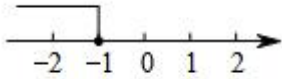


2024-2025 学年期末模拟冲刺卷

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 关于的不等式 $3x - 2a \leq -2$ 的解集如图所示, 则 a 的值为()



- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. -1 D. $-\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】 【分析】

本题考查了在数轴上表示不等式的解集. 不等式的解集在数轴上表示出来的方法: “>” 空心圆点向右画折线, “≥” 实心圆点向右画折线, “<” 空心圆点向左画折线, “≤” 实心圆点向左画折线.

首先用 a 表示出不等式的解集, 然后解出 a .

【解答】

解: 根据图示知, 原不等式的解集是: $x \leq -1$;

又 $\because 3x - 2a \leq -2$,

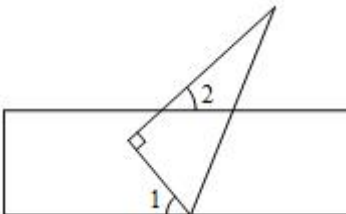
$$\therefore x \leq \frac{-2+2a}{3},$$

$$\therefore \frac{-2+2a}{3} = -1,$$

$$\text{解得, } a = -\frac{1}{2}$$

故选: D.

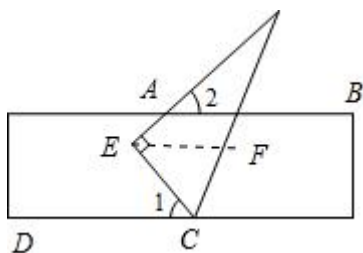
2. 如图, 一块直角三角尺的一个顶点落在直尺的一边上, 若 $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为()



- A. 45° B. 55° C. 65° D. 75°

【答案】B

【解析】解：如图，作 $EF \perp AB$ ，



$$\because AB \perp CD,$$

$$\therefore AB \parallel EF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle AEF = 35^\circ, \angle 1 = \angle FEC,$$

$$\because \angle AEC = 90^\circ,$$

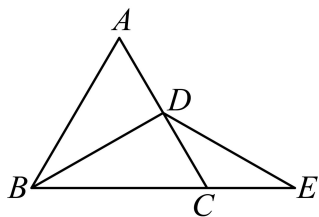
$$\therefore \angle 1 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ,$$

故选 B.

根据平行线的性质和直角的定义解答即可.

此题考查平行线的性质，关键是根据平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle AEF = 35^\circ$ ， $\angle 1 = \angle FEC$.

3.如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，BD 是 AC 边上的中线，延长 BC 至点 E，使 $CE = CD$ ，若 $DE = 4$ ，则 $BD =$ ()



A. 2

B. 4

C. $2\sqrt{3}$

D. $4\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】【分析】本题主要考查了等边三角形的性质，等腰三角形的性质与判定，三角形外角的性质，先由等边三角形的性质得到 $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，再由等边对等角和三角形外角的性质得到 $\angle E = \angle CDE = 30^\circ$ ，则 $\angle E = \angle DBC$ ，即可得到 $BD = DE = 4$.

【详解】解： $\because$ 在等边 $\triangle ABC$ 中，BD 是 AC 边上的中线，

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ, \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\because CE = CD,$$

$$\therefore \angle E = \angle CDE,$$

$$\because \angle ACB = \angle E + \angle CDE,$$

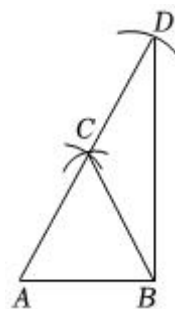
$$\therefore \angle E = \angle CDE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle DBC,$$

$$\therefore BD = DE = 4,$$

故选：B.

4.如图，木工师傅在板材边角处作直角时，往往使用“三弧法”，其作法是：①作线段AB，分别以点A、B为圆心，以AB长为半径作弧，两弧的交点为C；②以点C为圆心，仍以AB长为半径作弧交AC的延长线于点D；③连结BD、BC.则下列说法不正确的是()



A. $\triangle ABC$ 是等边三角形

B. $BD = 2BC$

C. 点C在BD的垂直平分线上

D. $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCD$ 的面积相等

【答案】B

【解析】解：由作法得：AC = BC = AB = CD，

$\therefore \triangle ABC$ 是正三角形，点C在BD的垂直平分线上， $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCD$ 的面积相等，故B，C，D选项正确，不符合题意；

$$\therefore \angle A = \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ, \angle D = \angle CBD, AD = 2BC,$$

$$\because \angle ACB = \angle D + \angle CBD,$$

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore AD > BD,$$

即 $BD \neq 2BC$ ，故A选项错误，符合题意；

故选：B.

由作法得：AC = BC = AB = CD， $\triangle ABC$ 是正三角形，点C在BD的垂直平分线上， $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCD$ 的面积相等，再结合三角形外角的性质可得 $\angle CBD = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ$ ，从而得到 $\angle ABD = 90^\circ$ ，即可求解.

本题主要考查了尺规作图，掌握等边三角形的判定和性质，三角形外角的性质等知识是解题的关键.

5.若关于x的不等式组 $\begin{cases} 3x - 5 \geq 1 \\ 2x - a < 8 \end{cases}$ 有且只有3个整数解，则a的取值范围是()

A. $0 \leq a \leq 2$

B. $0 \leq a < 2$

C. $0 < a \leq 2$

D. $0 < a < 2$

【答案】C

【解析】 【分析】

本题考查了解一元一次不等式组，一元一次不等式组的整数解的应用，解此题的关键就是根据整数解的个数求出关于 a 的不等式组.

先求出不等式组的解集(含有字母 a)，利用不等式组有三个整数解，逆推出 a 的取值范围即可.

【解答】

解：解不等式 $3x - 5 \geq 1$ ，得： $x \geq 2$ ，

解不等式 $2x - a < 8$ ，得： $x < \frac{8+a}{2}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为： $2 \leq x < \frac{8+a}{2}$ ，

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 3x - 5 \geq 1 \\ 2x - a < 8 \end{cases}$ 有三个整数解，

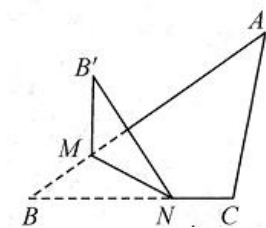
$\therefore$ 三个整数解为： 2, 3, 4,

$\therefore 4 < \frac{8+a}{2} \leq 5$ ，

解得： $0 < a \leq 2$ ，

故选：C.

6.如图，在 $\triangle ABC$ 中， M ， N 分别是边 AB ， BC 上的点，将 $\triangle BMN$ 沿 MN 折叠，使点 B 落在点 B' 处. 若 $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle BNM = 28^\circ$ ，则 $\angle AMB'$ 的度数为()



A. 30°

B. 37°

C. 54°

D. 63°

【答案】C

【解析】 【分析】

本题考查了全等三角形的性质，三角形的内角和，外角的性质，解题的关键是证明 $\triangle BMN \cong \triangle B'MN$. 由折叠的性质，得 $\triangle BMN \cong \triangle B'MN$ ，得 $\angle BMN = \angle B'MN$ ，再求出 $\angle BMN$ ， $\angle AMN$ 的度数，即可得答案.

【解答】

解： $\because \triangle BMN$ 沿 MN 折叠，使点 B 落在点 B' 处，

$$\therefore \triangle BMN \cong \triangle B' MN,$$

$$\therefore \angle BMN = \angle B' MN,$$

$$\because \angle B = 35^\circ, \angle BNM = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle BMN = 180^\circ - 35^\circ - 28^\circ = 117^\circ, \angle AMN = 35^\circ + 28^\circ = 63^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB' = \angle B' MN - \angle AMN = 117^\circ - 63^\circ = 54^\circ,$$

故选: C.

二、填空题: 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。

7. 若 $2x + y = 1$, 且 $0 < y < 1$, 则 x 的取值范围为_____.

【答案】 $0 < x < \frac{1}{2}$

【解析】 解: 由 $2x + y = 1$ 得 $y = -2x + 1$,

根据 $0 < y < 1$ 可知,

当 $y = 0$ 时, x 取得最大值, 且最大值为 $\frac{1}{2}$,

当 $y = 1$ 时, x 取得最小值, 且最小值为 0 ,

所以 $0 < x < \frac{1}{2}$.

故答案为: $0 < x < \frac{1}{2}$.

由 $2x + y = 1$ 得 $y = -2x + 1$, 根据 $k = -2 < 0$ 可得, 当 $y = 0$ 时, x 取得最大值, 当 $y = 1$ 时, x 取得最小值, 将 $y = 0$ 和 $y = 1$ 代入解析式, 可得答案.

本题考查了一元一次不等式的性质. 利用不等式的性质结合 y 的取值范围确定出 x 的取值范围是解答的关键.

8. 给出下列说法:

①两条直线被第三条直线所截, 同位角相等;

②平面内的一条直线和两条平行线中的一条相交, 则它与另一条也相交;

③相等的两个角是对顶角;

④从直线外一点到这条直线的垂线段, 叫做这点到直线的距离, 其中正确的有_____.

【答案】 ②

【解析】 【分析】

本题考查了平行线的性质, 对顶角, 点到直线的距离, 解题的关键是了解平行线的性质、对顶角的概念及点到直线的距离的定义. 利用平行线的性质、对顶角及点到直线的距离的定义分别判断后即可解答.

【解答】

解：①两条直线被第三条直线所截，同位角不一定相等，故错误；

②平面内的一条直线和两条平行线中的一条相交，则它与另一条也相交，故正确；

③相等的两个角不一定是对顶角，故错误；

④从直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做这点到直线的距离，故错误.

故答案为②.

9.不等式组 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围为_____.

【答案】 $a \leq 2$

【解析】 【分析】

本题主要考查的是一元一次不等式组的解集的有关知识，根据方程组无解直接求解即可.

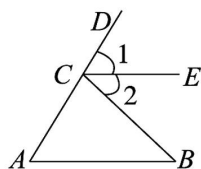
【解答】

解： $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$ 无解，

$\therefore a \leq 2$,

故答案为 $a \leq 2$.

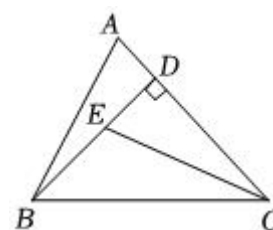
10.如图，请写出能判定 $CE \parallel AB$ 的一个条件：_____.



【答案】答案不唯一，如 $\angle B = \angle 2$

【解析】略

11.如图，在 $\triangle ABC$ 中， BD 是 AC 边上的高， $\angle A = 72^\circ$ ， CE 平分 $\angle ACB$ 交 BD 于点 E ， $\angle BEC = 115^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为_____.



【答案】 58°

【解析】解：由题意可得：

$\angle BDC = 90^\circ$,

$\because \angle BEC = 115^\circ$,

$$\therefore \angle DCE = \angle BEC - \angle CDE = 115^\circ - 90^\circ = 25^\circ,$$

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle BCD = 2\angle DCE = 2 \times 25^\circ = 50^\circ,$$

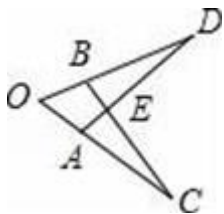
$$\because \angle A = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 180^\circ - 72^\circ - 50^\circ = 58^\circ,$$

故答案为: 58° .

由三角形外角的性质, 得到 $\angle DCE = 25^\circ$, 进而得到 $\angle BCD = 50^\circ$, 再根据三角形内角和定理求解即可. 本题考查了三角形角平分线、中线和高, 三角形内角和定理与三角形外角的性质, 正确记忆相关知识点是解题关键.

12. 如图, $OA = OB$, $OC = OD$, $\angle O = 60^\circ$, $\angle C = 25^\circ$, 则 $\angle BED$ 等于_____.



【答案】 70°

【解析】 【分析】

本题主要考查了三角形的内角和外角之间的关系以及全等三角形的判定以及性质.

(1) 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和;

(2) 三角形的内角和是 180° 度. 求角的度数常常要用到“三角形的内角和是 180° ”这一隐含的条件.

利用已知条件证明 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$, 再根据全等三角形的性质就得到 $\angle D = \angle C$, 然后就可以求出.

【解答】 解: 在 $\triangle OAD$ 和 $\triangle OBC$ 中,

$$\begin{cases} OA = OB \\ \angle O = \angle O, \\ OC = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OBC,$$

$$\therefore \angle D = \angle C = 25^\circ,$$

$$\because \angle DBE = \angle O + \angle C = 85^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = 180^\circ - 25^\circ - 85^\circ = 70^\circ.$$

故答案为 70° .

13. 若一个 30° 角的两边分别与另一个角的两边平行, 则另一个角为_____.

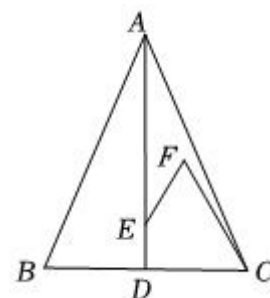
【答案】 30° 或 150°

【解析】解：若一个 30° 角的两边分别与另一个角的两边平行，则另一个角为 30° 或 150° ，
故答案为： 30° 或 150° 。

根据如果一个角的两边分别与另一个角的两边平行，那么这两个角相等或互补，即可解答。

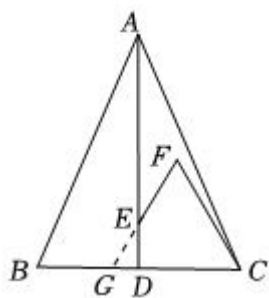
本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键。

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 E 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 上一点，点 F 在 $\triangle ABC$ 的内部，连接 EF ， CF ，使 $\angle BCF = \angle F = 60^\circ$ 。若 $CF = 9$ ， $EF = 5$ ，
则 $BC =$ _____。



【答案】 14

【解析】解：延长 FE 交 BC 于点 G ，



$$\because \angle BCF = \angle F = 60^\circ,$$

$$\therefore FG = CG,$$

$\therefore \triangle FCG$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle FGC = 60^\circ, FC = FG = CG = 9,$$

$$\because EF = 5,$$

$$\therefore EG = FG - EF = 9 - 5 = 4,$$

$$\because AB = AC, AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore BC = 2CD, \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GED = 90^\circ - \angle FGC = 30^\circ,$$

$$\therefore DG = \frac{1}{2}EG = 2,$$

$$\therefore CD = CG - DG = 9 - 2 = 7,$$

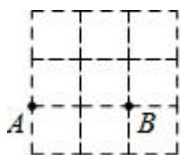
$$\therefore BC = 2CD = 14,$$

故答案为: 14.

延长 FE 交 BC 于点 G , 根据已知易得: $\triangle FCG$ 是等边三角形, 从而利用等边三角形的性质可得 $\angle FGC = 60^\circ$, $FC = FG = CG = 9$, 进而可得 $EG = 4$, 然后利用等腰三角形的性质可得 $BC = 2CD$, $\angle ADB = 90^\circ$, 从而可得 $\angle GED = 30^\circ$, 再在 $Rt \triangle DEG$ 中, 利用含 30° 度角的直角三角形的性质可得 $DG = 2$, 从而可得 $CD = 7$, 最后进行计算即可解答.

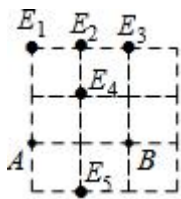
本题考查了等腰三角形的性质, 等边三角形的判定与性质, 根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

15. 如图, 在 3×3 的网格中有 A 、 B 两点, 任取一个格点 E , 则满足 $\triangle EAB$ 是等腰三角形的点 E 有_____个.



【答案】5

【解析】解: 如图,



满足 $\triangle EAB$ 是等腰三角形的点 E 有 5 个,

故答案为: 5.

根据等腰三角形的判定可得答案.

本题考查等腰三角形的判定, 解题的关键是学会分类讨论, 注意不能漏解.

16. 当三角形中一个内角 β 是另外一个内角 α 的 0.5 时, 我们称此三角形为“友好三角形”. 如果一个“友好三角形”中有一个内角为 54° , 那么这个“友好三角形”的“友好角 α ”的度数为_____.

【答案】 54° 或 108° 或 84°

【解析】解: (1) 当三角形中一个内角 $\alpha = 54^\circ$ 时,

“友好角 α ”的度数为 54° ;

(2) 当三角形中一个内角 $\beta = 54^\circ$ 时,

由题意: $\alpha = 54^\circ \div 0.5 = 108^\circ$.

$\therefore$ “友好角 α ”的度数为 108° ;

(3)当 54° 角既不是 a 也不是 β 时,

$$\because \alpha + \beta + 54^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{2}\alpha + 54^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore a = 84^\circ.$$

$\therefore$ “友好角 a ” 的度数为 84° .

故答案为: 54° 或 108° 或 84° .

当 $a = 54^\circ$ 时, 当 $\beta = 54^\circ$ 时, 当 54° 既不是 a 也不是 β 时, 分类讨论得结论.

本题主要考查了三角形的内角和定理, 掌握三角形的内角和定理、分类讨论的思想方法及理解 “友好三角形” 的定义是解决本题的关键.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 共 12 分.

17. 解下列不等式(组), 并把解集在数轴上表示出来.

$$(1) \frac{x-4}{2} - 5 \leq \frac{5x-2}{2}; (2) \begin{cases} \frac{x-3}{2} + 4 \geq x+2, \\ 3-3(x-1) < 10+x. \end{cases}$$

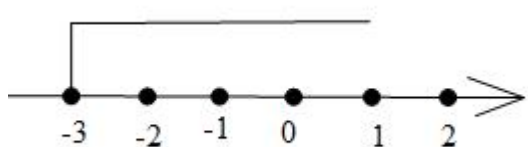
【答案】解: (1) 去分母可得: $x-4-10 \leq 5x-2$,

移项可得: $x-5x \leq 10+4-2$,

合并同类项可得: $-4x \leq 12$,

系数化为 1 可得: $x \geq -3$.

在数轴上表示为:



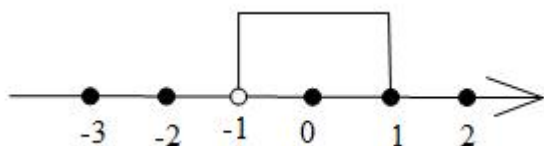
$$(2) \begin{cases} \frac{x-3}{2} + 4 \geq x+2 \textcircled{1} \\ 3-3(x-1) < 10+x \textcircled{2} \end{cases}$$

解不等式①可得: $x \leq 1$,

解不等式②可得: $x > -1$,

则该不等式组的解集为 $-1 < x \leq 1$,

在数轴上表示为:

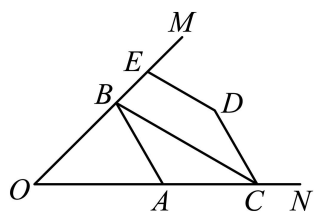


【解析】 本题考查解一元一次不等式组的解法，一元一次不等式的解法，在数轴上表示不等式解集，在数轴上表示不等式组的解集有关知识.

(1)对不等式去分母，移项，合并同类项，系数化为 1，最后再在数轴表示解集即可；

(2)先求出各个不等式，然后求出公共解集，最后再在数轴表示即可.

18.如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC + \angle D = 180^\circ$.



(1)求证: $BC \parallel DE$;

(2)若CB平分 $\angle OCD$ ， $\angle DEO = 100^\circ$ ， $\angle OAB = 60^\circ$ ，求 $\angle ABO$ 的度数.

【答案】 (1)证明: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BCD = \angle ABC,$$

$$\because \angle ABC + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore BC \parallel DE;$$

(2)解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle OCD = \angle OAB = 60^\circ,$$

$$\because CB \text{ 平分 } \angle OCD,$$

$$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle OCD = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 30^\circ,$$

$$\because BC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle DEO = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle OBC - \angle ABC = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ.$$

【解析】 1.

由平行线的性质得 $\angle BCD = \angle ABC$ ，即得 $\angle BCD + \angle D = 180^\circ$ ，由平行线的判定即可求证；

2.

由平行线的性质得 $\angle OCD = \angle OAB = 60^\circ$ ，由角平分线的定义得 $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle OCD = 30^\circ$ ，即得 $\angle ABC = \angle BCD = 30^\circ$ ，又由平行线的性质得 $\angle OBC = \angle DEO = 100^\circ$ ，最后根据角的和差即可求解；
 本题考查了平行线的判定和性质，角平分线的定义，掌握平行线的判定和性质是解题的关键。

四、解答题：本题共 6 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.(本小题 4 分)

当 k 满足什么条件时，关于 x 的方程 $4(2x - 5k) - 3 = -(x - 7k)$ 的解是正数？

【答案】 当 $k > -\frac{1}{9}$ 时，关于 x 的方程 $4(2x - 5k) - 3 = -(x - 7k)$ 的解是正数。

【解析】 解：解关于 x 的方程 $4(2x - 5k) - 3 = -(x - 7k)$ 得， $x = \frac{27k+3}{9}$ ，

由题意知 $\frac{27k+3}{9} > 0$

解得 $k > -\frac{1}{9}$ ，

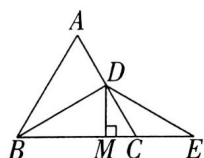
即当 $k > -\frac{1}{9}$ 时，关于 x 的方程 $4(2x - 5k) - 3 = -(x - 7k)$ 的解是正数。

首先把 k 作为已知数，然后按照解分式方程的方法求出方程的解，接着根据方程的解为正数可以得到关于 k 的不等式，解不等式即可确定 m 的取值范围。

本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘或除以同一个负数不等号方向要改变。

20.(本小题 6 分)

如图，已知等边三角形 ABC 中， D 是 AC 的中点，连接 BD ， E 是 BC 延长线上的一点，且 $CE = CD$ ， $DM \perp BC$ ，垂足为 M 。求证： M 是 BE 的中点。



【答案】∵在等边三角形 ABC 中， D 是 AC 的中点，∴ $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ．∵ $CE = CD$ ，∴ $\angle CDE = \angle E$ ．∵ $\angle ACB = \angle CDE + \angle E$ ，∴ $\angle E = 30^\circ$ ，∴ $\angle DBC = \angle E = 30^\circ$ ，∴ $BD = ED$ ， $\triangle BDE$ 为等腰三角形．又∵ $DM \perp BC$ ，∴ M 是 BE 的中点．

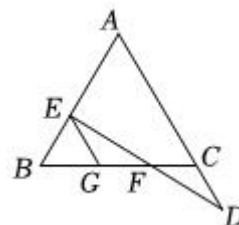
【解析】略

21.(本小题 6 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 在 AB 边上，且点 E 不与点 A ， B 重合，点 D 在 AC 的延长线上， ED 交 BC 于点 F ，过点 E 作 $EG \parallel AC$ 交 BC 于点 G ．

(1)若点 F 是 ED 的中点，求证： $\triangle EGF \cong \triangle DCF$ ；

(2)在(1)的条件下，若 $BE = DC = CF$ ， $\angle D = 20^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数．



【答案】证明见解答过程；

100° ．

【解析】(1)证明：∵ $EG \parallel AC$ ，

$$\therefore \angle GEF = \angle D,$$

∵点 F 是 ED 的中点，

$$\therefore EF = DF,$$

在 $\triangle EGF$ 和 $\triangle DCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle GEF = \angle D \\ EF = DF \\ \angle GFE = \angle CFD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EGF \cong \triangle DCF (ASA);$$

(2)解：∵ $DC = CF$ ， $\angle D = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle CFD = \angle D = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle GFE = \angle CFD = 20^\circ,$$

$$\therefore \triangle EGF \cong \triangle DCF,$$

$$\therefore EG = DC, \angle GEF = \angle D = 20^\circ,$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BGE &= \angle GEF + \angle GFE = 40^\circ, \\ \because BE &= DC, \\ \therefore BE &= EG, \\ \therefore \angle B &= \angle BGE = 40^\circ, \\ \therefore \angle BEG &= 180^\circ - \angle B - \angle BGE = 100^\circ, \\ \because EG &\parallel AC, \\ \therefore \angle A &= \angle BEG = 100^\circ. \end{aligned}$$

(1)根据平行线的性质求出 $\angle GEF = \angle D$ ，根据中点的定义求出 $EF = DF$ ，利用ASA即可证明

$$\triangle EGF \cong \triangle DCF;$$

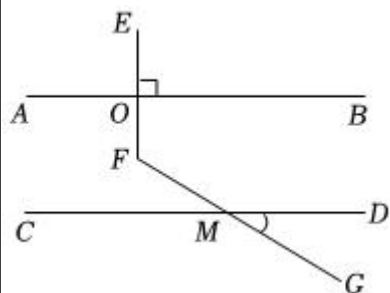
(2)根据全等三角形的性质、等腰三角形的性质、三角形外角性质求出 $\angle B = \angle BGE = 40^\circ$ ，再根据三角形内角和定理及平行线的性质求解即可.

此题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质、三角形内角和定理、三角形外角性质等知识，熟记有关定理是解题的关键.

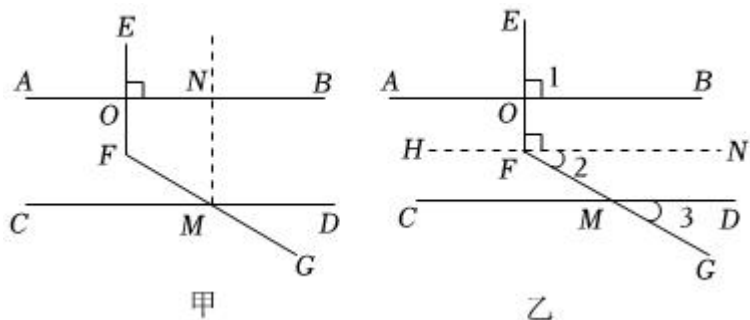
22.(本小题 8 分)

在学完了《相交线与平行线》后，课上李教师呈现了这样一个问题：

已知，如图， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp EF$ ，垂足为点 O ， FG 交 CD 于点 M ，若 $\angle EFM = 126^\circ$ ，试求 $\angle DMG$ 的度数.



爱棣、爱民两位同学用不同的方法添加辅助线解决问题，如图：



(1)爱棣同学利用图甲给出了不完整的解题过程，请你帮他将过程补充完整：

解：过点 M 作 $MN \parallel EF$ ，交 AB 于 N 。

$$\because MN \parallel EF,$$

$$\therefore \angle EON = \angle ONM (\text{———}),$$

$$\therefore \angle EFM = \angle NMG (\text{———}),$$

$$\text{又} \because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \text{———} (\text{两直线平行，内错角相等}),$$

$$\therefore \text{———} = \angle EON (\text{等量代换}),$$

$$\text{又} \because EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle EON = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DMG = \text{———} (\text{直接填度数}).$$

(2)请你根据爱民同学在乙图添加的辅助线写出求解过程。

【答案】 两直线平行，内错角相等；两直线平行，同位角相等； $\angle ONM = \angle DMN$ ； $\angle DMN$ ； 36° ； $\angle DMG$ 的度数为 36° 。

【解析】 解：(1)过点 M 作 $MN \parallel EF$ ，交 AB 于 N ，

$$\because MN \parallel EF,$$

$$\therefore \angle EON = \angle ONM (\text{两直线平行，内错角相等}),$$

$$\therefore \angle EFM = \angle NMG (\text{两直线平行，同位角相等}),$$

$$\text{又} \because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ONM = \angle DMN (\text{两直线平行，内错角相等}),$$

$$\therefore \angle DMN = \angle EON (\text{等量代换}),$$

$$\text{又} \because EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle EON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DMG = 36^\circ (\text{直接填度数}),$$

故答案为：两直线平行，内错角相等；两直线平行，同位角相等； $\angle ONM = \angle DMN$ ； $\angle DMN$ ； 36° ；

(2)过点 F 作 $HN \parallel AB$ ，

$$\because AB \perp EF,$$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel HN,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EFN = 90^\circ,$$

$$\because \angle EFM = 126^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle EFM - \angle EFN = 36^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore HN \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle DMG \text{的度数为 } 36^\circ.$$

(1)过点M作MN//EF, 交AB于N, 先利用平行线的性质可得 $\angle EON = \angle ONM$, $\angle EFM = \angle NMG$, 再根据平行线的性质可得 $\angle ONM = \angle DMN$, 从而利用等量代换可得 $\angle DMN = \angle EON$, 然后根据垂直定义可得 $\angle EON = 90^\circ$, 从而可得 $\angle DMN = 90^\circ$, 最后利用角的和差关系进行计算, 即可解答;

(2)过点F作HN//AB, 根据垂直定义可得 $\angle 1 = 90^\circ$, 再根据平行线的性质可得 $\angle 1 = \angle EFN = 90^\circ$, 从而可得 $\angle 2 = 36^\circ$, 然后根据平行于同一条直线的两条直线平行可得 $HN \parallel CD$, 从而利用平行线的性质可得 $\angle 2 = \angle 3 = 36^\circ$, 即可解答.

本题考查了平行线的性质, 根据题目的已知条件并结合图形进行分析是解题的关键.

23.(本小题 8 分)

某街道组织志愿者活动, 选派志愿者到小区服务. 若每一个小区安排 4 人, 那么还剩下 78 人; 若每个小区安排 8 人, 那么最后一个小区不足 8 人, 但不少于 4 人. 求这个街道共选派了多少名志愿者?

【答案】解: 设共到x个小区服务, 则共有志愿者 $(4x + 78)$ 人,

$$\text{依题意, 得: } \begin{cases} 4x + 78 \geq 8(x - 1) + 4 \\ 4x + 78 < 8x \end{cases},$$

$$\text{解得: } 19.5 < x \leq 20.5,$$

又 $\because x$ 为正整数,

$$\therefore x = 20,$$

$$\therefore 4x + 78 = 158.$$

答: 这个街道共选派了 158 名志愿者.

【解析】 本题考查了一元一次不等式组的应用, 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式组是解题的关键. 设共到x个小区服务, 则共有志愿者 $(4x + 78)$ 人, 根据“若每个小区安排 8 人, 那么最后一个小区不足 8 人, 但不少于 4 人”, 即可得出关于x的一元一次不等式组, 解之即可得出x的取值范围, 将其中的正整数值代入 $(4x + 78)$ 中即可求出结论.

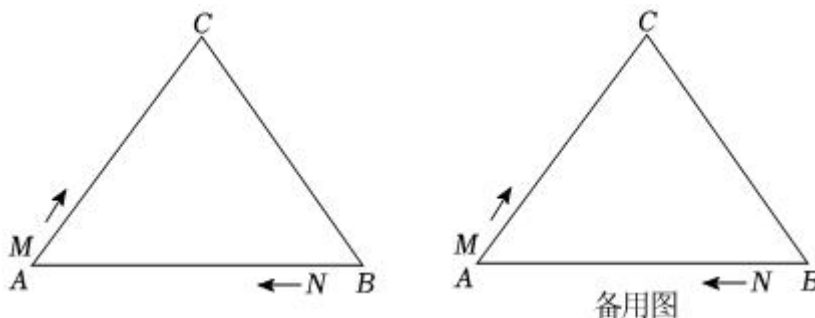
24.(本小题 8 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = BC = 10\text{cm}$, 点 M 、 N 分别从点 A 、点 B 同时出发, 沿 $\triangle ABC$ 的边运动, 已知点 M 的速度是 1cm/s , 点 N 的速度是 2cm/s , 当点 N 第一次到达 B 点时, M 、 N 同时停止运动.

(1)点 M 、 N 同时运动几秒后, M 、 N 两点重合?

(2)点 M 、 N 同时运动几秒后, 可得到等边 $\triangle AMN$?

(3)点 M 、 N 在 BC 边上运动时, 能否得到以 MN 为底边的等腰 $\triangle AMN$, 如果能, 请求出此时 M 、 N 运动的时间.



【答案】 点 M 、 N 同时运动 10 秒时, M 、 N 两点重合; 理由见解答过程;

点 M 、 N 同时运动 $\frac{10}{3}$ 秒时, 可得到等边三角形 AMN ;

$\frac{40}{3}$ 秒.

【解析】 解: 设运动时间为 t 秒,

(1)点 M 、 N 运动 10 秒时, M 、 N 两点重合; 理由如下:

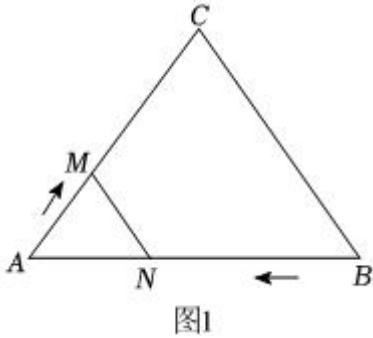
$\triangle ABC$ 中, $AB = BC = AC = 10\text{cm}$, 点 M 的速度为 1cm/s , 点 N 的速度为 2cm/s ,

根据题意得: $2t - t = 10$,

解得 $t = 10$,

$\therefore$ 点 M 、 N 同时运动 10 秒时, M 、 N 两点重合;

(2)如图 1,



$\because \triangle AMN$ 为等边三角形,

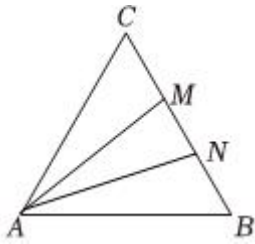
$$\therefore AM = AN,$$

$$\therefore t = 10 - 2t$$

$$\therefore t = \frac{10}{3},$$

$\therefore$ 点 M 、 N 同时运动 $\frac{10}{3}$ 秒时, 可得到等边三角形 AMN ;

(3) 如图,



$$\because AB = AC = BC = 10\text{cm},$$

$$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$\because \triangle AMN$ 是以 MN 为底边的等腰三角形,

$$\therefore \angle AMN = \angle ANM,$$

$$\therefore \angle AMC = \angle ANB,$$

$$\therefore \triangle AMC \cong \triangle ANB (\text{AAS}),$$

$$\therefore CM = BN,$$

$$\therefore t - 10 = 30 - 2t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{40}{3},$$

此时 M 、 N 运动的时间为 $\frac{40}{3}$ 秒.

(1) 由点 N 运动路程 = 点 M 运动路程 + AB 间的路程, 列出方程, 即可求 t 的值;

(2) 由等边三角形的性质可得 $AN = AM$ 可列方程, 计算求出 t 的值;

(3)由全等三角形的性质可得 $CM = BN$ 可列方程，可求出 t 的值.

本题主要考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，利用方程的思想解决动点运动问题是本题的关键.