

2024 学年第二学期期末学情诊断

初一数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟) 2025.6

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

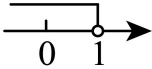
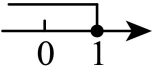
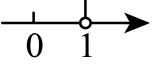
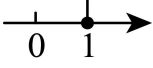
一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确的选项并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列数中是不等式 $2x+3>9$ 的解的是 ()

- A. 0 B. 100 C. -3 D. -4

2. 不等式 $x<1$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A.  B. 
- C.  D. 

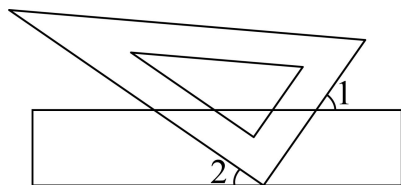
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A=92^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
- C. 钝角三角形 D. 以上三种情况都有可能

4. 下列有关不等式的解法中, 错误的是 ()

- A. $x-2\geq 2$, 两边同加 2, 得 $x\geq 4$ B. $x+6\leq 0$, 两边同减 6, 得 $x\leq -6$
- C. $-x\geq -6$, 两边同乘 -1, 得 $x\geq 6$ D. $-3x\geq -6$, 两边同除以 -3, 得 $x\leq 2$

5. 小明将一块直角三角板摆放在直尺上, 如图, 若 $\angle 1=55^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 25° B. 35° C. 45° D. 55°

6. 如图, 有一个圆锥形冰淇淋, 其底面直径为 6cm, 高为 15cm. 那么这个圆锥形冰淇淋的体积是 ()



- A. $45\pi\text{cm}^3$ B. $135\pi\text{cm}^3$ C. $180\pi\text{cm}^3$ D. $540\pi\text{cm}^3$

7. 下列说法中，错误的是 ()

- A. 两个全等的三角形面积相等 B. 成轴对称的两个三角形全等
C. 成中心对称的两个三角形全等 D. 两个等边三角形全等

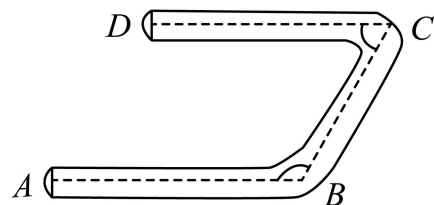
8. 有下列两个命题：①如果 $|m| = |n|$ ，那么 $m = n$ ；②两角对应相等且其中一组等角的平分线相等的两个三角形全等. 对于这两个命题判断正确的是 ()

- A. ①②都是真命题 B. ①是真命题，②是假命题
C. ①是假命题，②是真命题 D. ①②都是假命题

二、填空题 (本大题共 10 题，每题 3 分，满分 30 分)

9. 用适当的不等式表示“ a^2 大于 $2a$ ”为_____.

10. 如图，一个芥形管道 $ABCD$ 的拐角 $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle BCD$ 的度数是_____.

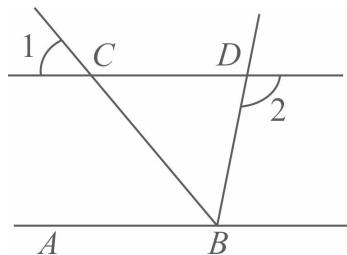


11. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = 2\angle A$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____.

12. 将命题“在三角形中，大边对大角”改写成“如果……，那么……”的形式是_____.

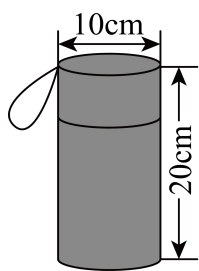
13. 已知一个等腰三角形的两条边长分别为 2cm 和 4cm，则它的底边长是_____ cm.

14. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， BC 平分 $\angle ABD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小为_____.

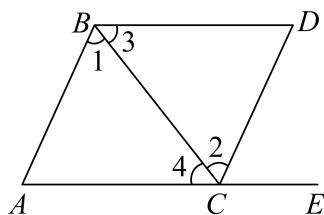


15. 小海的圆柱形水壶有一个布套(如图，含侧面和两个底面)，其底面直径为 10cm，母线长为 20cm. 他

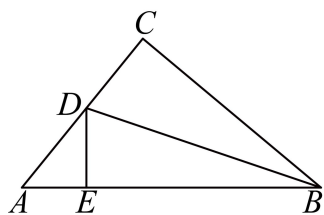
做这个布套至少用的布料为_____ cm^2 . (结果保留 π)



16. 给定如图所示的图形 (不再添线), 点 E 在 AC 的延长线上, 请添加一个条件_____作为已知条件, 通过推理能得到 $AB \parallel CD$ (只需填写一个满足的条件)



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. 若 $\triangle CBD \cong \triangle EBD$, 则 $\triangle ADE$ 的周长为_____ cm .

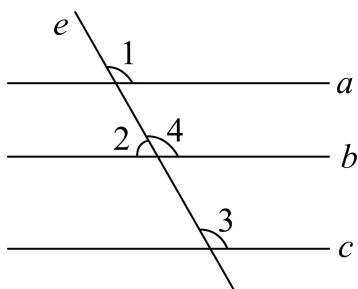


18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 点 D 在边 AB 上且 $AC = AD$, 连接 CD , 点 G 在线段 CD 上 (不与点 C 、 D 重合), 直线 l 过点 D , 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 l 翻折 (点 G 关于直线 l 的对称点为点 P). 若点 P 在过点 G 且与 AB 平行的直线上, 那么 $\angle ADP$ 的度数为_____ $^\circ$.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 46 分)

19. 解不等式组
$$\begin{cases} 2x+1 > 3 & \text{①} \\ x-1 \leq \frac{5-x}{3} & \text{②} \end{cases}$$

20. 如图, 已知直线 a 、 b 、 c 被直线 e 所截. 若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 1 = 120^\circ$, 且 $b \parallel c$, 求 $\angle 3$ 的度数. 把以下解答过程补充完整.



解：如图，将与 $\angle 2$ 相邻的补角记为 $\angle 4$ ．

$$\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ, \quad \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4.$$

$$\therefore a \parallel b (\text{同旁内角互补}).$$

$$\because b \parallel c,$$

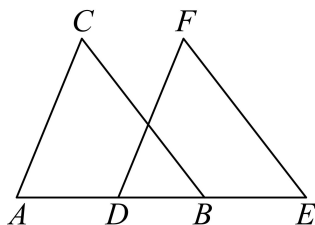
$$\therefore \text{————} \parallel \text{————} (\text{————})$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 (\text{同位角}).$$

$$\because \angle 1 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \text{————}^\circ.$$

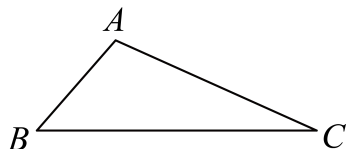
21. 如图，点 A 、 D 、 B 、 E 在同一条直线上， $AD = BE$ ， $AC = DF$ ， $BC = EF$ ．



(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

(2) 若 $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle E = 50^\circ$ ，求证： $EF = ED$ ．

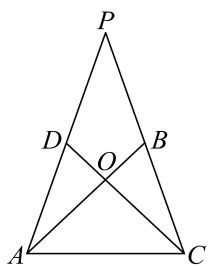
22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线与 BC 交于点 D ．



(1) 尺规作图：请用无刻度的直尺和圆规，在线段 BC 上作点 D （要求：不写作法，保留作图痕迹）；

(2) 连接 AD ．如果 $\angle ADC = 96^\circ$ ， $\angle CAD$ 与 $\angle DAB$ 的度数之比为 $5:4$ ，那么 $\angle BAC$ 的度数是多少？

23. 如图，已知：在 $\triangle PAC$ 中，点 D 、 B 分别在边 PA 、 PC 上， AB 与 CD 相交于点 O ， $\angle ADC = \angle ABC$ ， $AD = BC$ ．



(1) 求证: $PA = PC$;

(2) 连接 PO 并延长交 AC 于点 E , 求证: $PE \perp AC$.

24. 某数学学习小组成员康康、小海、欢欢和乐乐等同学继续对课本18.3等边三角形开展了深入探究.

问题回顾: 课本中有例题, 证明: 有一个内角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形. 如图1. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$. 需要对三个内角分别等于 60° 的各种情况进行讨论, 其中 $\angle B = 60^\circ$ 和 $\angle C = 60^\circ$ 是类似的, 故只要分两种情况讨论.

①当 $\angle B = 60^\circ$ 时, 那么可以证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形;

②当 $\angle A = 60^\circ$ 时, 那么可以证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

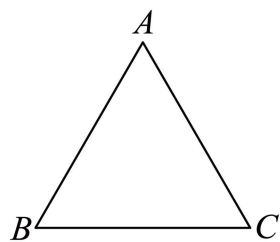


图1

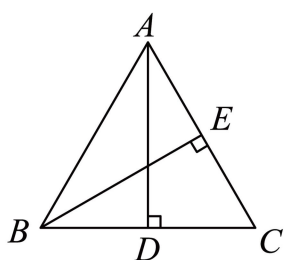
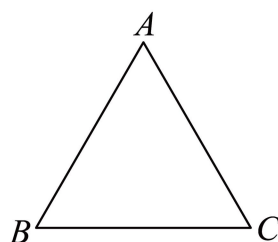


图2



备用图

(1) 请写出情况①的证明过程;

问题探究:

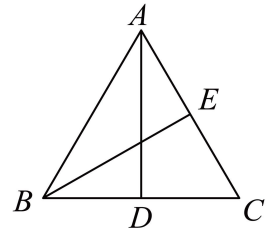
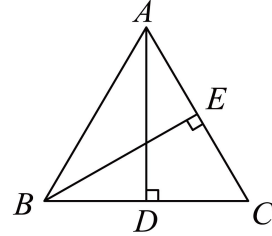
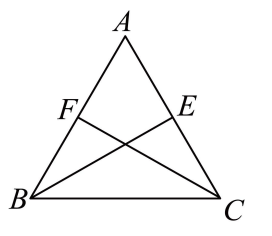
于是, 康康提出了一个问题: 我们将上题中的条件“有一个内角等于 60° ”替换为“底边上的高和腰上的高对应相等”, 如图2. 即: 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, 垂足分别为点 D 、 E , 且 $AD = BE$, 求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形.

(2) 请写出证明过程;

问题拓展:

由此启发, 该小组猜想: 在等腰三角形中, 如果以“一边(底边或腰)上的高”“一边(底边或腰)上的中线”或“一角(顶角或底角)的角平分线”中的两个条件, 加以组合(也就是形成一组须同时满足的关系), 使它们对应相等, 是否还能新构成一个能判定一个等腰三角形是等边三角形的条件?

基于此, 小组成员小海、欢欢、乐乐进行了探索, 并分别提供了自己的已知、求证和图形.

小海	欢欢	乐乐
已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$，中线 $AD =$ 中 线 BE。求证：$\triangle ABC$ 是等 边三角形。 	已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$，角平分线 $AD =$ 高 BE。求证：$\triangle ABC$ 是等 边三角形。 	已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$，角平分线 $BE =$ 角平分线 CF。求证： $\triangle ABC$ 是等边三角形。 

(3) 你认为_____ (填小海、欢欢、乐乐其中一个) 的探究是正确的，并写出该证明过程。

25. 设平面上的三个点 A 、 B 、 C ，需确定点 P 的位置，使 $PA + PB + PC$ 最小。

当点 A 、 B 、 C 共线时，点 P 应取三点中居中的点。当点 A 、 B 、 C 不共线时，分成两类： $\triangle ABC$ 有一个内角大于或等于 120° 和 $\triangle ABC$ 的三个内角均小于 120° 。约1640年，法国数学家费马 (*Pierre de Fermat*，1601—1665) 提出了这个问题，此问题中求得的点 P 也称为费马点，并由意大利数学家托里拆利首次证明。

下面来探究当点 A 、 B 、 C 不共线时的情况：

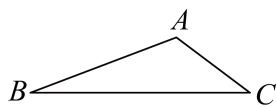


图1

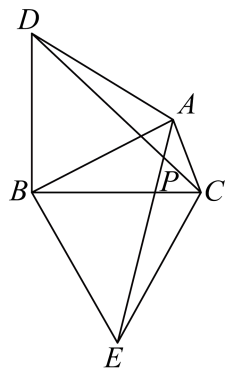


图2

(1) 如图1，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 120^\circ$ 时，_____ 为所求费马点。

(2) 如图2，已知：在 $\triangle ABC$ 中，最大角 $\angle BAC < 120^\circ$ 时，

我们可以快速找到这类三角形的费马点，作法如下：分别以 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 为边向外作等边三角形 ABD 和等边三角形 BCE ，此时 CD 和 AE 交于一点 P ，点 P 就是所求的费马点。

①请找出图中与 AE 相等的线段，并说明理由；

②为了验证作图中找到的点 P 就是费马点，连接 BP 。

求证： $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$ 。