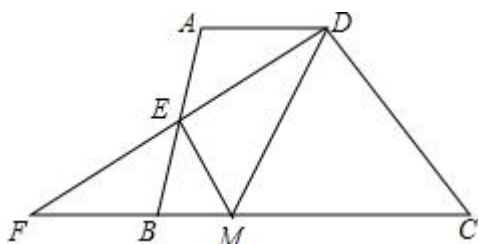
$$\therefore \triangle COE \cong \triangle BOF (AAS),$$

$$\therefore OE = OF.$$

27. 如图，在四边形 ABCD 中，AD//BC，E 是 AB 的中点，连接 DE 并延长交 CB 的延长线于点 F，点 M 在 BC 边上，且 $\angle MDF = \angle ADF$ 。

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ ；

(2) 如果 FM=CM，求证：EM 垂直平分 DF。



【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据 AD//BC，可得 $\angle ADE = \angle F$ ，由 E 是 AB 的中点，可得 AE=BE，从而可以证明 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ ；

(2) 由 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ ，可得 DE=EF，再根据 $\angle MDF = \angle ADF$ ，AD//BC，可以得到 $\angle F = \angle MDF$ ，则 MF=MD，然后根据等腰三角形三线合一，可以证明结论成立。

【详解】证明：(1) $\because$ E 是 AB 的中点，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle F,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BFE$ 中

$$\angle ADF = \angle F, \angle AED = \angle BEF, AE = BE,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BFE (AAS);$$

$$(2) \because \triangle ADE \cong \triangle BFE,$$

$$\therefore DE = EF,$$

$$\because AD \parallel BC, \angle ADF = \angle F, \angle GDF = \angle ADF,$$

$$\therefore \angle F = \angle MDF,$$

$$\therefore MF = MD,$$

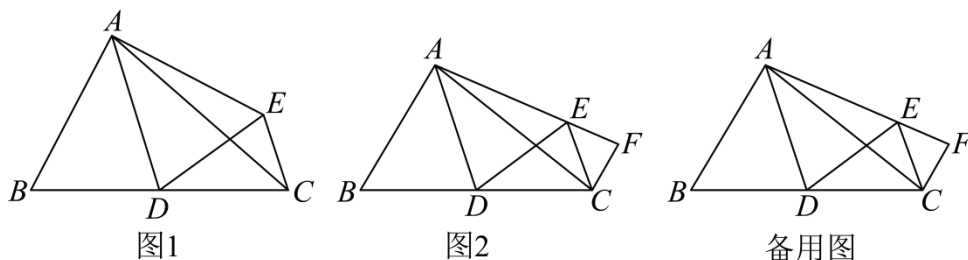
$\therefore \triangle MFD$ 为等腰三角形,

$\therefore DE=EF$,

$\therefore EM$ 垂直平分 DF .

【点睛】 本题考查三角形的全等、平行线的性质、等腰三角形的性质, 解题的关键是正确分析题意, 找出所求问题需要的条件.

28. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 BC 边的中点, 将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折, 点 B 落在点 E 处 (点 E 在直线 BC 上方), 连接 CE .



(1) 在不添加辅助线的前提下, 请找出图 1 中的一个等腰三角形: _____;

(2) 求证: $CE \parallel AD$;

(3) 如图 2, 过点 C 作 AB 的平行线, 交 AE 的延长线于点 F . 求证: $FE = FC$;

(4) 连接 DF , 当 $AD = DF$ 时, 如果 $\triangle ABD$ 是等腰三角形, 那么 $\angle B$ 的度数为_____.

【答案】 (1) $\triangle CDE$

(2) 证明见解析 (3) 证明见解析

(4) 67.5° 或 90°

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的性质和判定, 平行线的性质和判定, 折叠的性质, 注意分情况讨论.

(1) 根据中点定义得 $BD = CD$, 再由折叠的性质得 $BD = DE$, 可得答案;

(2) 根据折叠的性质得 $\angle ADB = \angle ADE$, 再根据等边对等角得 $\angle CED = \angle DCE$, 然后根据平角定义和三角形内角和定义得 $\angle CED = \angle ADE$, 最后根据“内错角相等两直线平行”得出答案;

(3) 根据平行线的性质得 $\angle CAD = \angle ACE, \angle DAE = \angle CEF, \angle BAC = \angle ACF$, 进而得出 $\angle BAD = \angle ECF$, 由折叠的性质得 $\angle BAD = \angle DAE$, 可得 $\angle CEF = \angle ECF$, 最后根据“等角对等边”得出答案;

(4) 先根据等腰三角形的对称性可知 $\angle EGF = 90^\circ$, 进而说明 $\angle DAF = 45^\circ$, 再分三种情况讨论: 当 $AB = AD$ 时, 当 $AB = BD$ 时, 当 $BD = AD$ 时, 结合等腰三角形的性质可得答案.

【小问 1 详解】

解: $\triangle CDE$.

$\because$ 点 D 是 BC 的中点,

$$\therefore BD = CD.$$

根据折叠的性质得 $BD = DE$,

$$\therefore CD = DE,$$

$\therefore \triangle CDE$ 是等腰三角形.

故答案为: $\triangle CDE$;

【小问 2 详解】

证明: 根据折叠的性质得 $\angle ADB = \angle ADE$,

$$\because CD = DE,$$

$$\therefore \angle CED = \angle DCE.$$

$$\because \angle ADB + \angle ADE + \angle CDE = \angle DCE + \angle CED + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = \angle ADE,$$

$$\therefore AD \parallel CE;$$

【小问 3 详解】

证明: $\because CE \parallel AD$,

$$\therefore \angle CAD = \angle ACE, \angle DAE = \angle CEF.$$

$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACF,$$

$$\text{即 } \angle BAD + \angle CAD = \angle ACE + \angle ECF,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ECF.$$

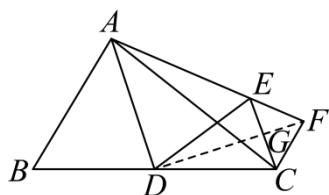
根据折叠的性质得 $\angle BAD = \angle DAE$,

$$\therefore \angle CEF = \angle ECF,$$

$$\therefore EF = CF;$$

【小问 4 详解】

解: 如图, 连接 DF , 交 CE 于点 G ,



由 $DE = CD, EF = CF$, 根据等腰三角形的对称性可知 DG, FG 是 $\triangle CDE, \triangle CEF$ 的高线,

$$\therefore \angle EGF = 90^\circ .$$

$$\because AD \parallel EC ,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle EGF = 90^\circ .$$

$$\because AD = DF ,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle AFD = 45^\circ .$$

当 $AB = AD$ 时, $\angle B = \angle ADB$,

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 2\angle B = \angle DAF = 45^\circ ,$$

解得 $\angle B = 67.5^\circ$;

当 $AB = BD$ 时, $\angle BAD = \angle ADB$,

$$\therefore \angle BAD = \angle DAF = \angle ADB = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ ;$$

当 $BD = AD$ 时, $\angle B = \angle DAB$,

$$\therefore \angle B = \angle BAD = \angle DAF = 45^\circ ,$$

此时 $\angle ADB = 180^\circ - \angle ABD - \angle BAD = 90^\circ$,

又 $\because \angle ADF = 90^\circ$, $BD = CD$, $AD = DF$,

$$\therefore \angle BDF = \angle ADB + \angle ADF = 180^\circ , \quad DF = DC ,$$

$\therefore$ 点 C 、 E 、 F 重叠,

$\because$ 点 E 在直线 BC 上方,

$\therefore \angle B = 45^\circ$ 时, 不符合题意.

综上所述, $\angle B$ 的度数为 67.5° 或 90° .

故答案为: 67.5° 或 90° .