

2024 学年第二学期七年级数学期末试卷

一、选择题（共 6 小题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 若 $a < b$ ，则下列不等式正确的是（ ）

- A. $a+2 > b+2$ B. $a-5 > b-3$ C. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ D. $-3a > -3b$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查不等式的基本性质；根据不等式的基本性质，逐一分析各选项即可.

【详解】解：∵ $a < b$,

选项 A: $a+2 > b+2$

两边同时加 2，不等号方向不变，应为 $a+2 < b+2$ ，故 A 错误.

选项 B: $a-5 > b-3$

左边减 5，右边减 3，应为 $a-5 < b-3$ ，故 B 错误.

选项 C: $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

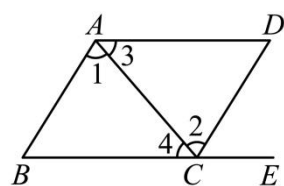
两边同时除以正数 3，不等号方向不变，应为 $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ ，故 C 错误.

选项 D: $-3a > -3b$

两边同时乘以负数 -3 ，不等号方向改变，由 $a < b$ 可得 $-3a > -3b$ ，故 D 正确.

故选：D.

2. 如图，点 E 在 BC 的延长线上，在下列四个条件中，不能判定 $AB \parallel CD$ 的是（ ）



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 3 = \angle 4$ C. $\angle B = \angle DCE$ D. $\angle D + \angle DAB = 180^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定，解题的关键是掌握平行线的判定定理.

根据平行线的判定定理：同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行分别进行分析.

【详解】解：A、若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $AB \parallel CD$ ，故本选项不符合题意；

B、若 $\angle 3 = \angle 4$ ，则 $AD \parallel BC$ ，故本选项符合题意；

C、若 $\angle B = \angle DCE$ ，则 $AB \parallel CD$ ，故本选项不符合题意；

D、若 $\angle D + \angle DAB = 180^\circ$ ，则 $AB \parallel CD$ ，故本选项不符合题意；

故选：B

3. 用下列长度的三根木条首尾顺次连接，不能做成三角形框架的是（ ）

A. 3cm, 4cm, 5cm

B. 1cm, 3cm, 4cm

C. 6cm, 8cm, 10cm

D. 3cm, 3cm, 3cm

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查构成三角形三边关系. 根据题意利用“两边之差小于第三边，两边之和大于第三边”知识点逐一对选项进行分析即可得到本题答案.

【详解】解：∵ A 选项 $4 - 3 < 5 < 3 + 4$,

∴ 可以构成三角形,

∵ B 选项 $1 + 3 = 4$,

∴ 不可以构成三角形,

∵ C 选项 $8 - 6 < 10 < 8 + 6$,

∴ 可以构成三角形,

∵ D 选项 $3 - 3 < 3 < 3 + 3$,

∴ 可以构成三角形,

故选：B.

4. 对于命题“如果 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 中必定有一个是钝角”，能说明它是假命题的是（ ）

A. $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$

B. $\angle 1 = 60^\circ$, $\angle 2 = 120^\circ$

C. $\angle 1 = 90^\circ$, $\angle 2 = 90^\circ$

D. $\angle 1 = 80^\circ$, $\angle 2 = 100^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】根据角的大小关系，锐角、钝角的概念即可求解.

【详解】解：A. $\angle 1 + \angle 2 \neq 180^\circ$ ，不符合题意；

B. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，不能证明题设为假，不符合题意；

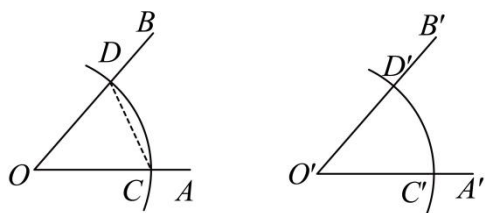
C. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，且 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都不是钝角，能证明题设是假命题，符合题意；

D. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 不能证明题设为假, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】 本题主要考查命题真假的判断, 以及钝角的概念, 掌握命题真假的判定, 以及锐角、钝角的概率是解题的关键.

5. 作一个角等于已知角的尺规作图过程如图, 要说明 $\angle A'O'B' = \angle AOB$, 需要证明 $\triangle D'O'C' \cong \triangle DOC$, 则这两个三角形全等的依据是 ()



A. SSS

B. SAS

C. ASA

D. AAS

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 由作法易得 $OD = O'D'$, $OC = O'C'$, $CD = C'D'$, 利用 SSS 得到三角形全等, 由全等三角形的对应角相等.

【详解】 解: 由作法易得 $OD = O'D'$, $OC = O'C'$, $CD = C'D'$,

在 $\triangle D'O'C'$ 和 $\triangle DOC$ 中,

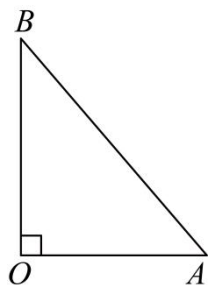
$$\begin{cases} O'D' = OD \\ O'C' = OC, \\ C'D' = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle D'O'C' \cong \triangle DOC (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle D'O'C' = \angle DOC \text{ 即 } \angle A'O'B' = \angle AOB.$$

故选: A.

6. 如图, $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle O = 90^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 将 $\triangle AOB$ 绕着点 A 顺时针旋转得到 $\triangle ADC$, 其中点 B、O 分别旋转到点 C、D, 当 $BC \parallel OA$ 时, $\angle BAD$ 的度数是 ()



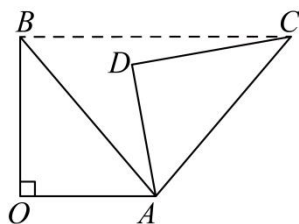
A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查旋转的性质、平行线的性质、等边对等角，由题意得 $\angle OAB = 50^\circ$ ，由旋转得 $\angle DAC = \angle OAB = 50^\circ$ ， $AB = AC$ ，则 $\angle ABC = \angle ACB$ ，由平行线的性质得 $\angle ABC = \angle OAB = 50^\circ$ ， $\angle ACB = 50^\circ$ 得到 $\angle BAC = 80^\circ$ ，再根据 $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC$ 计算即可。

【详解】解：如图



$$\therefore \angle O = 90^\circ, \angle B = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = 50^\circ.$$

$\therefore$ 将 $\triangle AOB$ 绕着点 A 顺时针旋转得到 $\triangle ADC$,

$$\therefore \angle DAC = \angle OAB = 50^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB.$$

$$\therefore BC \parallel OA,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle OAB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ.$$

故选：B.

二、填空题（共 12 小题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 用不等式表示“7 与 y 的积减 16 的差是负数”是_____.

【答案】 $7y - 16 < 0$

【解析】

【分析】本题主要考查列不等式，根据用字母表示数或数量关系及书写规则即可求解。

【详解】解： $\therefore$ 7 与 y 的积表示为 $7y$,

$$\therefore \text{根据题意得, } y - 16 < 0,$$

故答案为: $y-16<0$.

8. 不等式 $(3-\pi)x < \pi-3$ 的解集为_____.

【答案】 $x > -1$

【解析】

【分析】 根据不等式的性质进行解不等式即可;

【详解】 $\because \pi \approx 3.14$,

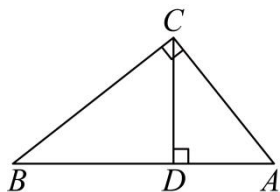
$$\therefore 3-\pi < 0,$$

$$\therefore x > \frac{\pi-3}{3-\pi}, \text{ 即 } x > -1.$$

故答案为 $x > -1$.

【点睛】 本题主要考查了不等式的求解, 准确分析解题的关键.

9. 如图, $AC \perp BC$, C 为垂足, $CD \perp AB$, D 为垂足, $BC=8, CD=4.8, AC=6$, 那么点 C 到 AB 的距离是_____.



【答案】 4.8

【解析】

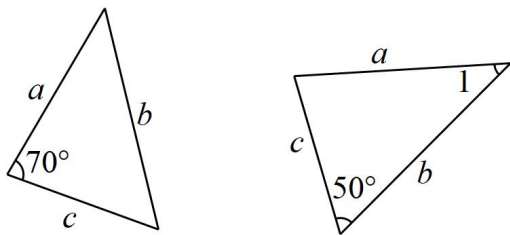
【分析】 本题主要查了点到直线的距离. 根据点到直线的距离解答即可.

【详解】 解: $\because CD \perp AB, CD=4.8$,

$\therefore$ 点 C 到 AB 的距离是 4.8.

故答案为: 4.8

10. 已知图中的两个三角形全等, 则 $\angle 1$ 等于_____°.

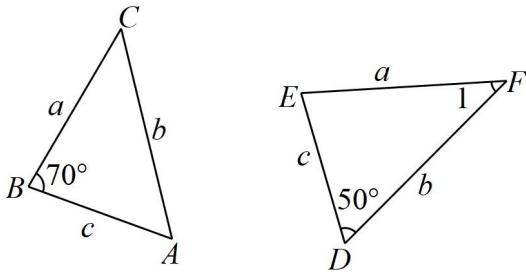


【答案】 60

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质和三角形的内角和定理求解即可.

【详解】解：如图： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



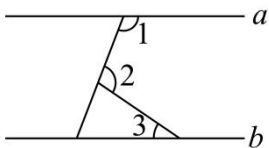
$$\therefore \angle 1 = \angle C, \angle B = \angle E = 70^\circ, \angle A = \angle D = 50^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle E - \angle D = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

故答案为：60.

【点睛】本题考查全等三角形的性质和三角形的内角和定理，熟练掌握全等三角形的性质是解答的关键.

11. 如图，直线 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2 = 100^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ _____.



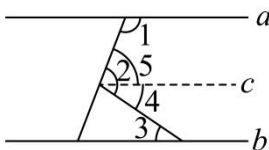
【答案】40度## 40°

【解析】

【分析】构造辅助线，利用平行线的性质理解答即可.

本题考查了平行线的判定和性质，熟练掌握性质和判定是解题的关键.

【详解】解：作 $c \parallel a$ ，



$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore b \parallel c,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 120^\circ, \angle 2 = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 = 60^\circ, \angle 4 = \angle 2 - \angle 5 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle 3 = 40^\circ,$$

故答案为： 40° .

12. 等腰三角形两底角相等的逆命题是_____.

【答案】 如果一个三角形有两个角相等，那么这个三角形是等腰三角形

【解析】

【分析】 本题主要考查了一个命题的逆命题，命题中有题设和结论，将题设和结论互换一下，就可以得到原命题的逆命题.

【详解】 解：等腰三角形两底角相等的逆命题是，如果一个三角形有两个角相等，那么这个三角形是等腰三角形，

故答案为： 如果一个三角形有两个角相等，那么这个三角形是等腰三角形.

13. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 6\text{cm}$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， 则 $BC =$ _____ cm .

【答案】 6

【解析】

【分析】 判定 $\triangle ABC$ 是等边三角形，继而可求得答案.

【详解】 解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 6\text{cm}$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore BC = 6\text{cm}$.

故答案为： 6.

【点睛】 此题考查等边三角形的判定与性质，解题关键在于掌握判定定理.

14. 一个等腰三角形的两边长为 3 和 7， 则此三角形的周长为_____.

【答案】 17

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的等腰，构成三角形的条件，分腰长为 3 和腰长为 7 两种情况，根据构成三角形的条件讨论求解即可.

【详解】 解： 当腰长为 3 时， 则该等腰三角形的三边长分别为 3， 3， 7，

$$\therefore 3+3 < 7,$$

$\therefore$ 此时不能构成三角形， 不符合题意；

当腰长为 7 时， 则该等腰三角形的三边长分别为 3， 7， 7，

$$\therefore 3+7 > 7,$$

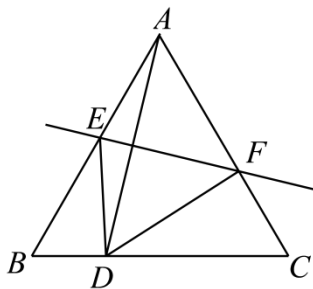
$\therefore$ 此时能构成三角形， 符合题意，

∴ 此三角形的周长为 $3+7+7=17$;

综上所述, 此三角形的周长为 17,

故答案为: 17.

15. 如图, 已知在等边 ABC 中, $AB=4\text{cm}$, 点 D 在边 BC 上, 连接 AD , 线段 AD 的垂直平分线分别交边 AB 、 AC 于点 E 、 F , 如果 BDE 的周长比 CDF 的周长小 1cm , 那么 $BD = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.



【答案】 $\frac{3}{2}\text{cm}$

【解析】

【分析】 本题考查了等边三角形的性质, 线段垂直平分线的性质, 根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等可得 $DE=AE$, $DF=AF$, 根据 BDE 的周长比 CDF 的周长小 1cm 得出 $BD-CD=1\text{cm}$, 再结合 $BD+CD=4\text{cm}$ 可求出 BD .

【详解】 解: ∵ ABC 是等边三角形,

$$\therefore AB=BC=AC=4\text{cm},$$

∵ EF 垂直平分 AD ,

$$\therefore AE=DE, AF=DF.$$

$$\therefore C_{\triangle CDF} - C_{\triangle BDE} = CD + DF + CF - (BE + BD + DE)$$

$$= AC + CD - AB - BD$$

$$= CD - BD$$

$$= 1\text{cm}.$$

$$\text{则 } CD = BD + 1,$$

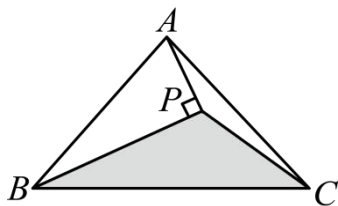
$$\text{又 } \because BD + CD = 4,$$

$$\therefore BD + BD + 1 = 4,$$

$$\therefore BD = \frac{3}{2}\text{cm},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

16. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 12, BP 平分 $\angle ABC$, 且 $AP \perp BP$ 于点 P , 则 $\triangle BPC$ 的面积是_____.

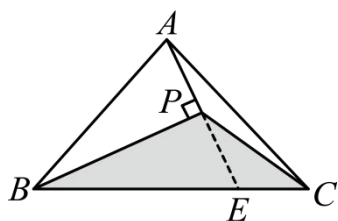


【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的判定与性质, 三角形的面积. 延长 AP 交 BC 于点 E , 先证明 $\triangle ABP \cong \triangle EBP$ (ASA), 得 $AP = EP$, 再根据中线的性质即可得出结果.

【详解】 解: 延长 AP 交 BC 于点 E ,



$\therefore BP$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABP = \angle EBP$,

$\therefore AP \perp BP$,

$\therefore \angle APB = \angle EPB = 90^\circ$,

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle EBP$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABP = \angle EBP \\ BP = BP \\ \angle APB = \angle EPB \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle EBP$ (ASA),

$\therefore AP = EP$,

$\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle EBP}, S_{\triangle ACP} = S_{\triangle ECP}$,

$$\therefore S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PBE} + S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6.$$

故答案为: 6.

17. 定义: 如果一个三角形有两个内角的差为 90° , 那么这样的三角形叫做“准直角三角形”. 若 $\triangle ABC$ 是“准直角三角形”, 且 $\angle A = 40^\circ$, $\angle C > 90^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为_____.

【答案】 10° 或 25°

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和定理：三角形内角和是 180° ．根据新定义，分类讨论， $\angle C - \angle A = 90^\circ$ 或 $\angle C - \angle B = 90^\circ$ ，根据三角形内角和定理，即可求解．

【详解】 解： $\because \triangle ABC$ 是“准直角三角形”，

$\therefore \angle C - \angle A = 90^\circ$ 或 $\angle C - \angle B = 90^\circ$ ，

当 $\angle C - \angle A = 90^\circ$ ，

而 $\angle A = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ ，

$\because \angle C + \angle B + \angle A = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 180^\circ - 130^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ ，

当 $\angle C - \angle B = 90^\circ$ ，

$\because \angle C + \angle B + \angle A = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

$\therefore 2\angle B = 50^\circ$ ，

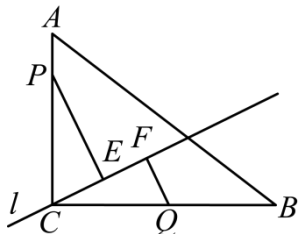
解得 $\angle B = 25^\circ$ ，

综上所述， $\angle B$ 的度数为 10° 或 25° ．

故答案为： 10° 或 25° ．

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，直线 l 经过点 C 且与边 AB 相交，动点 P 从点 A 出发沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 路径向终点 B 运动；动点 Q 从点 B 出发沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 路径向终点 A 运动．点 P 和点 Q 的运动速度分别为 1cm/s 和 2cm/s ，两点同时出发并开始计时，当点 P 到达终点 B 时计时结束．在某时刻分别过点 P 和点 Q 作 $PE \perp l$ 于点 E ， $QF \perp l$ 于点 F ，设运动时间为 t 秒，则当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，

$\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等．



【答案】 2 或 $\frac{14}{3}$ 或 12

【解析】

【分析】分点 Q 在 BC 上，点 P 在 AC 上；点 P 与点 Q 重合； Q 与 A 重合三种情况，根据全等三角形的性质列式计算即可。本题考查的是全等三角形的判定和性质，一元一次方程的应用，以及分类讨论的数学思想，掌握全等三角形的对应边相等是解题的关键。

【详解】解：①如图1，点 Q 在 BC 上，点 P 在 AC 上时，

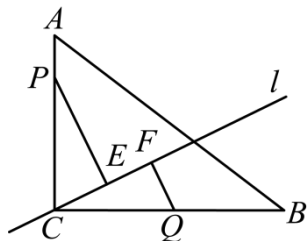


图1

由题意得， $AP = t$ ， $BQ = 2t$ ，

$\because AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，

$\therefore CP = 6 - t$ ， $CQ = 8 - 2t$ ，

$\because PE \perp l$ ， $QF \perp l$ ，

$\therefore \angle PEC = \angle CFQ = \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CPE + \angle PCE = \angle PCE + \angle FCQ = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CPE = \angle FCQ$ ，

当 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$ 时，

则 $PC = CQ$ ，

即 $6 - t = 8 - 2t$ ，

解得： $t = 2$ ；

②如图2，当点 P 与点 Q 重合时，

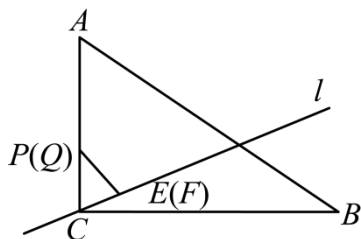


图2

由题意得， $AP = t$ ， $BQ = 2t$ ，

$\because AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，

$$\therefore CP = 6 - t, \quad CQ = 8 - 2t,$$

当 $\triangle PEC \cong \triangle QFC$,

则 $PC = CQ$,

$$\therefore 6 - t = 2t - 8,$$

$$\text{解得: } t = \frac{14}{3};$$

③如图 3, 当点 Q 与 A 重合时,

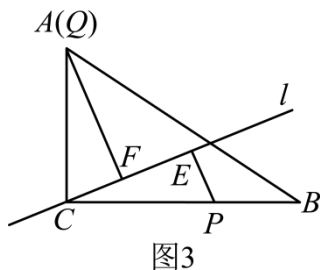


图3

由题意得, $AP = t$,

$$\because AC = 6\text{cm},$$

$$\therefore CP = t - 6, \quad CQ = 6,$$

$$\because \angle QCF + \angle CQF = \angle QCF + \angle PCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CQF = \angle PCE,$$

当 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$,

则 $PC = CQ$,

$$\text{即 } t - 6 = 6,$$

$$\text{解得: } t = 12;$$

当综上所述: 当 $t = 2$ 秒或 $\frac{14}{3}$ 秒或 12 秒时, $\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等.

故答案为: 2 或 $\frac{14}{3}$ 或 12.

三、简答题 (共 6 小题, 每题 6 分, 满分 36 分)

19. 解不等式: $\frac{x}{6} - 1 > \frac{x-2}{3}$, 并求出它的最大整数解.

【答案】 $x < -2$, 不等式的最大整数解为 -3

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式. 熟练掌握解一元一次不等式的基本步骤是解题关键.

依次去分母、移项、合并同类项、系数化为1即可得出不等式的解集，再根据解集确定最大整数解.

【详解】解: $\frac{x}{6}-1>\frac{x-2}{3}$

$$x-6>2(x-2)$$

$$x-6>2x-4$$

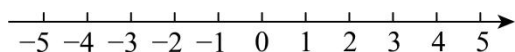
$$x-2x>-4+6$$

$$-x>2$$

$$x<-2$$

所以不等式的最大整数解为-3.

20. 解不等式组: $\begin{cases} 3(x-1)<12-2x \textcircled{1} \\ 3+2x\geq\frac{3x+2}{4} \textcircled{2} \end{cases}$, 并把解集表示在数轴上.



【答案】 $-2\leq x<3$, 数轴表示见解析

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的解法和在数轴上表示不等式的解集, 熟练掌握解一元一次不等式的方法是解题的关键;

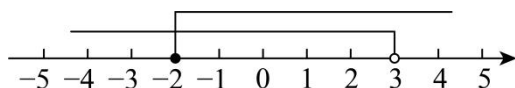
先求出不等式组中每个不等式的解集, 再取其解集的公共部分即得不等式组的解集, 然后在数轴上表示出来即可.

【详解】解: 解不等式①, 得 $x<3$,

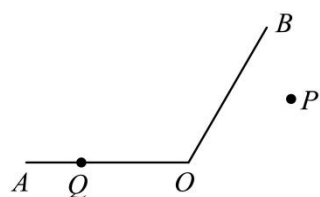
解不等式②, 得 $x\geq-2$,

所以不等式组的解集是 $-2\leq x<3$;

不等式组的解集在数轴上表示如下:



21. 如图, 点 P 在 $\angle AOB$ 外, 点 Q 在 OA 边上, 按要求画图, 写出结论, 并填空.



(1) 联结 PQ , 用尺规作出线段 PQ 的垂直平分线 MN ;

(2) 过 P 、 Q 两点分别画出 OA 、 OB 的平行线交于点 G ，若 $\angle AOB = 120^\circ$ ，则 $\angle QGP =$ _____ $^\circ$.

【答案】(1) 见解析 (2) 120

【解析】

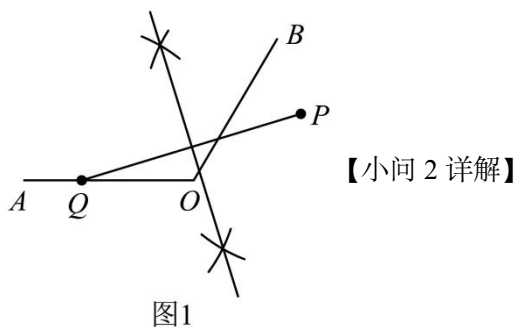
【分析】本题考查了作图-复杂作图，线段垂直平分线，平行四边形的判定与性质：

(1) 根据线段垂直平分线的作法即可完成作图；

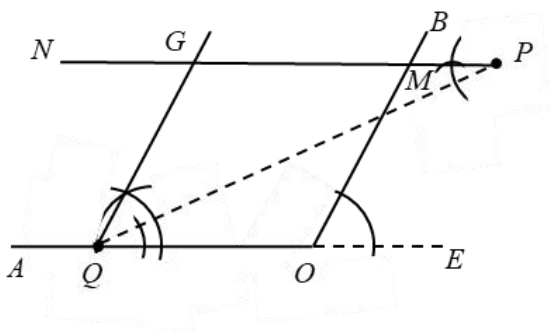
(2) 由作图过程可得 $OA \parallel PG$ ， $OB \parallel QG$ ，所以得四边形 $OQGM$ 是平行四边形，进而可以解决问题.

【小问 1 详解】

解：如图 1， MN 即为所求；



解：如图，点 G 即为所求，



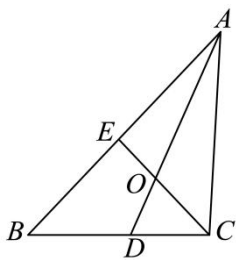
由作图过程可知： $OA \parallel PG$ ， $OB \parallel QG$ ，

$\therefore$ 四边形 $OQGM$ 是平行四边形，

$\therefore \angle QGP = \angle AOB = 120^\circ$.

故答案为：120.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，点 E 在边 AB 上，且 $EB = EC$ ，行 $\angle ACE > \angle ECB$ ， AD 和 EC 交于点 O 。求证： $DC > OC$ 。



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线的性质，等边对等角，三角形外角的性质定理，三角形中内角和边的关系等知识点，解题的关键是熟练掌握以上性质，并灵活应用.

利用等边对等角得出 $\angle EBC = \angle ECB$ ，利用角平分线的性质得出 $\angle BAD = \angle DAC$ ，然后利用三角形的外角定理及等量代换得出 $\angle DOC > \angle ODC$ ，最后利用三角形内角和边的关系得出结论.

【详解】证明： $\because EB = EC$ ，

$$\therefore \angle EBC = \angle ECB,$$

$$\because \angle ACE > \angle ECB,$$

$$\therefore \angle ACE > \angle EBC,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

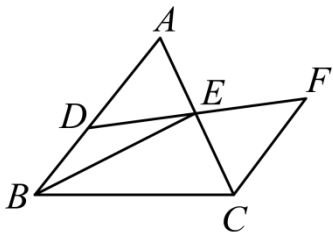
$$\therefore \angle BAD = \angle DAC,$$

$$\because \angle DOC = \angle DAC + \angle ECA, \angle ODC = \angle BAD + \angle EBC,$$

$$\therefore \angle DOC > \angle ODC,$$

$$\therefore DC > OC.$$

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 上一点， E 为 AC 中点，连接 DE 并延长至点 F 使得 $EF = ED$ ，连 CF 。



(1) 求证： $CF \parallel AB$ ；

(2) 若 $\angle ABC = 50^\circ$ ，连接 BE ， CA 平分 $\angle BCF$ ，求 $\angle A$ 的度数.

【答案】(1) 见详解 (2) 65°

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质和判定、平行线的性质和判定、三角形内角和定理等知识点，能综

合运用定理进行推理是解此题的关键.

(1) 求出 $\triangle AED \cong \triangle CEF$, 根据全等三角形的性质得出 $\angle A = \angle ACF$, 根据平行线的判定得出即可;

(2) 根据 (1) 求出 $\angle A = \angle ACB$, 根据三角形内角和定理求出即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because E$ 为 AC 中点,

$$\therefore AE = CE,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CEF$ 中

$$\begin{cases} AE = CE \\ \angle AED = \angle CEF, \\ DE = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CEF (SAS),$$

$$\therefore \angle A = \angle ACF,$$

$$\therefore CF \parallel AB;$$

【小问 2 详解】

解: $\because AC$ 平分 $\angle BCF$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ACF,$$

$$\because \angle A = \angle ACF,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACB,$$

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ, \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 65^\circ.$$

24. 实践与探究

【提出问题】 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在 CB 的延长线上, BE 平分 $\angle ABD$, 点 M 是 BC 边上一动点, 连接 AM , 并以 AM 为边作 $\angle AMN = 60^\circ$, 交射线 BE 于点 N , 连接 AN . 猜想 $\triangle AMN$ 的形状.

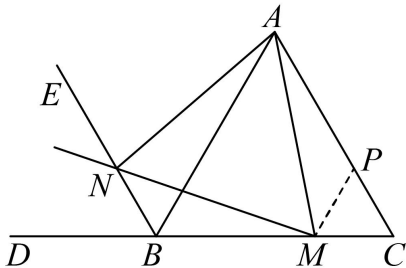
兴趣小组的三位同学根据已知条件画出图形并分别度量 AM 和 MN 的长度, 结果如下:

	AM 的长度 (cm)	MN 的长度 (cm)
小明	2.6	2.6

小丽	3.4	3.4
小亮	4.1	4.1

根据以上数据，猜想： $\triangle AMN$ 是_____三角形.

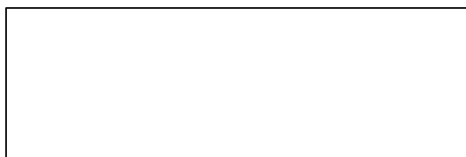
【解决问题】兴趣小组对上述猜想进行了证明，请你补全证明过程.



证明：如图，在 CA 边上截取 $CP = CM$ ，连接 PM .



$$\therefore \triangle APM \cong \triangle MBN$$



$\therefore \triangle AMN$ 是_____三角形.

【答案】[提出问题]等边；[解决问题]见解析

【解析】

【分析】 本题考查了等边三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 结合有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形，即可作答.

(2) 理解题意，结合上下已有的过程，先结合等边三角形的性质得出 $AP = BM$ ，因为 BE 平分 $\angle ABD$ 以及进行角的等量代换得 $\angle BMN = \angle PAM$ ，再证明 $\triangle APM \cong \triangle MBN$ ，然后进行角的整理，得 $\angle AMN = \angle ANM = \angle NAM = 60^\circ$ ，即可作答.

【详解】解：[提出问题]

$\therefore$ 根据所测的数据得出 $AM = NM$

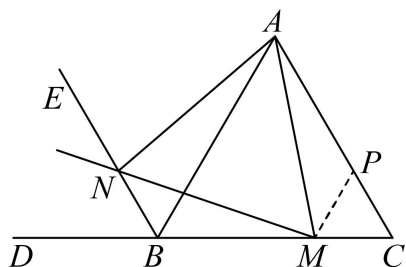
$\therefore \angle AMN = 60^\circ$

$\therefore \triangle AMN$ 是等边三角形；

[解决问题]

在 CA 边上截取 $CP = CM$ ，连接 PM ．

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle C = \angle ABC = 60^\circ, \quad CB = CA,$$
$$\therefore \angle ABD = 120^\circ$$
$$\therefore CP = CM$$
$$\therefore AC - CP = BC - CM$$
$$\therefore AP = BM .$$
$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABD$$

$$\therefore \angle NBM = 120^\circ$$
$$\because \angle C = 60^\circ, CP = CM$$
$$\therefore \angle CMP = \angle CPM = 60^\circ$$
$$\therefore \angle APM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$
$$\therefore \angle APM = \angle NBM$$
$$\therefore \angle AMB = \angle C + \angle MAC = \angle AMN + \angle BMN$$
$$\therefore \angle BMN = \angle PAM .$$

在 $\triangle APM$ 和 $\triangle MBN$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAM = \angle NMB \\ AP = BM \\ \angle APM = \angle MBN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APM \cong \triangle MBN$$
$$\therefore AM = MN.$$
$$\therefore \angle MAN = \angle ANM$$
$$\therefore \angle AMN + \angle ANM + \angle NAM = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AMN = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN = \angle ANM = \angle NAM = 60^\circ$$

$\therefore \triangle AMN$ 是等边三角形.

四、解答题 (共 3 小题, 第 25、26 题每题 7 分, 第 27 题 8 分, 满分 22 分)

25. 静安购物节期间甲乙两家商店各自推出优惠活动

商店	优惠方式
甲	所购商品按原价打八五折
乙	所购商品按原价每满 300 元减 60 元

设顾客在甲乙两家商店购买商品的原价都为 x 元, 请根据条件回答下列问题:

(1) 如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款_____元 (用含有 x 的代数式表示)

(2) 顾客购买原价在 600 元 (包括 600 元) 以上, 900 元 (不包括 900 元) 以下的商品时, 如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算, 求 x 的取值范围.

【答案】 (1) $0.85x$

(2) $600 \leq x < 800$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的应用、列代数式, 找准数量关系, 正确列出一元一次不等式是解题的关键.

(1) 由甲商店所购商品按原价打八五折, 即可得出结果;

(2) 先算出顾客选择乙商店的优惠活动购买原价在 600 元 (包括 600 元) 以上, 900 元 (不包括 900 元) 以下的商品时的实际付款, 再根据如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算, 结合 (1) 的结论, 列出一元一次不等式, 解不等式即可.

【小问 1 详解】

解: 如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款为: $0.85x$ 元,

故答案为: $0.85x$;

【小问 2 详解】

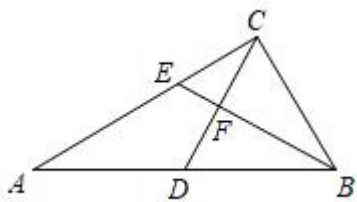
解: 在 $600 \leq x < 900$ 时, 选择乙商店的优惠活动后实际付款为: $(x - 120)$ 元,

由题意得: $x - 120 < 0.85x$,

解得: $x < 800$,

$\therefore 600 \leq x < 800$.

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 上一点, 且 $BD = AD = CD$, 过 B 作 $BE \perp CD$, 分别交 AC 于点 E 、交 CD 于点 F .



(1) 求证: $\angle A = \angle EBC$;

(2) 如果 $AC = 2BC$, 请猜想 BE 和 BD 的数量关系, 并证明你的猜想.

【答案】(1) 见解析 (2) $BD = BE$, 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 由 $BE \perp CD$ 与 $\angle ACB = 90^\circ$ 得 $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$ 和 $\angle EBC + \angle BEC = 90^\circ$ 可得 $\angle ACD = \angle EBC$, 由 $AD = CD$ 得 $\angle DAC = \angle ACD$, 从而得证;

(2) 过 D 作 $DG \perp AC$ 于 G , 根据已知条件可证明 $CG = BC$. 再证明 $\triangle DCG \cong \triangle EBC$ (ASA), 即可得解.

【小问 1 详解】

$\because BE \perp CD$

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$

$\therefore \angle EBC + \angle BCF = 180^\circ - \angle BFC = 90^\circ$

$\because \angle ACB = \angle BCF + \angle ACD = 90^\circ$

$\therefore \angle EBC = \angle ACD$

$\because AD = CD$

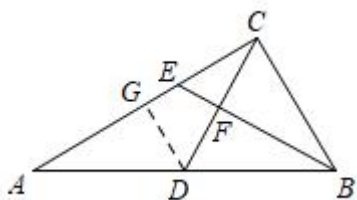
$\therefore \angle A = \angle ACD$

$\therefore \angle A = \angle EBC$;

【小问 2 详解】

$BD = BE$, 证明如下:

过 D 作 $DG \perp AC$ 于 G



$$\because DA = DC, DG \perp AC$$

$$\therefore AC = 2CG$$

$$\because AC = 2BC$$

$$\therefore CG = BC$$

$$\because \angle DGC = 90^\circ, \angle ECB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DGC = \angle ECB$$

在 $\triangle DGC$ 和 $\triangle ECB$ 中

$$\begin{cases} \angle DGC = \angle ECB \\ CG = BC \\ \angle DCG = \angle ECB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCG \cong \triangle ECB (\text{ASA})$$

$$\therefore CD = BE$$

$$\because CD = BD$$

$$\therefore BD = BE$$

【点睛】此题考查了直角三角形的性质，等腰三角形的性质，全等三角形的性质和判定，解题的关键是熟练掌握以上知识点.

27. (1) 观察理解：如图 1， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，直线 l 过点 C ，点 A ， B 在直线 l 同侧， $BD \perp l$ ， $AE \perp l$ ，垂足分别为 D ， E ，由此可得： $\angle AEC = \angle CDB = 90^\circ$ ，所以 $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$ ，又因为 $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ$ ，所以 $\angle CAE = \angle BCD$ ，又因为 $AC = BC$ ，所以 $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ _____；（请填写全等判定的方法）

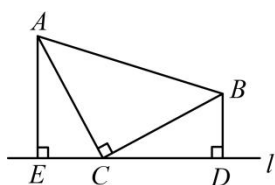


图1

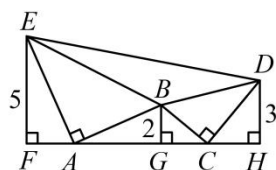


图2

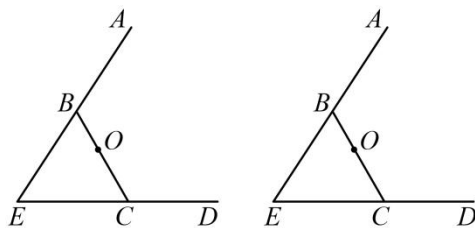


图3

(2) 理解应用：如图 2， $AE \perp AB$ ，且 $AE = AB$ ， $BC \perp CD$ ，且 $BC = CD$ ，利用 (1) 中的结论，请按照图中标的数据计算图中 $\triangle ABC$ 的面积是_____；

(3) 拓展提升：如图 3，等边 $\triangle EBC$ 中， $EC = 8\text{cm}$ ，点 O 在 BC 上，且 $OC = 5\text{cm}$ ，动点 P 在射线 EC 上，连接 OP ，将线段 OP 绕点 O 逆时针旋转 120° 得到线段 OF 。

①当 $OF \parallel ED$ 时， OP 的长是_____。

②当点 F 恰好落在射线 EB 上时, 请直接写出 EP 的长.

【答案】(1) AAS; (2) 8; (3) ① 5cm; ② 11cm

【解析】

【分析】(1) 根据证明过程, 不难发现其判定的依据是 AAS, 解答即可.

(2) 利用 (1) 的全等三角形结论, 解答即可.

(3) ①当 $OF \parallel ED$ 时, 证明 $\triangle POC$ 是等边三角形, 解答即可.

②证明 $\triangle FOB \cong \triangle OPC$ (AAS) 解答即可.

【详解】(1) 解: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 直线 l 过点 C , 点 A, B 在直线 l 同侧, $BD \perp l$, $AE \perp l$, 垂足分别为 D, E , 由此可得: $\angle AEC = \angle CDB = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$, 又因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle BCD$, 又因为 $AC = BC$, 所以 $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ (AAS),

故答案为: AAS;

(2) 解: 由 (1) 同理可证, $\triangle AEF \cong \triangle BAG$ (AAS), $\triangle CBG \cong \triangle DCH$ (AAS),

$$\therefore EF = AG, GC = DH,$$

$$\therefore EF = 5, DH = 3,$$

$$\therefore AG = 5, GC = 3,$$

$$\therefore AC = AG + GC = 8,$$

$$\therefore BG = 2,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积是 } \frac{1}{2} AC \cdot BG = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8,$$

故答案为: 8.

(3) ①如图, 当 $OF \parallel ED$ 时,

则 $\angle FOC = \angle PCO$,

$\therefore$ 等边 $\triangle EBC$ 中, $EC = 8\text{cm}$, 且 $OC = 5\text{cm}$,

$$\therefore \angle BEC = \angle ECB = \angle CBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FOC = \angle PCO = 60^\circ,$$

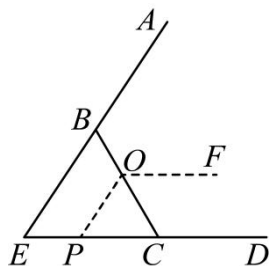
$$\therefore \angle FOP = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OPC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle POC$ 是等边三角形,

$\therefore OP = OC = 5\text{cm}$,



故答案为: 5cm .

②如图所示, 当点 F 恰好落在射线 EB 上时,

$\therefore$ 等边 $\triangle EBC$ 中, $EC = 8\text{cm}$, 且 $OC = 5\text{cm}$,

$\therefore \angle BEC = \angle ECB = \angle CBE = 60^\circ$, $BC = EC = 8\text{cm}$, $BO = BC - OC = 3\text{cm}$,

$\therefore \angle FBO = \angle OCP = 120^\circ$,

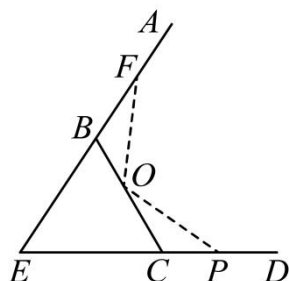
$\therefore \angle FOP = 120^\circ$,

$\therefore \angle FOB + \angle POC = 60^\circ$,

又 $\therefore \angle ECB = 60^\circ$,

$\therefore \angle OPC + \angle POC = 60^\circ$,

$\therefore \angle FOB = \angle OPC$,



又 $\therefore FO = OP$,

$\therefore \triangle FOB \cong \triangle OPC$ (AAS),

$\therefore PC = OB = 3\text{cm}$,

$\therefore EP = EC + PC = 11\text{cm}$.

【点睛】 本题考查了等边三角形的判定和性质, 平行线的性质, 三角形全等的判定和性质, 等腰直角三角形的性质, 熟练掌握性质是解题的关键.

