

2024 学年第二学期期末考试

七年级数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含五个大题, 共 26 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 如果 $a > b$, 则下列各式中不成立的是()

- | | |
|--------------------|----------------------|
| A. $a + 3 > b + 3$ | B. $a - 5 > b - 5$ |
| C. $-3a > -3b$ | D. $2 + 3a > 2 + 3b$ |

【答案】C

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质分别进行判断, 即可得出结论.

- 【详解】解: A、当 $a > b$ 时, 由不等式基本性质 1 得 $a + 3 > b + 3$, 故此选项不符合题意;
- B、当 $a > b$ 时, 由不等式基本性质 1 得 $a - 5 > b - 5$, 故此选项不符合题意;
- C、当 $a > b$ 时, 由不等式基本性质 3 得 $-3a < -3b$, 故此选项符合题意;
- D、当 $a > b$ 时, 由不等式基本性质 2 得 $3a > 3b$, 再由不等式基本性质 1 得 $2 + 3a > 2 + 3b$, 故此选项不符合题意.

故选: C.

【点睛】本题考查了不等式的性质, 熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键.

2. 下列各命题的逆命题成立的是 ()

- | | |
|----------|--------------------------------|
| A. 直角都相等 | B. 如果 $a = b$, 那么 $a^2 = b^2$ |
| C. 对顶角相等 | D. 两直线平行, 同旁内角互补 |

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了写出命题的逆命题, 判断命题的真假, 先写出各个选项的逆命题, 再结合直角的定义、对顶角的定义、有理数的乘方以及平行线的判定与性质逐项分析即可得解, 熟练掌握以上知识点并灵活运用

用是解此题的关键.

【详解】解: A、逆命题为: 相等的角都是直角, 该逆命题不成立, 故不符合题意;

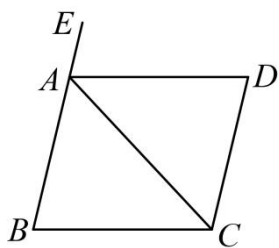
B、逆命题为: 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$, 该逆命题不成立, 故不符合题意;

C、逆命题为: 相等的角都是对顶角, 该逆命题不成立, 故不符合题意;

D、逆命题为: 同旁内角互补, 两直线平行, 该逆命题成立, 故符合题意;

故选: D.

3. 如图, 下列条件中能判断 $BC \parallel AD$ 的是 ()



A. $\angle EAD = \angle B$

B. $\angle EAD = \angle D$

C. $\angle BAC = \angle ACD$

D. $\angle B = \angle D$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定; 根据图形结合选项, 逐项分析判断, 即可求解.

【详解】解: A. $\because \angle EAD = \angle B$,

$\therefore AD \parallel BC$, 故该选项符合题意;

B. $\because \angle EAD = \angle D$

$\therefore AB \parallel CD$, 故该选项不符合题意;

C. $\because \angle BAC = \angle ACD$

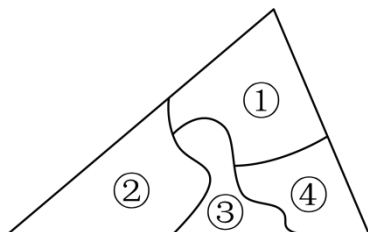
$\therefore AB \parallel CD$, 故该选项不符合题意;

D. 根据 $\angle B = \angle D$, 不能判断两直线平行, 故该选项不符合题意;

故选: A.

4. 如图, 小丽同学不慎把一块三角形的玻璃打碎成四块, 现在要去玻璃店配一块和原来完全一样的玻璃,

下列选择带碎片的方法中不能配成和原来一样的是 ()



A. 带①②去

B. 带②③去

C. 带①④去

D. 带①③去

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定：熟练掌握全等三角形的 5 种判定方法是解决问题的关键．选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件．

根据全等三角形的判定方法对各选项进行判断．

【详解】解：由①②可确定原三角形的两角和它们的夹边，则带碎片①②能配成和原来一样的三角形的玻璃，所以 A 选项不符合题意；

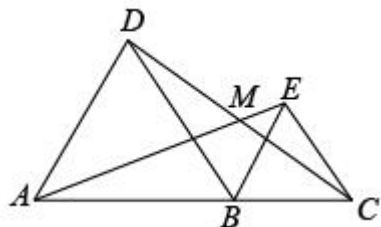
由②③只能确定原三角形的一个角，则带碎片②③不能配成和原来一样的三角形的玻璃，所以 B 选项符合题意；

由①④能确定原三角形的两角和它们的夹边，则带碎片①④能配成和原来一样的三角形的玻璃，所以 C 选项不符合题意；

由①③能确定原三角形的三个角三条边，则带碎片①③能配成和原来一样的三角形的玻璃，所以 D 选项不符合题意．

故选：B．

5. 如图，点 A, B, C 在一条直线上， $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 是等边三角形，连接 AE 和 CD 交于点 M ，则 $\angle AMC$ 的度数为（ ）



A. 135°

B. 120°

C. 105°

D. 90°

【答案】B

【解析】

【分析】由等边三角形的性质得出 $AB=DB$ ， $\angle ABD=\angle CBE=60^\circ$ ， $BE=BC$ ，得出 $\angle ABE=\angle DBC$ ，由 SAS 即可证出 $\triangle ABE\cong\triangle DBC$ ；由 $\triangle ABE\cong\triangle DBC$ ，得出 $\angle BAE=\angle BDC$ ，根据三角形外角的性质得出 $\angle BDC+\angle BCD=60^\circ$ ，即可得出答案．

【详解】解： $\because \triangle ABD$ 、 $\triangle BCE$ 为等边三角形，
 $\therefore AB=DB$ ， $\angle ABD=\angle CBE=60^\circ$ ， $BE=BC$ ，

$$\therefore \angle ABE = \angle DBC,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DBC$ 中,

$$\begin{cases} AB = DB \\ \angle ABE = \angle DBC, \\ BE = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BDC,$$

$$\therefore \angle BDC + \angle BCD = \angle ABD = 60^\circ,$$

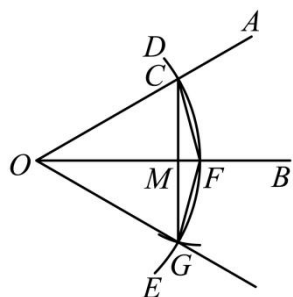
$$\therefore \angle BAE + \angle BCD = \angle BDC + \angle BCD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AMC = 120^\circ.$$

故选: B.

【点睛】本题考查了等边三角形的性质、全等三角形的判定与性质;熟练掌握等边三角形的性质,证明三角形全等是解决问题的关键.

6. 如图: $\angle AOB = 30^\circ$. 按下列步骤作图: ①在射线 OA 上取一点 C , 以点 O 为圆心, OC 长为半径作圆弧 DE , 交射线 OB 于点 F . 连结 CF ; ②以点 F 为圆心, CF 长为半径作圆弧, 交弧 DE 于点 G ; ③连结 FG 、 CG . 作射线 OG . 根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是 ()



A. $\angle AOG = 60^\circ$

B. OF 垂直平分 CG

C. $OG = CG$

D. $OC = 2FG$

【答案】D

【解析】

【分析】由作法得 $OC = OF = OG$, $FG = FC$, 根据线段垂直平分线的判定方法可判断 OF 垂直平分 CG , 则可对 B 选项进行判断; 利用 C 点与 G 点关于 OF 对称得到 $\angle FOG = \angle FOC = 30^\circ$, 则可对 A 选项进行判断; 通过判断 $\triangle OCG$ 为等边三角形可对 C 选项进行判断; 利用含 30° 的直角三角形三边的关系得到 $OC = 2CM$, 加上 $CF > CM$, $FC = FG$, 则可对 D 选项进行判断.

【详解】由作法得 $OC = OF = OG$, $FG = FC$, 则 OF 垂直平分 CG ,

所以 B 选项的结论正确;

$\because C$ 点与 G 点关于 OF 对称

$$\therefore \angle FOG = \angle FOC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOG = 60^\circ,$$

所以 A 选项的结论正确;

$\therefore \triangle OCG$ 为等边三角形,

$$OG = CG,$$

所以 C 选项的结论正确;

在 $Rt\triangle OCM$ 中, $\because \angle COM = 30^\circ$

$$\therefore OC = 2CM,$$

$$\because CF > CM, \quad FC = FG,$$

$$\therefore OC \neq 2FG,$$

所以 D 选项的结论错误

故选: D .

【点睛】本题考查含 30° 的直角三角形、线段垂直平分线的判定、尺规作图、三角形的三边关系, 等边三角形, 熟练应用所学知识点判断是关键, 利用尺规作图步骤分析是重点

二、填空题 (本大题共 12 题, 每小题 2 分, 满分共 24 分)

7. 不等式 $6 - 2x < 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x > 3$

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次不等式的解法, 熟练掌握一元一次不等式的求解步骤 (去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1) 以及不等式的基本性质是解题的关键. 本题可通过对不等式进行移项、系数化为 1 等操作来求解. 具体思路为: 先将不等式中的常数项移到一边, 含未知数的项留在另一边, 然后将未知数的系数化为 1, 从而得到不等式的解集.

【详解】解: $6 - 2x < 0$

$$-2x < -6,$$

解得: $x > 3$,

故答案为: $x > 3$.

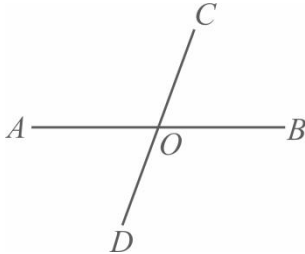
8. 直线 AB 、 CD 相交于点 O , $\angle AOC = 110^\circ$, 那么直线 AB 、 CD 的夹角为_____.

【答案】 70° 或 110°

【解析】

【分析】 本题考查邻补角，画出相应的图形进行解答即可.

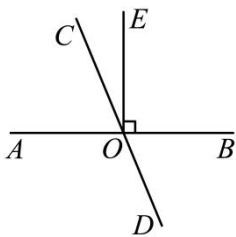
【详解】 解：如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 110^\circ$ ，



那么直线 AB 、 CD 的夹角为 110° 或 $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ ，

故答案为： 70° 或 110° .

9. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ，射线 $OE \perp AB$ ，垂足为 O ，如果 $\angle COE = 27^\circ$ ，那么 $\angle AOD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 117

【解析】

【分析】 本题考查垂线，对顶角、邻补角，由垂直的定义得到 $\angle BOE = 90^\circ$ ，求出 $\angle BOC = 117^\circ$ ，由对顶角相等即可得到 $\angle AOD$.

【详解】 解： $\because OE \perp AB$ ，

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

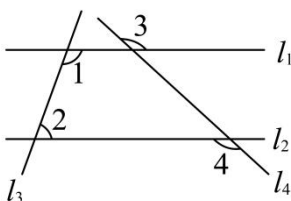
$$\because \angle COE = 27^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle BOE + \angle COE = 117^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOC = 117^\circ.$$

故答案为： 117.

10. 如图，已知 $\angle 1 = 110^\circ$ ， $\angle 2 = 70^\circ$ ， $\angle 3 = 138^\circ$ ，那么 $\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

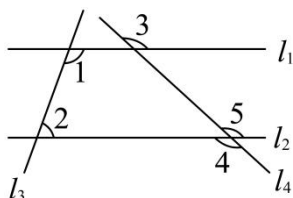


【答案】 138

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键．根据平行线的判定和性质，易得 $l_1 \parallel l_2$ ，则 $\angle 3 = \angle 5$ ，得到 $\angle 5 = 138^\circ$ ，再根据对顶角相等，得到结果．

【详解】 解：如图，



$$\because \angle 1 = 110^\circ, \quad \angle 2 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5,$$

$$\because \angle 3 = 138^\circ,$$

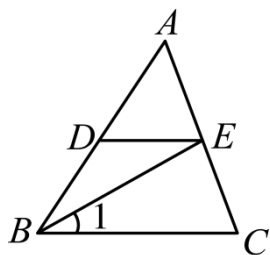
$$\therefore \angle 5 = 138^\circ,$$

$$\because \angle 4 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 4 = 138^\circ,$$

故答案为： 138° ．

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $DE \parallel BC$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ．若 $\angle ADE = 80^\circ$ ，则 $\angle 1 =$ _____．



【答案】 40° ## 40 度

【解析】

【分析】 根据平行线的性质求出 $\angle ABC = \angle ADE = 80^\circ$ ，再根据角平分线的定义即可求出

$$\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC = 40^\circ.$$

【详解】 解： $\because DE \parallel BC$ ， $\angle ADE = 80^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ADE = 80^\circ,$$

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC = 40^\circ,$$

故答案为: 40° .

【点睛】 本题考查平行线的性质及角平分线的定义, 解题关键是结合图形理清各角之间的关系.

12. 如果等腰三角形的两边长分别是 4cm 和 9cm, 那么它的周长是_____.

【答案】 22cm ##22 厘米

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的定义, 三角形的三边关系. 熟练掌握三角形的三边关系确定第三边的长是解题的关键.

分两种情况讨论: 当腰长为 4cm 或当腰长为 9cm, 根据三角形三边关系进行判断能否组成三角形, 再求解三角形周长.

【详解】 解: 当腰长为 4cm, 则三边为 4cm, 4cm, 9cm,

此时 $4+4<9$, 不能组成三角形, 舍去;

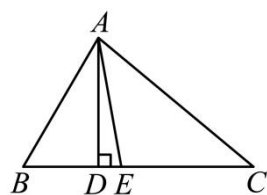
当腰长为 9cm, 则三边为 4cm, 9cm, 9cm,

此时 $4+9>9$, 能组成三角形, 符合题意,

$\therefore$ 它的周长是 $4+9+9=22\text{cm}$,

故答案为: 22cm.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=40^\circ$, AE 平分 $\angle BAC$, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , 那么 $\angle DAE=$ _____度.



【答案】 10

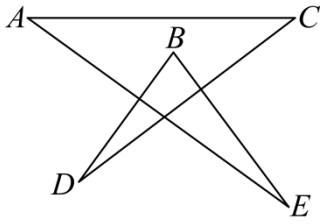
【解析】

【分析】 本题考查的是三角形内角和定理和角平分线的定义, 根据三角形内角和是 180° , 角平分线平分角的度数解答即可

【详解】 因为, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=40^\circ$, 所以 $\angle BAC=180^\circ-60^\circ-40^\circ=80^\circ$, 因为 AE 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAE=\angle CAE=40^\circ$, 又因为在 $\triangle ACD$ 中, $AD \perp BC$, $\angle C=40^\circ$, 所以 $\angle CAD=50^\circ$, 所以 $\angle DAE=\angle CAD-\angle CAE=50^\circ-40^\circ=10^\circ$

【点睛】本题的关键是掌握三角形内角和是 180 度

14. 如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E =$ _____ 度.

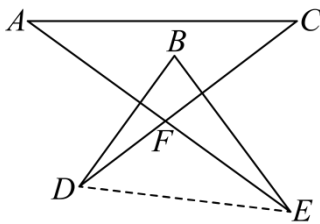


【答案】 180

【解析】

【分析】 本题考查的是三角形的内角和定理, 如图, 连接 DE , 记 AE 、 CD 的交点为 F , 先证明 $\angle A + \angle C = \angle FDE + \angle FED$, 再利用三角形的内角和定理可得答案. 作出合适的辅助线构建三角形是解本题的关键.

【详解】 解: 如图, 连接 DE , 记 AE 、 CD 的交点为 F ,



$$\because \angle A + \angle C = 180^\circ - \angle AFC, \quad \angle FDE + \angle FED = 180^\circ - \angle DFE, \quad \angle AFC = \angle DFE,$$

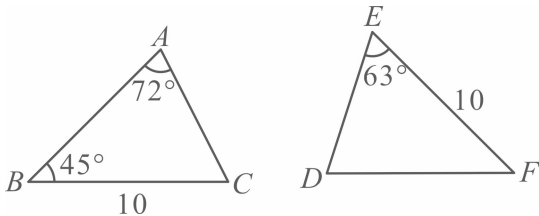
$$\therefore \angle A + \angle C = \angle FDE + \angle FED,$$

$$\therefore \angle B + \angle BDF + \angle FDE + \angle FED + \angle BEF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BDF + \angle A + \angle C + \angle BEF = 180^\circ,$$

故答案为: 180.

15. 如图, 已知 ABC 与 DEF 全等, 那么 $\angle D =$ _____ $^\circ$.



【答案】 72

【解析】

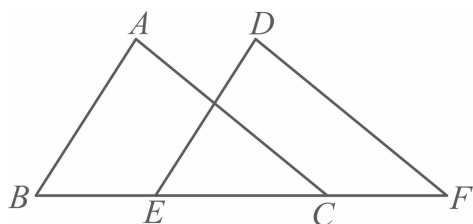
【分析】 本题考查全等三角形的性质, 全等三角形的对应边所对的角是对应角, 由此即可得到答案.

【详解】 解: $\because ABC$ 与 DEF 全等, BC 和 EF 是对应边,

$$\therefore \angle D = \angle A = 72^\circ,$$

故答案为：72.

16. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，点A、B、C的对应点分别是点D、E、F，B、E、C、F四点在同一直线上， $BC = 7$ ， $BF = 10$ ，那么EC的长为_____.



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质，熟练掌握全等三角形对应边相等是解题的关键.

根据全等三角形的性质得到 $BC = EF = 7$ ，再由 $CF = BF - BC$ 求出 CF ，再由 $EC = EF - CF$ 即可求解.

【详解】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

$$\therefore BC = EF = 7,$$

$$\because BF = 10,$$

$$\therefore CF = BF - BC = 3,$$

$$\therefore EC = EF - CF = 7 - 3 = 4,$$

故答案为：4.

17. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle A = 100^\circ$ ，点P是 $\triangle ABC$ 三边上的动点. 当 $\triangle PAC$ 为等腰三角形时，其顶角的度数是_____.

【答案】 100° 或 50° 或 80°

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形. 熟练掌握等腰三角形的性质，分情况讨论，作出图形，是解题的关键. 作出图形，然后分点P在AB上与BC上两种情况讨论求解.

【详解】解：①如图1，点P在AB上时，

$$AP = AC,$$

顶角为 $\angle A = 100^\circ$ ；

②点P在BC上时，

$$\because \angle B = 30^\circ, \angle A = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 50^\circ,$$

如图2，若 $\angle C$ 为顶角，

则顶角 $\angle C = 50^\circ$;

如图 3, 若 $\angle C$ 为底角,

取 $AC = AP$,

则顶角为 $\angle CAP = 180^\circ - 2\angle C = 80^\circ$,

综上所述, 顶角为 100° 或 50° 或 80° .

故答案为: 100° 或 50° 或 80° .

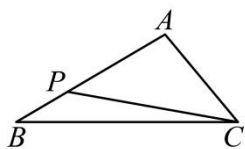


图1

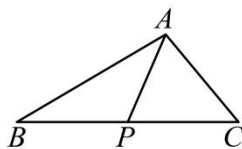


图2

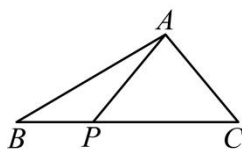


图3

18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 直线 l 经过点 A , 分别过点 B 、 C 作直线 l 的垂线, 垂足分别为 D 、 E . 如果 $BD = 5$, $CE = 3$, 那么 $DE =$ _____.

【答案】 8 或 2

【解析】

【分析】 此题重点考查直角三角形的两个锐角互余、同角的余角相等、全等三角形的判定与性质、分类讨论数学思想的运用等知识与方法, 分两种情况讨论, 一是点 B 、点 C 在直线 l 同侧, 由 $BD \perp l$ 于点 D , $CE \perp l$ 于点 E , 得 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, 而 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = CA$, 由 $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$, $\angle CAE + \angle BAD = 90^\circ$, 推导出 $\angle ABD = \angle CAE$, 可根据 AAS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$, 则 $BD = AE = 5$, $AD = CE = 3$, 求得 $DE = AE + AD = 8$; 二是点 B 、点 C 在直线 l 异侧, 同理可证明 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$, 则 $BD = AE = 5$, $AD = CE = 3$, 求得 $DE = AE - AD = 2$, 于是得到问题的答案.

【详解】 解: 如图 1, 点 B 、点 C 在直线 l 同侧,

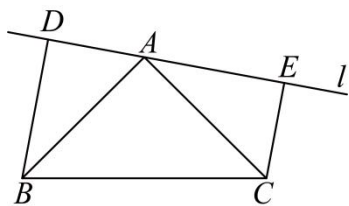


图1

$\because BD \perp l$ 于点 D , $CE \perp l$ 于点 E ,

$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$,

$\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAE + \angle BAD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

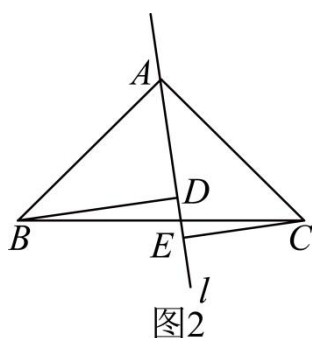
$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle AEC, \\ AB = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore BD = AE = 5, \quad AD = CE = 3,$$

$$\therefore DE = AE + AD = 5 + 3 = 8;$$

如图 2, 点 B 、点 C 在直线 l 异侧,



$$\because BD \perp l \text{ 于点 } D, \quad CE \perp l \text{ 于点 } E,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle CAE + \angle BAD = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle AEC, \\ AB = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore BD = AE = 5, \quad AD = CE = 3,$$

$$\therefore DE = AE - AD = 5 - 3 = 2.$$

综上所述, DE 的长为 8 或 2.

故答案为: 8 或 2.

三、解不等式 (组) 及其应用 (本大题共 3 题, 每小题 7 分, 满分共 21 分)

19. 解不等式: $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{2} \leq 1$.

【答案】 $x \geq -2$.

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式，根据“去分母，去括号，移项，合并同类项，化系数为1”步骤解不等式即可，解题的关键是熟练掌握解一元一次不等式.

【详解】 解: $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{2} \leq 1$

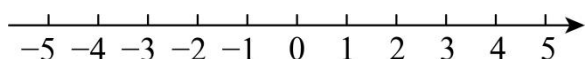
$$2(2x+1) - 3(3x+2) \leq 6$$

$$4x+2-9x-6 \leq 6$$

$$-5x \leq 10$$

$$x \geq -2.$$

20. 利用数轴确定不等式组 $\begin{cases} x+8 \geq 2-x \text{ ①} \\ 3x < x+2 \text{ ②} \end{cases}$ 的整数解.



【答案】 见解析, -3 、 -2 、 -1 、 0

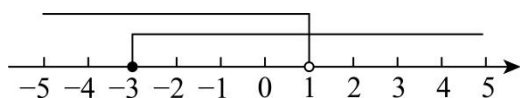
【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式组的整数解、在数轴上表示不等式组的解集，分别求出每一个不等式的解集，根据数轴确定不等式组的解集及整数解.

【详解】 解: 解不等式①得: $x \geq -3$,

解不等式②得: $x < 1$,

将解集表示在数轴上如下:



所以不等式组的解集为 $-3 \leq x < 1$,

则其整数解为 -3 、 -2 、 -1 、 0 .

21. 某校组织六年级和七年级共 100 名学生参加垃圾分类志愿者助力活动. 六年级学生每人要完成 2 次助力分类, 七年级学生每人要完成 5 次助力分类. 为了保证垃圾分类助力总次数不少于 360 次, 最少需要多少名七年级学生参加活动?

【答案】 最少需要 54 名七年级学生参加活动

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的应用，设需要 x 名七年级学生参加活动，则需要 $(100-x)$ 名六年级学生参加活动，根据要保证垃圾分类助力总次数不少于 360 次，可列出关于 x 的一元一次不等式，解得 x 的取值范围，再取其中的最小整数值，即可得出结论.

【详解】 解：设需要 x 名七年级学生参加活动，则需要 $(100-x)$ 名六年级学生参加活动，

根据题意得： $2(100-x) + 5x \geq 360$,

解得： $x \geq \frac{160}{3}$,

又 $\because x$ 为正整数，

$\therefore x$ 的最小值为 54.

答：最少需要 54 名七年级学生参加活动.

四、简答题（本大题共 3 题，每小题 7 分，满分共 21 分）

22. 如图，图 1 是某品牌自行车放置在水平地面的实物图，图 2 是其几何示意图，其中 AB ， CD 都与地面 l 平行， $\angle BCD = 60^\circ$ ， $\angle BAC = 55^\circ$ ，若 $AM \parallel BC$ ，求 $\angle MAC$ 的度数.

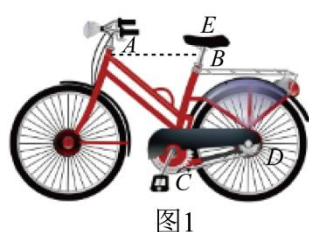


图1

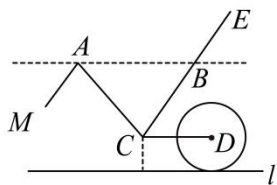


图2

【答案】 $\angle MAC = 65^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，三角形内角和定理. 根据题意得到 $AB \parallel CD$ ，得出 $\angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$ ，根据三角形内角和定理求出 $\angle ACB = 65^\circ$ ，由 $AM \parallel BC$ 得到 $\angle MAC = \angle ACB = 65^\circ$ ，即可得到答案.

【详解】 解： $\because AB$ ， CD 都与地面 l 平行，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$ ，

$\because \angle BAC = 55^\circ$ ，

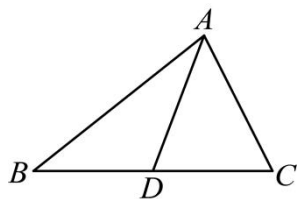
$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle ABC - \angle BAC = 65^\circ$ ，

$\therefore AM \parallel BC$ ，

$\therefore \angle MAC = \angle ACB = 65^\circ$.

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线，如果 $AB > AC$ ，求证： $\angle DAC > \angle BAD$.

证明：延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 BE （请完成后续证明）

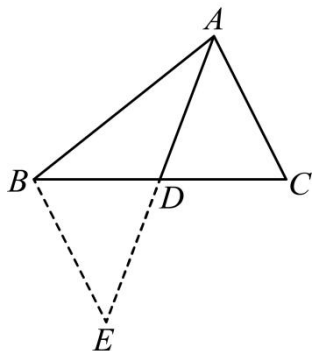


【答案】见解析

【解析】

【分析】此题主要考查了全等三角形的判定和性质，理解三角形中线的定义，大边对大角，延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 BE ，根据三角形中线定义得 $BD = CD$ ，进而依据 SAS 判定 $\triangle BDE \cong \triangle CDA$ 得 $BE = AC$ ， $\angle E = \angle DAC$ ，再由 $AB > AC$ 得 $AB > BE$ ，继而根据“大边对大角”得 $\angle E > \angle BAD$ ，由此即可得出结论.

【详解】解：延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 BE ，如图所示：



$\because AD$ 是 BC 边上的中线，

$\therefore BD = CD$ ，

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} DE = AD \\ \angle BDE = \angle CDA, \\ BD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA$ (SAS),

$\therefore BE = AC$ ， $\angle E = \angle DAC$ ，

$\because AB > AC$ ，

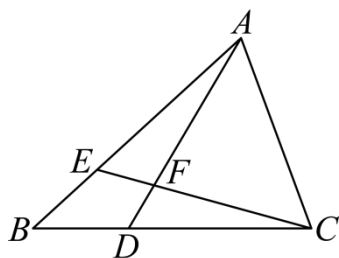
$\therefore AB > BE$ ，

$\therefore \angle E > \angle BAD$ ，

$\therefore \angle DAC > \angle BAD$.

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 在 AB 上，点 D 在 BC 上， $BD = BE$ ， $\angle BAD = \angle BCE$ ， AD 与 CE 相交

于点 F .



(1) 证明: $BA = BC$;

(2) 求证: $\triangle AFC$ 为等腰三角形.

【答案】(1) 证明过程见解答

(2) 证明过程见解答

【解析】

【分析】 本题主要考查全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质与判定.

(1) 利用 AAS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ 可证得答案;

(2) 由 (1) 易得 $\angle BAC = \angle BCA$, 进而可求得 $\angle FAC = \angle FCA$, 即可证明结论.

【小问 1 详解】

证明: 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle BCE \\ \angle B = \angle B \\ BD = BE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE (AAS),$$

$$\therefore BA = BC;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because BA = BC$,

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA,$$

$$\because \angle BAD = \angle BCE,$$

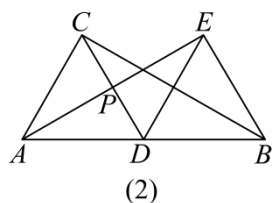
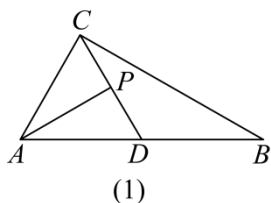
$$\therefore \angle FAC = \angle FCA,$$

$$\therefore FA = FC,$$

$\therefore \triangle AFC$ 为等腰三角形.

五、解答题 (本大题共 2 题, 每小题 8 分, 满分共 16 分)

25. 已知: 在 $\triangle ACD$ 中, P 是 CD 的中点, B 是边 AD 延长线上的一点, $BD = AC$, 连接 BC 、 AP .



(1) 如图 (1), 如果 $AP \perp CD$, 证明: $BD = AD$;

(2) 如图 (2), 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 AP 的延长线于点 E , 连接 BE , 如果 $\angle CAD = 60^\circ$, 证明:
 $BC = 2AP$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质、线段垂直平分线的性质以及等边三角形的判定与性质等知识.

(1) 由线段垂直平分线的性质得 $AC = AD$, 即可得出结论;

(2) 证明 $\triangle CPA \cong \triangle DPE$ (AAS), 得 $AP = EP = \frac{1}{2} AE$, $AC = DE$, 再证明 $\triangle BDE$ 是等边三角形, 得到 $AC = BE$, 然后证明 $\triangle CAB \cong \triangle EBA$ (SAS), 得 $BC = AE$, 即可得出结论.

【小问 1 详解】

证明: $\because AP \perp CD$, P 是 CD 的中点,

$\therefore AP$ 是 CD 的垂直平分线,

$\therefore AC = AD$,

$\because BD = AC$,

$\therefore BD = AD$;

【小问 2 详解】

解: $\because DE \parallel AC$,

$\therefore \angle CAP = \angle DEP$,

$\because CP = DP$, $\angle CPA = \angle DPE$,

$\therefore \triangle CPA \cong \triangle DPE$ (AAS),

$\therefore AP = EP = \frac{1}{2} AE$, $AC = DE$,

$\because BD = AC$,

$\therefore BD = DE$,

$\therefore DE \parallel AC$,

$\therefore \angle BDE = \angle CAD = 60^\circ$,
 $\therefore BDE$ 是等边三角形,
 $\therefore BD = BE$, $\angle EBD = 60^\circ$,
 $\therefore BD = AC$,
 $\therefore AC = BE$,
 $\therefore \angle CAB = \angle EBA = 60^\circ$, $AB = BA$,
 $\therefore \triangle CAB \cong \triangle EBA$ (SAS),
 $\therefore BC = AE$,
 $\therefore BC = 2AP$.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 是直线 BC 上一点 (不与 B 、 C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AD=AE$, $\angle DAE = \angle BAC$, 连接 CE .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上, 如果 $\angle BAC=90^\circ$, 则 $\angle BCE=$ _____ 度;

(2) 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$.

①如图 2, 当点 D 在线段 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请说明理由;

②当点 D 在直线 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请直接写出你的结论.

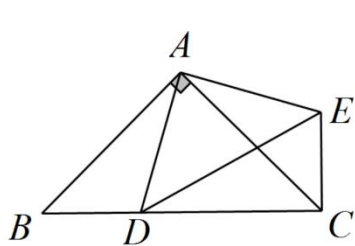


图1

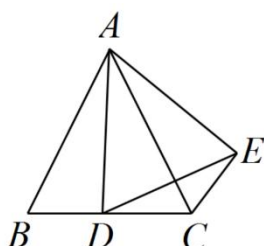
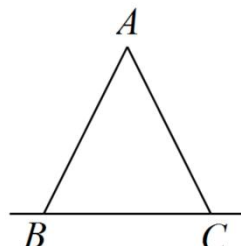
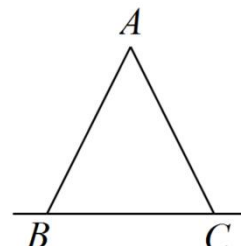


图2



备用图



备用图

【答案】 (1) 90; (2) ① $\alpha + \beta = 180^\circ$, 理由见解析; ②当点 D 在射线 BC 上时, $\alpha + \beta = 180^\circ$, 当点 D 在射线 BC 的反向延长线上时, $\alpha = \beta$.

【解析】

【分析】 (1) 可以证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 得到 $\angle B = \angle ACE$, 证明 $\angle ACB = 45^\circ$, 即可解决问题;

(2) ①证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 得到 $\angle B = \angle ACE$, $\beta = \angle B + \angle ACB$, 即可解决问题;

②证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 得到 $\angle ABD = \angle ACE$, 借助三角形外角性质即可解决问题.

【详解】 解: (1) $\because AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$,

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle ACB + \angle ACE = 90^\circ,$$

故答案为: 90° ;

$$(2) \text{ ① } \alpha + \beta = 180^\circ.$$

理由: $\because \angle BAC = \angle DAE,$

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC.$$

即 $\angle BAD = \angle CAE.$

又 $AB = AC, AD = AE,$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE.$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE.$$

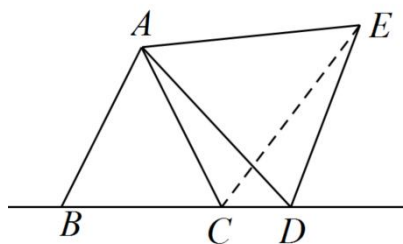
$$\therefore \angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB.$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \beta.$$

$$\because \alpha + \angle B + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ.$$

②如图: 当点 D 在射线 BC 上时, $\alpha + \beta = 180^\circ$, 连接 CE ,



$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

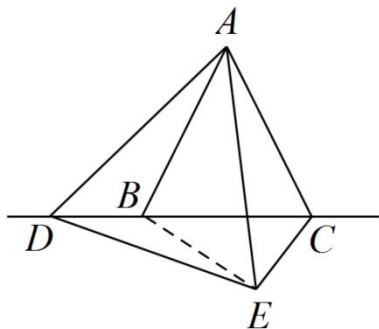
在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$,

$$\therefore \angle BAC + \angle ACE + \angle ACB = \angle BAC + \angle BCE = 180^\circ,$$

$$\text{即: } \angle BCE + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ,$$

如图: 当点 D 在射线 BC 的反向延长线上时, $\alpha = \beta$. 连接 BE ,



$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\text{又} \because AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE = \angle ACB + \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ABC = \angle ACE + \angle ABC = \angle ACB + \angle BCE + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCE.$$

$$\therefore \alpha = \beta;$$

综上所述: 点 D 在直线 BC 上移动, $\alpha + \beta = 180^\circ$ 或 $\alpha = \beta$.

【点睛】 该题主要考查了等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定及其性质等几何知识点及其应用问题; 应牢固掌握等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定及其性质等几何知识点.