

2024 学年第二学期期末七年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 如果 $a-b>0$, 则下列不等式中一定成立的是 ()

- A. $|a|>|b|$ B. $5a>3a$ C. $5-a<5-b$ D. $a^2>ab$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的性质, 绝对值的意义, 熟知不等式的性质是解题的关键:

不等式的基本性质为: 不等式两边同时加或减去同一个整式, 不等号方向不变; 不等式两边同时乘以 (或除以) 同一个大于 0 的整式, 不等号方向不变; 不等式两边同时乘以 (或除以) 同一个小于 0 的整式, 不等号方向改变, 根据不等式的性质逐项判断即可得出答案.

【详解】取 $a=1$, $b=-2$, 则 $a-b=3>0$,

$$\therefore |a|=1, |b|=2,$$

$\therefore |a|<|b|$, 故选项 A 不成立.

$$\therefore a-b>0$$

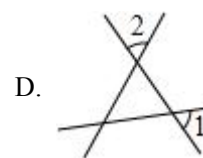
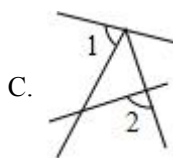
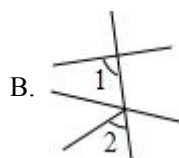
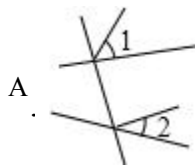
$\therefore a>b$, 但未说明 a 的符号, 当 $a\leq 0$ 时, 不等式 $5a\leq 3a$, 故选项 B 不一定成立.

将不等式 $a>b$ 两边同时乘以 -1 得到 $-a<-b$, 然后两边同时加 5, 得 $5-a<5-b$. 故选项 C 一定成立.

当 $a=0$, $b=-1$ 时, $a^2=ab$, 故选项 D 不一定成立.

故选: C.

2. 下列各图中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】本题需先根据同位角的定义进行筛选, 即可得出答案.

【详解】A、 $\therefore$ 根据同位角的定义得:

$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是同位角,

故本选项错误；

B、 $\because$ 根据同位角的定义得：

$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角，

故本选项正确；

C、 $\because$ 根据同位角的定义得：

$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是同位角，

故本选项错误；

D、 $\because$ 根据同位角的定义得：

$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是同位角，

故本选项错误。

故选 B.

【点睛】 本题主要考查了同位角，在解题时要根据同位角的定义进行筛选是本题的关键.

3. 下列长度的三条线段，能组成三角形的是（ ）

A. 3, 4, 8

B. 5, 6, 11

C. 2, 2, 3

D. 10, 5, 5

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的三边关系，掌握三角形的三边关系，在运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时，并不一定需要列出三个不等式，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形，根据三角形的三边关系进行分析判断.

【详解】 解：A 中 $3+4=7<8$ ，三条线段不能构成三角形，故不符合题意；

B 中 $5+6=11$ ，三条线段不能构成三角形，故不符合题意；

C 中 $2+2=4>3$ ，三条线段能构成三角形，故符合题意；

D 中 $5+5=10$ ，三条线段不能构成三角形，故不符合题意；

故选：C.

4. 若一个三角形的三个内角度数的比为 2: 7: 5，则这个三角形是（ ）

A. 直角三角形

B. 锐角三角形

C. 钝角三角形

D. 等腰三角形

【答案】 A

【解析】

【分析】 先根据三角形的内角和定理和三个内角的度数比求出三个内角的度数，然后再根据三个内角的度

数进一步判断三角形的形状即可.

【详解】解: $\because$ 三角形三个内角度数的比为 2: 7: 5,

$$\therefore \text{这个三角形中最大的角为 } 180^\circ \times \frac{7}{2+7+5} = 90^\circ.$$

$\therefore$ 该三角形是直角三角形.

故选: A.

【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理, 根据三角形内角和定理求得三角的度数成为解答本题的关键.

5. 下列说法正确的是 ()

A. 形状相同的两个三角形一定是全等三角形

B. 周长相等的两个三角形一定是全等三角形

C. 面积相等的两个三角形一定是全等三角形

D. 边长为 5cm 的等边三角形都是全等三角形

【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的定义: 能够完全重合的两个三角形为全等三角形, 据此判断即可.

【详解】A、形状相同且大小相同的两个三角形一定是全等三角形, 原说法错误, 不符合题意;

B、周长相等的两个三角形不一定是全等三角形, 原说法错误, 不符合题意;

C、面积相等的两个三角形不一定是全等三角形, 原说法错误, 不符合题意;

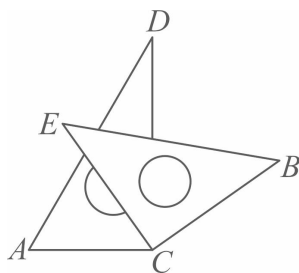
D、边长为 5cm 的等边三角形都是全等三角形, 原说法正确, 符合题意;

故选: D.

【点睛】本题考查了全等三角形的定义, 熟记定义是解本题的关键.

6. 将一副三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 C 按如图所示的方式叠放在一起, 其中 $\angle A = 60^\circ$,

$\angle D = 30^\circ$, $\angle B = \angle E = 45^\circ$, 当 $\angle ACE < 180^\circ$ 且点 E 在直线 AC 的上方时, 如果三角板 BCE 的直角边与边 AD 平行, 那么 $\angle ACE$ 的度数为 () $^\circ$.



A. 30 或 60

B. 60 或 120

C. 45 或 60

D. 30 或 120

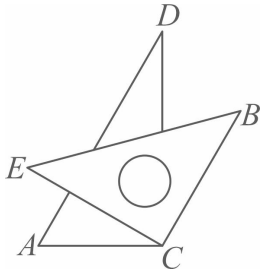
【答案】D

【解析】

【分析】分两种情况: 当 $CB \parallel AD$ 时; 当 $CE \parallel AD$ 时, 然后分别利用平行线的性质是解题的关键.

【详解】解：分两种情况：

当 $CB \parallel AD$ 时，如图：



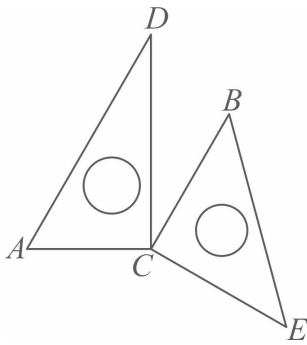
$\therefore CB \parallel AD$,

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$,

$\therefore \angle ECB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACE = \angle ACB - \angle ECB = 30^\circ$;

当 $CE \parallel AD$ 时，如图：



$\therefore CE \parallel AD$,

$\therefore \angle ACE = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$;

综上所述：如果三角板 BCE 的直角边与边 AD 平行，那么 $\angle ACE$ 的度数为 120° 或 30° ，

故选：D.

【点睛】本题考查了平行线的性质，分两种情况讨论是解题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. 不等式 $6 - 2x > 1$ 的非负整数解是_____；

【答案】0, 1, 2

【解析】

【分析】本题考查解一元一次不等式，解出不等式的解集即可求解.

【详解】解： $6 - 2x > 1$

$-2x > -5$

$$x < \frac{5}{2},$$

∴ 不等式 $6 - 2x > 1$ 的非负整数解是：0, 1, 2.

故答案为：0, 1, 2.

8. 命题“对顶角相等”的逆命题是____命题（填“真”或“假”）.

【答案】假

【解析】

【分析】本题主要考查命题与定理，对顶角的定义，先根据原命题的题设得到逆命题，然后根据对顶角的定义进行判断即可.

【详解】解：命题“对顶角相等”的逆命题是相等的角为对顶角，
此逆命题为假命题.

故答案为：假.

9. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，已知 $AB = DE$ ， $\angle B = \angle E$ ，请补充一组相等的边，使两个三角形全等，可以是_____.

【答案】 $BC = EF$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定，添加 $BC = EF$ 可利用 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

【详解】解：添加 $BC = EF$ ，证明如下：

$$\because AB = DE, \angle B = \angle E, BC = EF,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{SAS}),$$

故答案为： $BC = EF$ （答案不唯一）.

10. 一件商品的成本是 30 元，如果按原价的八八折销售，至少可获得 10% 的利润. 设这件商品的原价为 x 元，那么可以列出不等式_____.

【答案】 $0.88x - 30 \geq 30 \times 10\%$

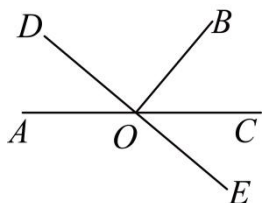
【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次不等式的实际应用，根据利润等于原价乘以折扣再减去进价列出不等式即可.

【详解】解：由题意得， $0.88x - 30 \geq 30 \times 10\%$,

故答案为： $0.88x - 30 \geq 30 \times 10\%$.

11. 如图，已知 $BO \perp DE$ ，垂足为 O ，若 $\angle BOC = 50^\circ$ ，则直线 AC 与 DE 的夹角为_____°.



【答案】 40

【解析】

【分析】 由垂直的定义可求得 $\angle COE$ ，再利用对顶角可求得答案.

【详解】 解： $\because BO \perp DE$,

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

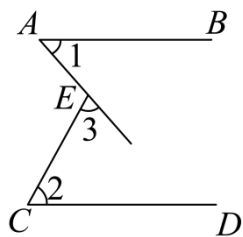
$$\therefore \angle COE = \angle BOE - \angle BOC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

即直线 AC 与 DE 的夹角为 40° ,

故答案为： 40.

【点睛】 本题主要考查垂直的定义和对顶角的性质，由垂直的定义求得 $\angle COE$ 是解题的关键.

12. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 45^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ， 那么 $\angle 3 =$ _____.

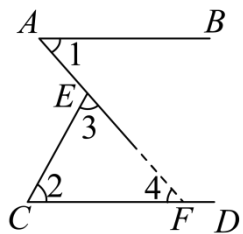


【答案】 75° ## 75 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质，延长 AE 交 CD 于点 F ， 根据平行线的性质，得到 $\angle 4 = \angle 1 = 45^\circ$ ， 根据三角形的内角和为 180 度， 进行求解即可.

【详解】 解： 延长 AE 交 CD 于点 F ，



$$\because AB \parallel CD,$$

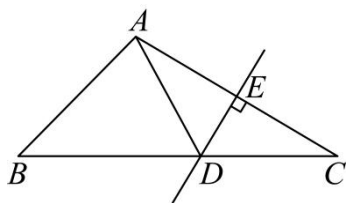
$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 45^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 60^\circ, \quad \angle 4 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 75^\circ;$$

故答案为: 75°

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 AC 的垂直平分线, $AD = 3$, $BC = 7$, 则 BD 的长是_____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查线段垂直平分线的性质. 线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等. 由线段垂直平分线的性质可得 $AD = CD$, 根据 $BC = BD + CD$ 求出 BD 的长即可.

【详解】 解: $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 边 AC 的垂直平分线,

$$\therefore AD = CD,$$

$$\because AD = 3, BC = 7,$$

$$\therefore CD = 3,$$

$$\therefore BD = BC - CD = 4.$$

故答案为: 4.

14. 已知 $\angle A$ 的两边与 $\angle B$ 的两边分别平行, 且 $2\angle A - \angle B = 18^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 66° 或 18°

【解析】

【分析】 本题主要考查平行的性质, 熟练掌握平行的性质是解题的关键. $\angle A$ 的两边与 $\angle B$ 的两边分别平行, 得到 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 或 $\angle A = \angle B$, 即可得到答案.

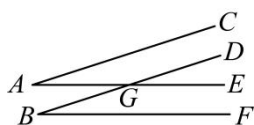
【详解】 解: $\because \angle A$ 的两边与 $\angle B$ 的两边分别平行,

①如图:

$$\because AC \parallel BD, AE \parallel BF,$$

$$\therefore \angle A = \angle DGE, \angle DGE = \angle B,$$

$$\therefore \angle A = \angle B;$$

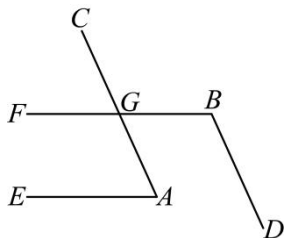


②如图:

$$\because AC \parallel BD, AE \parallel BF,$$

$$\therefore \angle A = \angle AGB, \angle AGB + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ;$$



$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ \text{ 或 } \angle A = \angle B,$$

$$\because 2\angle A - \angle B = 18^\circ,$$

$$\text{当 } \angle A + \angle B = 180^\circ \text{ 时, } 2\angle A - \angle B + \angle A + \angle B = 198^\circ$$

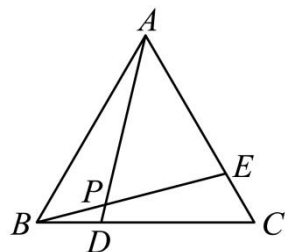
$$\text{解得 } \angle A = 66^\circ;$$

$$\text{当 } \angle A = \angle B \text{ 时, } 2\angle A - \angle A = 18^\circ,$$

$$\text{解得 } \angle A = 18^\circ;$$

故答案为: 66° 或 18° .

15. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, $BD = CE$, 则 $\angle APE$ 的度数是 _____.



【答案】 60° 或 60° 度

【解析】

【分析】根据题目已知条件可证 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$, 再利用全等三角形的性质可得 $\angle BAD = \angle CBE$, 进而结合三角形外角定理求解. 本题侧重考查等边三角形的性质和全等三角形的判定和性质等知识点.

【详解】解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABD = \angle C, \quad AB = BC.$$

$$\because AB = BC, \quad \angle ABD = \angle C, \quad BD = CE$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE (SAS),$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBE.$$

$$\therefore \angle ABE + \angle EBC = 60^\circ,$$

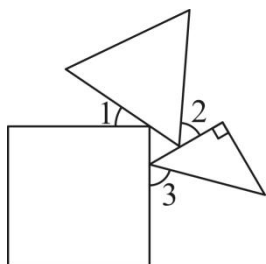
$$\therefore \angle ABE + \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = \angle ABP + \angle BAP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = 60^\circ.$$

故答案为： 60° .

16. 如图，有一个正方形、一个等边三角形、一个等腰直角三角形，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____ $^\circ$.

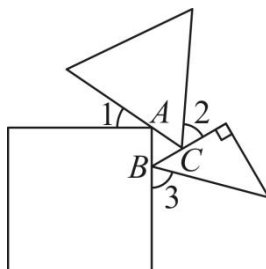


【答案】 165

【解析】

【分析】 根据平角的定义，三角形内角和定理，进行计算即可得到答案.

【详解】 解： 如图所示：



根据题意可得：

$$\angle 1 + 90^\circ + \angle BAC = 180^\circ, \quad \angle 2 + 60^\circ + \angle ACB = 180^\circ, \quad \angle 3 + 45^\circ + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + 90^\circ + 60^\circ + 45^\circ + \angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 540^\circ,$$

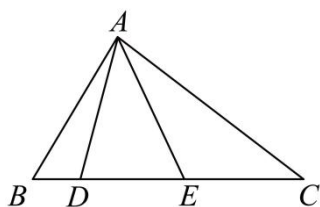
$$\because \angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 165^\circ,$$

故答案为： 165.

【点睛】 本题主要考查了平角的定义，三角形内角和定理，熟练掌握平角的定义，三角形内角和定理，是解题的关键.

17. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 118^\circ$ ， $AB = BE$ ， $AC = CD$ ，那么 $\angle DAE =$ _____.



【答案】 31° ## 31度

【解析】

【分析】 本题主要考查了等边对等角，三角形内角和定理，三角形外角的性质，由等边对等角得到 $\angle BAE = \angle BEA$, $\angle CDA = \angle CAD$, 由三角形外角的性质得到 $\angle CDA = \angle B + \angle BAD$, $\angle AEB = \angle C + \angle CAE$, 据此可证明 $\angle C + \angle B = 2\angle DAE$, 再由三角形内角和定理求解即可.

【详解】 解: $AB = BE$, $AC = CD$,

$\therefore \angle BAE = \angle BEA$, $\angle CDA = \angle CAD$,

$\because \angle CDA = \angle B + \angle BAD$, $\angle AEB = \angle C + \angle CAE$,

$\therefore \angle BAE = \angle C + \angle CAE = \angle BAD + \angle DAE$, $\angle CAD = \angle B + \angle BAD = \angle DAE + \angle CAE$,

$\therefore \angle C + \angle CAE + \angle B + \angle BAD = \angle BAD + \angle DAE + \angle DAE + \angle CAE$,

$\therefore \angle C + \angle B = 2\angle DAE$,

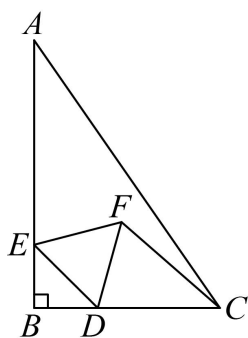
$\because \angle BAC = 118^\circ$,

$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ - \angle BAC = 62^\circ$,

$\therefore \angle DAE = 31^\circ$,

故答案为: 31° .

18. 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 6$, 点 D 是 BC 边上的一点, $BD = 2$, 点 E 是 AB 边上一个动点, 连接 DE , 以 DE 为一边在右侧作等边 $\triangle EFD$, 连接 CF , 在点 E 运动过程中, 线段 CF 的最小值为_____.

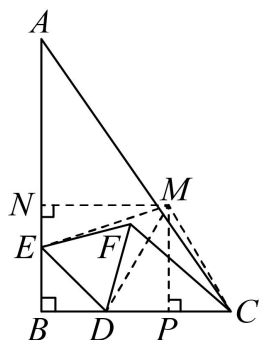


【答案】 4

【解析】

【分析】本题主要考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，以 CD 为边在 BC 上方作等边三角形 CDM ，连接 ME ，过点 M 作 $MP \perp BC$ 于点 P ， $MN \perp AB$ 于点 N ，证明 $\triangle MED \cong \triangle CFD$ (SAS)，得出 $CF = ME$ ，说明当 ME 最小时， CF 最小，根据垂线段最短，得出 MN 最小，即当点 E 与点 N 重合时， ME 最小，即 CF 最小，求出最小值即可。

【详解】解：如图所示，以 CD 为边在 BC 上方作等边三角形 CDM ，连接 ME ，过点 M 作 $MP \perp BC$ 于点 P ， $MN \perp AB$ 于点 N ，如图所示：



$\because \triangle DEF$ 和 CDM 为等边三角形，

$\therefore DE = DF$ ， $DC = DM$ ， $\angle EDF = \angle CDM = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle EDF + \angle FDM = \angle FDM + \angle MDC$ ，

即 $\angle EDM = \angle FDC$ ，

$\therefore \triangle MED \cong \triangle CFD$ (SAS)，

$\therefore CF = ME$ ，

$\therefore$ 当 ME 最小时， CF 最小，

$\because$ 垂线段最短，

$\therefore$ 当点 E 与点 N 重合时， ME 最小，即 CF 最小，最小值为 NN 的长，

$\because BC = 6$ ， $BD = 2$ ，

$\therefore CD = 4$ ，

$\because MP \perp CD$ ，

$\therefore CP = DP = \frac{1}{2}CD = 2$ ，

$\therefore BP = BC - PC = 6 - 2 = 4$ ，

$\because MP \perp BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，即 $AB \perp BC$ ，

$\therefore MP \parallel AB$ ，

又 $\because MN \perp AB$ ，

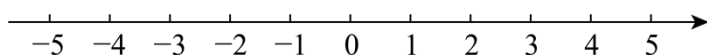
$\therefore MN = BP = 4$ (平行线间间距相等),

$\therefore CF$ 的最小值为 4,

故答案为: 4.

三、解答题 (本大题共 7 题, 共 64 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组. 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分即可求解, 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

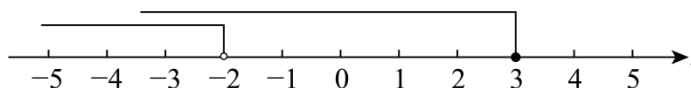
【详解】 解: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x < -2$,

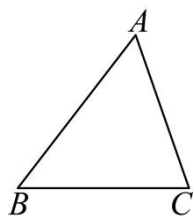
由②得 $x \leq 3$,

故原不等式组的解集是: $x < -2$,

把解集在数轴上表示出来为:



20. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 请用尺规作图法作 $\triangle ABC$ 的外心 P . (保留作图痕迹)



【答案】 见解析

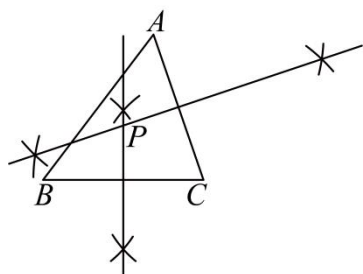
【解析】

【分析】 本题考查了尺规作线段的垂直平分线, 三角形的外心的定义, 熟练掌握三角形的外心是三角形三

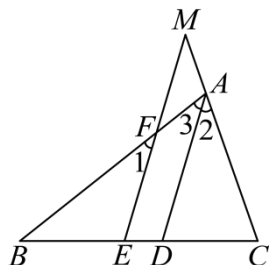
边垂直平分线的交点是解题的关键.

根据外心的定义可得外心 P 是三角形三边垂直平分线的交点, 即作出 BC, AC 的垂直平分线, 交点即为所求.

【详解】解: 如图, 点 P 即为所求:



21. 如图, 已知点 D, E 在线段 BC 上, 点 F 在线段 AB 上, 射线 EF, CA 相交于点 M , AD 平分 $\angle BAC$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证 $\angle 1 = \angle M$.



把以下证明过程补充完整.

证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle 2 = \angle 3$,

又 $\because \angle 1 = \angle 2$, $\therefore$ _____ = _____.

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____ (_____).

$\therefore$ _____ = _____ (_____).

$\therefore \angle 1 = \angle M$.

【答案】 $\angle 1$; $\angle 3$; AD ; ME ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle M$; $\angle 2$; 两直线平行, 同位角相等

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定, 角平分线的定义, 由角平分线的定义和已知条件可证明 $\angle 1 = \angle 3$, 则可证明 $AD \parallel ME$ 得到 $\angle M = \angle 2$, 据此可证明 $\angle 1 = \angle M$.

【详解】 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$,

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

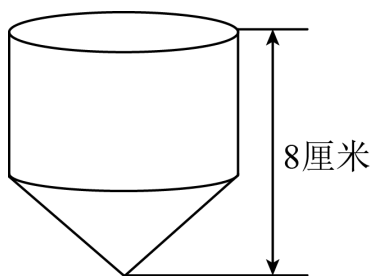
$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\therefore AD \parallel ME$ (同位角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle M = \angle 2$ (两直线平行, 同位角相等).

$\therefore \angle 1 = \angle M$.

22. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具之一, 其上方为圆柱, 下方尖锐, 玩耍时可用绳子缠绕, 用力抽绳, 使其直立旋转. 爷爷准备帮乐乐制作一个陀螺, 他先将木料初加工成一个底面周长是 25.12 厘米、高是 8 厘米的圆柱, 然后将圆柱的下部削成锥形, 这样陀螺上面的部分还是圆柱, 下面的部分是圆锥 (如图), 这时圆锥和圆柱高度的比是 3:5. 陀螺的体积是多少立方厘米? (π 取 3.14)



【答案】 301.44 立方厘米

【解析】

【分析】 先根据底面周长求出底面半径, 再求出圆锥和圆柱的高, 最后根据公式计算即可.

【详解】 解: 由题意得

设底面圆的半径为 r , 则有

$$2\pi r = 25.12,$$

解得 $r = 4$,

圆柱的高为: $\frac{5}{5+3} \times 8 = 5$ (厘米),

圆锥的高为: $8 - 5 = 3$ (厘米),

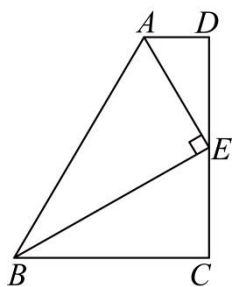
$$\text{所以 } 3.14 \times 4^2 \times 5 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times 4^2 \times 3$$

$$= 301.44 \text{ (立方厘米)}.$$

答: 陀螺的体积是 301.44 立方厘米.

【点睛】 本题考查了圆锥和圆柱的体积公式, 掌握圆锥和圆柱的体积公式是解题的关键.

23. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 为 CD 的中点, 连接 AE , BE , $AE \perp BE$, $AB = 8$, $AD = 2$, 求 BC 的长度.

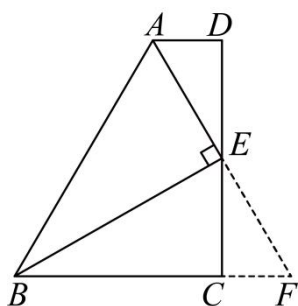


【答案】 6

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的性质与判定，延长 AE ， BC 交于 F ，可证明 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS)，得到 $AE = EF$ ， $CF = AD = 2$ ；再证明 $\triangle AEB \cong \triangle FEB$ (SAS)，得到 $BF = AB = 8$ ，则 $BC = BF - CF = 6$ 。

【详解】 解： 如图所示， 延长 AE ， BC 交于 F ，



$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle EAD = \angle EFC$ ， $\angle EDA = \angle ECF$ ，

$\because E$ 为 CD 的中点，

$\therefore DE = CE$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS)，

$\therefore AE = EF$ ， $CF = AD = 2$ ；

$\because AE \perp BE$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle FEB = 90^\circ$ ，

又 $\because BE = BE$ ，

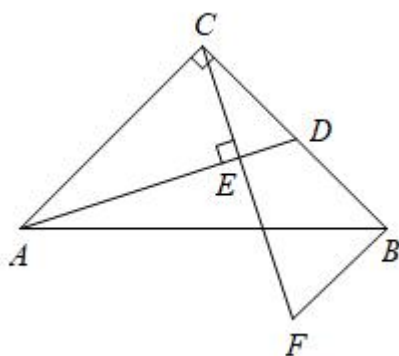
$\therefore \triangle AEB \cong \triangle FEB$ (SAS)，

$\therefore BF = AB = 8$ ，

$\therefore BC = BF - CF = 6$ 。

24. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， D 为 BC 中点， $CE \perp AD$ 于 E ， $BF \parallel AC$ 交 CE 的延长

线于 F .



(1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle CBF$;

(2) 求证: AB 垂直平分 DF .

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 由 AAS 证明 $\triangle ACD \cong \triangle CBF$, 即可得出结论;

(2) 连接 DF , 交 AB 于点 G , 由 (1) 得 $CD = BF$, 再由 $CD = BD$, 得 $BF = BD$, 则 $\angle ABC = \angle ABF$, 然后由等腰三角形的性质即可得出结论.

【小问 1 详解】

$\because CE \perp AD$,

$\therefore \angle BCF + \angle ADC = 90^\circ$,

$\because \angle BCA = 90^\circ$, $BF \parallel AC$,

$\therefore \angle CBF = 180^\circ - \angle BCA = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCF + \angle CFB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CFB = \angle ADC$,

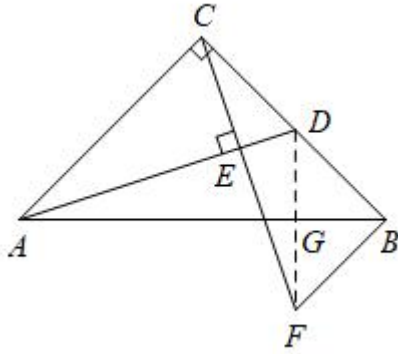
在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle CBF \\ \angle ADC = \angle CFB, \\ AC = CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBF$ (AAS);

【小问 2 详解】

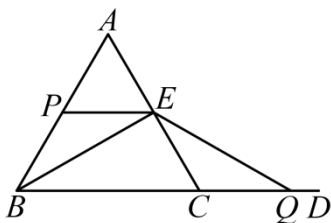
证明: 如图, 连接 DF , 交 AB 于点 G ,



由 (1) 得: $CD = BF$,
 $\because D$ 为 BC 的中点,
 $\therefore CD = BD$,
 $\therefore BF = BD$,
 $\therefore BDF$ 是等腰三角形,
 $\because \angle BCA = 90^\circ, AC = BC$,
 $\therefore \angle ABC = 45^\circ$,
 $\therefore \angle ABF = 90^\circ - \angle ABC = 45^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = \angle ABF$,
 $\therefore AB \perp DF$, $DG = FG$,
 即 AB 垂直平分 DF .

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，线段垂直平分线的判定等知识，熟练掌握等腰直角三角形的性质，证明三角形全等是解题的关键.

25. 如图，已知 ABC 是等边三角形， $BC = 2\text{cm}$ ，点 P 从点 A 出发，沿射线 AB 以 1cm/s 的速度运动，过点 P 作 $PE \parallel BC$ 交射线 AC 于点 E ，同时点 Q 从点 C 出发沿 BC 的延长线以 1cm/s 的速度运动，连接 BE 、 EQ ，设点 P 的运动时间为 $t(\text{s})$.



- (1) 当点 P 在边 AB 上，且不与点 A 、 B 重合时，求证: $\triangle BPE \cong \triangle ECQ$;
- (2) 直接写出 CE 的长 (用含 t 的代数式表示);

(3) 在不添加字母和连接其它线段的条件下, 当图中等腰三角形的个数大于 3 时, 直接写出 t 的值和对应的等腰三角形的个数. (请写出所有的可能性)

【答案】(1) 证明过程见解析;

(2) 当 $0 < t < 2$ 时, CE 的长为 $2-t$; 当 $t > 2$ 时, CE 的长为 $t-2$;

(3) 当 $t=1$ 时, 等腰三角形有 5 个; 当 $t=4$ 时, 等腰三角形有 4 个.

【解析】

【分析】本题考查等边三角形, 等腰三角形, 全等三角形的判定和性质, 解题的关键是正确理解图形的运动过程.

(1) 由等边三角形的性质和平行线的性质, 可得角之间的关系和线段长度之间的关系, 利用 “SAS” 即可证得结论;

(2) 根据运动时间进行分类讨论, 写出每种情况对应的线段长度即可;

(3) 根据题意可知, 当 $t=1$ 或 $t=4$ 时, 等腰三角形的个数大于 3, 写出对应的等腰三角形即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle A = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ, \quad AB = AC = BC,$$

$$\therefore \angle ECQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\because PE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle APE = \angle ABC = 60^\circ, \quad \angle AEP = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle APE \text{ 是等边三角形, } \angle BPE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore AP = AE = PE,$$

$$\therefore PB = AB - AP = AC - AE = EC,$$

根据点的运动过程可知, $AP = CQ$,

$$\therefore PE = CQ,$$

在 $\triangle BPE$ 和 $\triangle ECQ$ 中,

$$\begin{cases} BP = EC \\ \angle BPE = \angle ECQ, \\ PE = CQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BPE \cong \triangle ECQ$$

【小问 2 详解】

解：根据题意可知，点 P 从点 A 到点 B 所需时间为 $t = \frac{2}{1} = 2(\text{s})$ ，

当 $0 < t < 2$ 时， $CE = 2 - t$ ，

当 $t > 2$ 时， $CE = t - 2$ ，

答：当 $0 < t < 2$ 时， CE 的长为 $2 - t$ ；当 $t > 2$ 时， CE 的长为 $t - 2$ 。

【小问 3 详解】

解：当 $t = 1$ 时，如图 3-1，有 5 个等腰三角形： $\triangle APE$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BPE$ 、 $\triangle ECQ$ 、 $\triangle BEQ$ ，

当 $t = 4$ 时，如图 3-2，有 4 个等腰三角形： $\triangle APE$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle BEQ$ ，

答：当 $t = 1$ 时，等腰三角形有 5 个；当 $t = 4$ 时，等腰三角形有 4 个。

