

市北初级中学教育集团 2024-2025 学年下学期七年级期末数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列各式中, 是一元一次不等式的是 ().

- A. $x^2 + 1 > 1$ B. $2x - 5 > x$ C. $\frac{5}{x} + 2 \geq 10$ D. $3x + 2y < 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元一次不等式的定义判断选项即可. 一元一次不等式的定义: 只含有一个未知数, 且未知数的次数是 1, 未知数的系数不为 0, 不等号左右两边为整式的不等式, 叫做一元一次不等式.

【详解】A、 $x^2 + 1 > 1$ 不满足“未知数的次数是 1”的条件, 所以不是一元一次不等式, 故 A 选项不符合题意;

B、 $2x - 5 > x$ 是一元一次不等式, 故 B 选项符合题意;

C、 $\frac{5}{x} + 2 \geq 10$ 不满足“不等号左右两边为整式”的条件, 所以不是一元一次不等式, 故 C 选项不符合题意;

D、 $3x + 2y < 0$ 不满足“只含有一个未知数”的条件, 所以不是一元一次不等式, 故 D 选项不符合题意.

故选: B

【点睛】本题考查了一元一次不等式的定义, 熟练掌握一元一次不等式的定义是解题关键.

2. 下列成语或词语所反映的事件中, 发生的可能性最小的是 ()

- A. 瓜熟蒂落 B. 守株待兔 C. 旭日东升 D. 瓮中捉鳖

【答案】B

【解析】

【分析】一般地必然事件的可能性大小为 1, 不可能事件发生的可能性大小为 0, 随机事件发生的可能性大小在 0 至 1 之间.

【详解】解: 由题意可知:

A. 瓜熟蒂落, 是必然事件, 发生的可能性为 1, 不符合题意;

B. 守株待兔, 其反映的事件可能发生也可能不发生, 发生的可能性很小, 符合题意;

C. 旭日东升, 是必然事件, 发生的可能性为 1, 不符合题意;

D. 瓮中捉鳖，是必然事件，发生的可能性为 1，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查随机事件，判断事件发生的可能性大小，解题的关键是理解必然事件，不可能事件，随机事件概念.

3. 下列命题中，为假命题的是 ()

A. 全等三角形的面积相等

B. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行

C. 三角形的三条高相交于一点

D. 两直线平行，同位角相等

【答案】C

【解析】

【分析】根据全等三角形的面积相等、平行公理、三角形的高的定义、平行线的性质依次判断即可求解.

【详解】解：A. 全等三角形形状、大小完全相同，面积必然相等，为真命题，不符合题意；

B. 平行公理指出过直线外一点有且仅有一条直线与已知直线平行，为真命题，不符合题意；

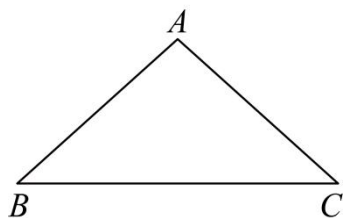
C. 锐角三角形和直角三角形的三条高交于一点，但钝角三角形的高作为线段时，三条高线段本身并不在三角形内部或外部相交，因此命题表述不严谨，为假命题，符合题意；

D. 平行线性定理明确两直线平行时同位角相等，为真命题，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了命题、全等三角形的性质、三角形的高、平行公理、平行线的性质，解题关键是逐一分析各选项是否为真命题，重点考查三角形高的性质.

4. 如图，某景区有 A，B，C 三处景点，景点之间均以最短路线修建公路，为了便于游客游玩与休息，现计划建设一座游客休息厅提供给游客休息，为了确保各个景点到游客休息厅的距离相等，则游客休息厅应建设在 ()



A. ABC 三条中线的交点

B. ABC 三边垂直平分线的交点

C. ABC 三条高的交点

D. ABC 三条角平分线的交点

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查的是线段垂直平分线的性质在实际生活中的应用；

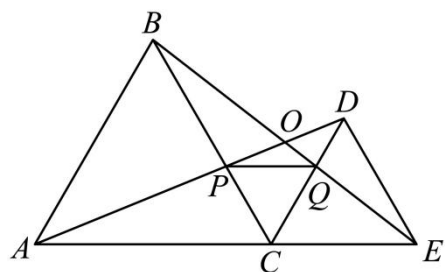
由于各个景点到游客休息厅的距离相等，所以根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等，可知是 ABC 三边垂直平分线的交点，由此即可确定休息厅的位置.

【详解】解： $\because$ 各个景点到游客休息厅的距离相等，

$\therefore$ 休息厅选择 ABC 三边垂直平分线的交点，

故选： B.

5. 如图， C 为线段 AE 上一动点（不与点 A, E 重合），在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ECD$ ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连接 PQ 。以下结论不正确的是（ ）



- A. $AD = BE$ B. $DE = DP$ C. $AP = BQ$ D. $\angle AOB = 60^\circ$

【答案】 B

【解析】

【分析】通过证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS)$ ，得到 $AD = BE$ 可判断 A 正确，通过证明 $\triangle CDP \cong \triangle CEQ (ASA)$ ，得到 $DP = EQ$ ，可判断 B 错误；证明 $\triangle CQB \cong \triangle CPA (ASA)$ ，得到 $BQ = AP$ ，故判定结论 C 正确；利用 $\angle AOB = \angle OAE + \angle AEO = \angle CBE + \angle AEO = \angle ACB = 60^\circ$ ，可判断 D 正确.

【详解】解：由于 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 是等边三角形，

可知 $AC = BC$ ， $CD = CE$ ， $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = 60^\circ$ ， $\angle ACD = \angle BCE = 120^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS)$ ，

$\therefore AD = BE$ ， $\angle ADC = \angle BEC$ ，

可判断 A 正确；

$\therefore \angle DCP = \angle ECQ = 60^\circ$ ， $CD = CE$ ，

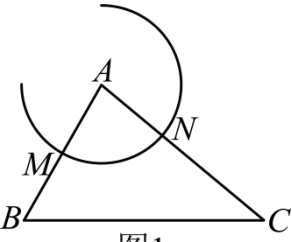
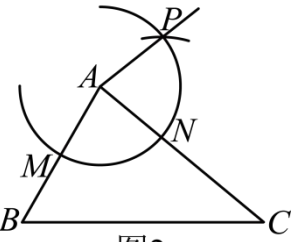
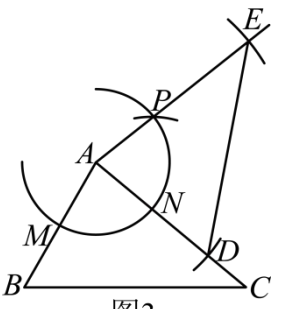
$\therefore \triangle CDP \cong \triangle CEQ (ASA)$ ，

$\therefore DP = EQ$,
 $\therefore DE \neq EQ$,
 $\therefore DE \neq DP$, 可判断 B 错误;
 $\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$,
 $\therefore \angle DAC = \angle EBC$,
 又 $\because \angle ACP = \angle BCQ = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle CQB \cong \triangle CPA (ASA)$,
 $\therefore BQ = AP$, 故结论 C 正确;
 $\because \angle AOB = \angle OAE + \angle AEO = \angle CBE + \angle AEO = \angle ACB = 60^\circ$, 可判断 D 正确.

故选：B.

【点睛】 本题考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定与性质，三角形外角的定义和性质，平角的定义等知识点. 熟练掌握等边三角形的性质，证明三角形全等是解题的关键.

6. 综合实践课上，嘉嘉画出了 $\triangle ABC$ ，利用尺规作图画出了 $\triangle ADE$ ；使 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$. 图 1~图 3 是其作图过程.

(1) 以点 A 为圆心，以适当长为半径画弧，交 AB 于点 M，交 AC 于点 N.  图1	(2) 以点 N 为圆心，以 MN 长为半径画弧，与 (1) 中的弧交于点 P，作射线 AP.  图2	(3) 以点 A 为圆心，分别以 AB，AC 长为半径画弧，与边 AC 交于点 D，与射线 AP 交于点 E，连接 DE.  图3
---	--	---

在嘉嘉的作法中，可直接判定 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 的依据是 ().

- A. SSS B. SAS C. AAS D. ASA

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了尺规作图—基本作图，全等三角形的判定定理，由作图可得 $AD = AB$ ， $AC = AE$ ，

$\angle BAC = \angle DAE$ ，再结合全等三角形的判定定理即可得解，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】解：由作图可得： $AD = AB$ ， $AC = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 中，

$$\begin{cases} AD = AB \\ \angle DAE = \angle BAC, \\ AE = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC (\text{SAS})$ ，

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 2 分，满分 24 分）

7. “掷一枚质地均匀的骰子，得到的点数是 1”的事件是_____事件. (填“不可能”或“必然”或“随机”)

【答案】随机

【解析】

【分析】本题考查事件的分类，根据事件的分类方法，进行判断即可.

【详解】解：掷一枚质地均匀的骰子，得到的点数是 1，可能发生也可能不发生，是随机事件；
故答案为：随机.

8. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = 5\text{cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ ，那么 $\angle A$ _____ $\angle C$ (大小比较).

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查比较三角形的内角度数的大小关系，根据大边对大角，比较角度之间的关系即可.

【详解】解： $\because AB, BC$ 分别为 $\angle C, \angle A$ 的对边，且 $AB > BC$ ，
 $\therefore \angle A < \angle C$ ；

故答案为：<.

9. 一个圆柱体的侧面积是 $12\pi\text{cm}^2$ ，高是 6cm ，它的底面周长是_____ cm . (结果保留 π)

【答案】 2π

【解析】

【分析】本题考查圆柱侧面积公式：底面圆的周长 $\times$ 圆柱的高=圆柱的侧面积，熟练掌握圆柱体的侧面积公式是解题关键. 根据圆柱的侧面展开图是个长方形，对应的面积是底面圆的周长乘以高. 用侧面积为作为相等关系即可求得底面圆的半径.

【详解】解：设圆柱底面圆的半径为 r ，

$$\therefore 2\pi r \times 6 = 12\pi$$

$$r = 1\text{cm}.$$

它的底面周长是 $2\pi \times 1 = 2\pi\text{cm}$

故答案为： 2π .

10. 在 ABC 中，已知 $\angle A:\angle B:\angle C=1:3:4$ ，那么 ABC 是_____三角形（填“锐角”、“直角”或“钝角”）.

【答案】直角

【解析】

【分析】设 $\angle A = x$ ，则 $\angle B = 3x$ ， $\angle C = 4x$ ，根据三角形内角和求出 x 的值，计算出每个内角度数即可判断.

【详解】解：设 $\angle A = x$ ，则 $\angle B = 3x$ ， $\angle C = 4x$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore x + 3x + 4x = 180^\circ,$$

$$\therefore x = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 22.5^\circ, \angle B = 67.5^\circ, \angle C = 90^\circ,$$

故答案为：直角.

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，一元一次方程的应用，运用方程思想是解本题的关键.

11. 如果 $a > b$ ，则 $\frac{1-2a}{3}$ _____ $\frac{1-2b}{3}$ （填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”）

【答案】 $<$

【解析】

【分析】用作差法比较即可.

$$\text{【详解】解：} \frac{1-2a}{3} - \frac{1-2b}{3}$$

$$= \frac{1-2a-1+2b}{3}$$

$$= \frac{-2a+2b}{3}$$

$$= -\frac{2(a-b)}{3},$$

$$\therefore a > b,$$

$$\begin{aligned}\therefore a-b &> 0, \\ \therefore \frac{-2a+2b}{3} &< 0, \\ \therefore \frac{1-2a}{3} - \frac{1-2b}{3} &< 0, \\ \therefore \frac{1-2a}{3} &< \frac{1-2b}{3}.\end{aligned}$$

故答案为：<.

【点睛】本题考查了不等式的性质和利用作差法比较两个代数式的大小. 作差法比较大小的方法是：如果 $a-b>0$ ，那么 $a>b$ ；如果 $a-b=0$ ，那么 $a=b$ ；如果 $a-b<0$ ，那么 $a<b$ ；另外本题还用到了不等式的传递性，即如果 $a>b$ ， $b>c$ ，那么 $a>b>c$.

12. 请写出“三个角都相等的三角形是等边三角形”的逆命题：_____.

【答案】等边三角形的三个角都相等.

【解析】

【分析】把原命题“三个角都相等的三角形是等边三角形”的题设与结论进行交换即可.

【详解】“三个角都相等的三角形是等边三角形”的逆命题为
“等边三角形的三个角都相等”，

故答案为：等边三角形的三个角都相等.

【点睛】本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理. 也考查了逆命题.

13. 一个三角形的三边长为 x ，5，7，另一个与它全等的三角形的三边长为 3， y ，5，那么以 x 、 y 为腰长和底边长的等腰三角形的周长等于_____.

【答案】17

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质，三角形三边之间的关系，解题的关键是掌握全等三角形对应边相等，三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边.

先根据全等三角形的性质，得出 x 和 y 的值，再根据三角形三边之间是关系，得出该等腰三角形的底边和腰长，即可解答.

【详解】解：∵一个三角形的三边长为 x ，5，7，另一个与它全等的三角形的三边长为 3， y ，5，

$$\therefore x=3, y=7,$$

$$\therefore 3+3<7,$$

∴等腰三角形底边长为 3，腰长为 7，

$\therefore$ 等腰三角形的周长 $= 7 + 7 + 3 = 17$,

故答案为: 17.

14. 一次数学基础知识竞赛共有 30 道题, 规定答对一道题得 4 分, 答错或不答扣 1 分, 在这次竞赛中, 某同学获得优秀 (90 分或 90 分以上), 则这位同学至少答对了_____道题.

【答案】24

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式的实际应用, 理解题意, 找出数量关系, 列出不等式是解题关键. 设这位同学至少答对了 x 道题, 则答错了 $(30 - x)$ 道题, 根据题意可列出关于 x 的一元一次不等式, 求解即可.

【详解】解: 设这位同学至少答对了 x 道题, 则答错了 $(30 - x)$ 道题,

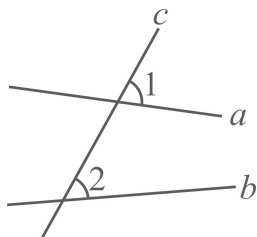
根据题意得: $4x - (30 - x) \geq 90$,

解得: $x \geq 24$,

答: 这位同学至少答对了 24 道题.

故答案为: 24.

15. 牛顿曾说过: “反证法是数学家最精良的武器之一.” 那么我们用反证法证明: 如图, “已知: 在同一平面内, $\angle 1 \neq \angle 2$, 求证: a 与 b 不平行” 时, 应先应假设_____.



【答案】 $a \parallel b$

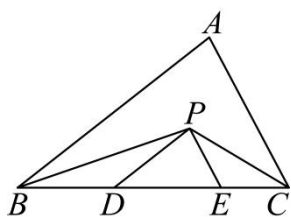
【解析】

【分析】本题考查的是反证法的应用, 解此题关键要懂得反证法的意义及步骤, 在假设结论不成立时要注意考虑结论的反面所有可能的情况, 如果只有一种, 那么否定一种就可以了, 如果有多种情况, 则必须一一否定. 根据反证法的步骤中, 第一步是假设结论不成立, 反面成立解答即可.

【详解】解: 反证法证明命题 “已知: 在同一平面内, $\angle 1 \neq \angle 2$, 求证: a 与 b 不平行” 时, 首先应假设 a 与 b 平行, 即 $a \parallel b$.

故答案为: $a \parallel b$.

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 $BC = 13\text{cm}$, BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角的平分线, 且 $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$, 则 $\triangle PDE$ 的周长是_____cm.



【答案】 13

【解析】

【分析】 根据平行线的性质可证的 $\triangle DPB$ 和 $\triangle EPC$ 为等腰三角形，从而将 $\triangle PDE$ 的周长转化为 BC 的长.

【详解】 解： $\because BP$ 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线，

$$\therefore \angle ABP = \angle PBD, \quad \angle ACP = \angle PCE,$$

$$\because PD \parallel AB, \quad PE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BPD, \quad \angle ACP = \angle CPE,$$

$$\therefore \angle PBD = \angle BPD, \quad \angle PCE = \angle CPE,$$

$$\therefore BD = PD, \quad CE = PE,$$

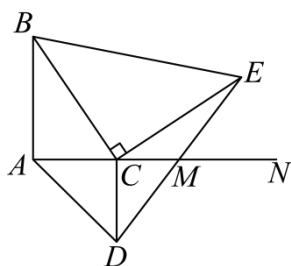
$$\therefore \triangle PDE \text{ 的周长} = PD + DE + PE = BD + DE + EC = BC = 13\text{cm}.$$

即 $\triangle PDE$ 的周长是 13cm .

故答案为：13.

【点睛】 本题考查了等腰三角形的判定和性质，平行线的性质，难度不大，注意转化思想的运用.

17. 如图所示，线段 $AB = 10\text{cm}$ ，射线 $AN \perp AB$ 于点 A ，点 C 是射线上一动点，分别以 AC 、 BC 为直角边作等腰直角三角形，得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$ 中，连接 DE 交射线 AN 于点 M ，则 CM 的长为_____.



【答案】 5cm

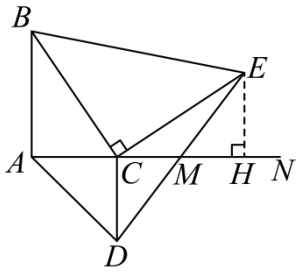
【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质，解题的关键是添加辅助线构造全等三角形:

如图作 $EH \perp AN$ 于 H ，由 $\triangle ABC \cong \triangle HCE$ 得 $AB = CH$ ， $AC = EH$ ，再证明 $\triangle DCM \cong \triangle EHM$ 得

$CM = HM$ ，即可解决问题.

【详解】解：如图作 $EH \perp AN$ 于 H ,



$$\therefore BA \perp AN, EH \perp AN,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle EHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ, \quad \angle ACB + \angle ECH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ECH,$$

$\therefore \triangle BCE$ 和 $\triangle ACD$ 都是等腰三角形,

$$\therefore BC = CE, AC = DC, \quad \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle HCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle EHC \\ \angle ABC = \angle HCE, \\ BC = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle HCE,$$

$$\therefore AC = EH = CD, \quad AB = CH,$$

在 $\triangle DCM$ 和 $\triangle EHM$ 中,

$$\begin{cases} CD = EH \\ \angle DCM = \angle EHM, \\ \angle CMD = \angle EMH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCM \cong \triangle EHM,$$

$$\therefore CM = HM,$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{cm}.$$

故答案为: 5cm.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 40^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle FBE$, 点 C 的对应点 E 落在 AD 上, 则 $\angle CBF$ 的度数是_____.

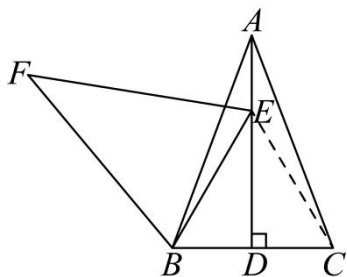
【答案】 130°

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等；也考查了等腰三角形的性质.

连接 CE ，如图，根据等腰三角形的性质得到 AD 垂直平分 BC ，根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理可计算出 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ ，再根据旋转的性质得到 $BE = BC$ ， $\angle FBE = \angle ABC = 70^\circ$ ，则可判断 $\triangle BCE$ 为等边三角形，所以 $\angle CBE = 60^\circ$ ，然后计算 $\angle CBE + \angle FBE$ 即可.

【详解】 解：连接 CE ，如图，



$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ,$$

$$\because AD \perp BC,$$

$$\therefore BD = CD, \text{ 即 } AD \text{ 垂直平分 } BC,$$

$$\therefore BE = CE,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 绕点 } B \text{ 逆时针旋转得到 } \triangle FBE, \text{ 点 } C \text{ 的对应点 } E \text{ 落在 } AD \text{ 上},$$

$$\therefore BE = BC, \angle FBE = \angle ABC = 70^\circ,$$

$$\therefore BE = CE = BC,$$

$$\therefore \triangle BCE \text{ 为等边三角形},$$

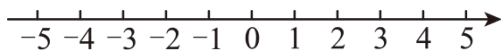
$$\therefore \angle CBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle CBE + \angle FBE = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ.$$

故答案为： 130° .

三、简答题 (本大题共 8 题，第 19–22 题各 6 分，第 23–25 题 8 分，第 26 题 10 分，满分 58 分)

19. 解不等式组 $\begin{cases} 3x - 2 > 2(4 - x) \\ \frac{x - 10}{3} < 2x \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.



【答案】 $x > 2$ ，数轴见解析

【解析】

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

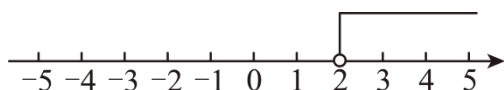
分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集，再在数轴上表示出解集即可.

【详解】 解：解不等式 $3x-2>2(4-x)$ 得： $x>2$ ，

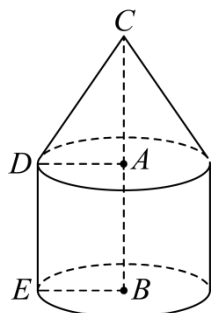
解不等式 $\frac{x-10}{3}<2x$ ，得： $x>-2$ ，

∴ 不等式组的解集为： $x>2$ ，

将不等式组的解集表示在数轴上如下：



20. 如图，一种太空设备的上半部是圆锥形，下半部是圆柱形. 已知下半部的圆柱的半径， $BE=2\text{m}$ ，母线 $DE=3\text{m}$ ，上半部的圆锥的高 $AC=3\text{m}$ ，母线 $CD=3.2\text{m}$ ，该太空设备在重返地球大气层时，需承受与空气摩擦产生的高热，故其外表面需做特别处理.



(1) 该太空设备要接受防高热处理的面积大约是多少？（保留 π ）

(2) 该太空设备的容积大约是多少？（保留 π ）

【答案】 (1) $22.4\pi\text{m}^2$

(2) $16\pi\text{m}^3$

【解析】

【分析】 本题考查圆锥和圆柱体的侧面积，圆锥和圆柱体的体积，熟练掌握相关公式，是解题的关键：

(1) 求出圆锥和圆柱体的侧面积之和再加上圆柱的底面圆的面积即可；

(2) 求出圆锥和圆柱体的体积之和即可.

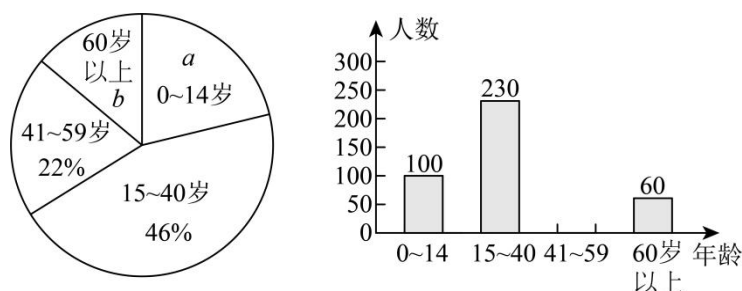
【小问1 详解】

解：该太空设备要接受防高热处理的面积大约是 $2\pi \times 2 \times 3 + \pi \times 2^2 + \pi \times 2 \times 3.2 = 22.4\pi \text{m}^2$ ；

【小问 2 详解】

解：该太空设备的容积大约是 $\pi \times 2^2 \times 3 + \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 3 = 16\pi \text{m}^3$ ．

21. 小丽学完统计知识后，随机调查了她所在辖区若干名居民的年龄，将调查数据绘制成如下扇形和条形统计图：



请根据以上不完整的统计图提供的信息，解答下列问题：

- (1) 小丽同学共调查了_____名居民的年龄；
- (2) 扇形统计图中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ (填写百分数)，并补全条形统计图；
- (3) 扇形统计图中，表示“年龄在 0~14 岁的居民”的扇形的圆心角度数是_____。

【答案】(1) 500

(2) 20%，12%

(3) 72°

【解析】

【分析】本题考查了扇形统计图与条形统计图信息关联，画条形统计图，数形结合是解题的关键；

(1) 由条形统计图可知 15~40 岁的有 230 人，由扇形统计图可知 15~40 岁的占被调查总人数的 46%，由 $230 \div 46\%$ 即可求得单位“1”的量，即是被调查的小区居民的总人数；

(2) 求 a 时，用 0~14 岁的人数除以调查的总人数；用 60 岁以上的人数除以调查的总人数即可求出 b ，进而求得 41~59 岁居民人数，再补全统计图；

(3) 用 0~14 岁居民所占的百分率乘以 360° ，即可求解。

【小问 1 详解】

解：被调查的居民的总人数： $230 \div 46\% = 500$ (人)；

【小问 2 详解】

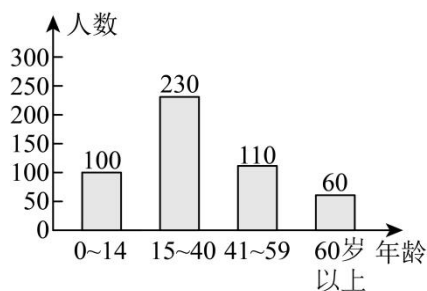
0~14 岁居民所占的百分率： $a = 100 \div 500 = 0.2 = 20\%$ ；

60 岁以上居民所占的百分率： $b = 60 \div 500 = 0.12 = 12\%$ ．

故答案为： 20%，12%．

41~59岁居民人数为： $500-100-230-60=110$

条形统计图如下：

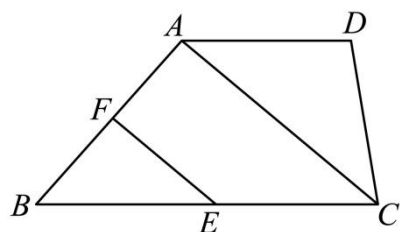


【小问3详解】

扇形统计图中，表示“年龄在0~14岁的居民”的扇形的圆心角度数是 $20\% \times 360^\circ = 72^\circ$

故答案为： 72° 。

22. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle D = 116^\circ$ ， AC 平分 $\angle BCD$ ， E 是 BC 上一点， $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 F 。



- (1) 求 $\angle DAC$ 的大小；
- (2) 若 $\angle BFE = 3\angle B$ ，求 $\angle BAC$ 的大小。

【答案】(1) $\angle DAC = 32^\circ$

(2) $\angle BAC = 111^\circ$

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质，与角平分线有关的计算，熟练掌握平行线的性质是解决本题的关键。

(1) 根据平行线的性质可得 $\angle D + \angle BCD = 180^\circ$ ，即可算出 $\angle BCD$ 的度数，根据角平分线的定义可得 $\angle ACD$ 的度数，根据平行线的性质即可得出答案；

(2) 根据平行线的性质可得 $\angle BEF = \angle ACB$ ，由已知和三角形的内角和可得

$\angle BFE = 3\angle B$ ， $\angle BEF + \angle BFE + \angle B = 180^\circ$ ，即可算出 $\angle B$ 的度数，根据平行线的性质即可得出答案。

【小问1详解】

解： $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle D + \angle BCD = 180^\circ$ ， $\angle DAC = \angle ACB$ ，

$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$ ，

$\therefore AC$ 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 32^\circ;$$

【小问 2 详解】

$\therefore EF \parallel AC$,

$$\therefore \angle BEF = \angle ACB = 32^\circ, \quad \angle BAC = \angle BFE,$$

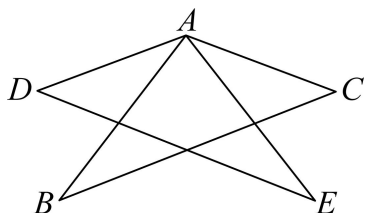
$$\therefore \angle BFE = 3\angle B, \quad \angle BEF + \angle BFE + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore 3\angle B + \angle B + 32^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 37^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BFE = 3 \times 37^\circ = 111^\circ.$$

23. 如图, 已知 $AB = AE$, $AC = AD$, $\angle BAD = \angle EAC$, $AD \parallel BC$.



(1) $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 是否全等? 说明理由;

(2) 如果 $\angle B = 30^\circ$, $\angle D = 40^\circ$, 求 $\angle BAE$ 的度数.

【答案】(1) $\triangle ADE \cong \triangle ACB$, 理由见解析;

(2) 80° .

【解析】

【分析】(1) 由 SAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle ACB$ 即可;

(2) 由全等三角形的性质得 $\angle B = \angle E = 30^\circ$, 再由三角形内角和定理得 $\angle DAE = 110^\circ$, 然后由平行线的性质得 $\angle BAD = \angle B = 30^\circ$, 即可解决问题.

【小问 1 详解】

$\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 全等, 理由如下:

$$\therefore \angle BAD = \angle EAC,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle BAE = \angle EAC + \angle BAE, \quad \text{即 } \angle DAE = \angle CAB,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 中,

$$\begin{cases} AD = AC \\ \angle DAE = \angle CAB, \\ AE = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ACB (\text{SAS});$$

【小问2详解】

由(1)可知, $\triangle ADE \cong \triangle ACB$,

$$\therefore \angle B = \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - \angle D - \angle E = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ,$$

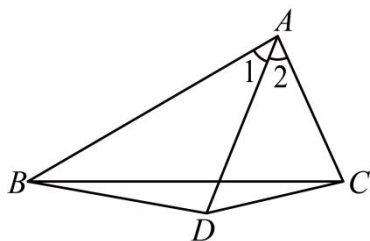
$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE - \angle BAD = 110^\circ - 30^\circ = 80^\circ, \text{ 即 } \angle BAE \text{ 的度数为 } 80^\circ.$$

【点睛】此题考查了全等三角形的判定与性质以及平行线的性质等知识, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

24. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 2AC$, $\angle 1 = \angle 2$, $DA = DB$, 试说明 $DC \perp AC$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 作出辅助线, 证明三角形全等是解答关键.

作 $DE \perp AB$ 于 E , 根据等腰三角形的三线合一得到 $AC = AE$, 现利用判定三角形全等的“SAS”得到 $\triangle ACD \cong \triangle AED$, 最后利用全等三角形的性质求解.

【详解】解: 如图所示, 作 $DE \perp AB$ 于 E ,

$$\because DA = DB, DE \perp AB,$$

$$\therefore AE = EB = \frac{1}{2}AB, \angle AED = 90^\circ.$$

$$\because AB = 2AC,$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AC = AE.$$

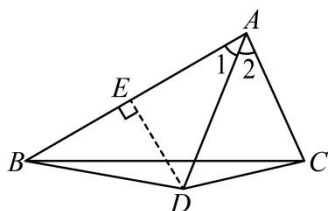
在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AED$ 中,

$$\because AC = AE, \angle 2 = \angle 1, AD = AD,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle ACD = \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore DC \perp AC.$$



25. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 37^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 作等腰三角形 $\triangle ABD$. 如图1, 小智的方法是以点 B 为圆心, 以 AB 长为半径画弧, 交 BC 于点 D , 连接 AD , 则 $\triangle ABD$ 为所求作的等腰三角形; 小慧的方法是作 AB 的垂直平分线, 交 BC 于点 D , 连接 AD , 则 $\triangle ABD$ 为所求作的等腰三角形.

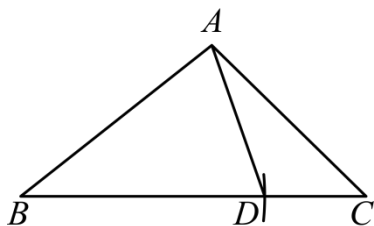


图1

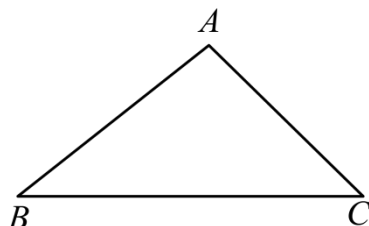


图2

(1) 根据小智的方法, $\triangle ABD$ 是等腰三角形的依据是_____;

(2) 根据小慧的方法, 在图2中尺规作图并求出 $\angle DAC$ 的度数.

【答案】 (1) 两边相等的三角形是等腰三角形

(2) 作图见解析, $\angle DAC = 61^\circ$

【解析】

【分析】 (1) 根据等腰三角形的定义判断;

(2) 求出 $\angle BAC$, $\angle DAB$, 可得结论.

【小问1详解】

解: $\because$ 以点 B 为圆心, 以 AB 长为半径画弧, 交 BC 于点 D ,

$$\therefore BA = BD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形,

$\therefore$ 根据小智的方法, $\triangle ABD$ 是等腰三角形的依据是两边相等的三角形是等腰三角形,

故答案为：两边相等的三角形是等腰三角形；

【小问 2 详解】

如图所示，

$$\therefore \angle B = 37^\circ, \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 37^\circ - 45^\circ = 98^\circ,$$

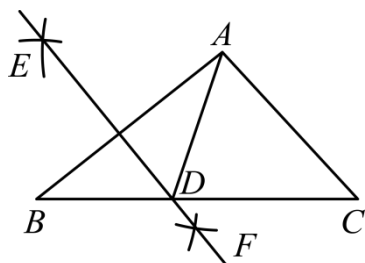
由作图可知：EF 垂直平分 AB，

$$\therefore DA = DB,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle B = 37^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAB = 98^\circ - 37^\circ = 61^\circ$$

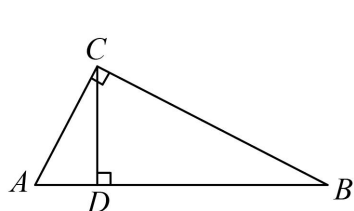
$\therefore \angle DAC$ 的度数为 61° 。



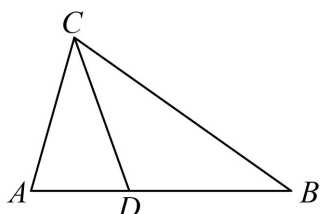
【点睛】 本题考查作图—复杂作图，作一条线段等于已知线段，作线段的垂直平分线，线段的垂直平分线的性质，等腰三角形的判定和性质，三角形内角和定理等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题。

26. 【定义 1】 如果一个三角形的三个角分别等于另一个三角形的三个角，那么称这两个三角形互为“均等三角形”

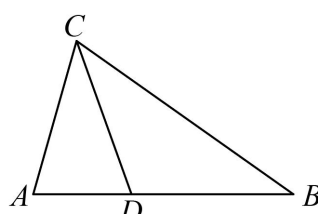
【定义 2】 从三角形（不是等腰三角形）一个顶点引出一条射线与对边相交，顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形，如果分得的两个小三角形中一个为等腰三角形，另一个与原来三角形是“均等三角形”，我们把这条线段叫做这个三角形的“均等分割线”。



(图1)



(图2)



(备用图)

【概念理解】

(1) 如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ， $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACD$ _____ 均等三角形 (填“是”或者“不是”)。

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 为 $\angle ACB$ 的角平分线, $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 35^\circ$, 试说明 CD 为 $\triangle ABC$ 的均等分割线.

【应用拓展】

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 47^\circ$, CD 是 $\triangle ABC$ 的均等分割线, 若 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 则 $\angle ACB$ 的度数为_____.

【答案】(1) 是; (2) 证明见解析; (3) 94° 或 113.5° .

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACD$ 中三个角分别对应相等即可得到结论;

(2) 分别证明 $\angle ACD = \angle B$, $\angle ADC = \angle ACB$, $\angle A = \angle A$, 可得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 为均等三角形, 证明 $\angle B = \angle BCD = 35^\circ$, 可得 $CD = BD$, 可得 $\triangle BCD$ 为等腰三角形, 从而可得结论;

(3) 当 $DA = DC$, $\angle ACD = 47^\circ$, 求得 $\angle ACB$; 当 $DA = AC$, 有 $\angle ACD = \angle ADC$, 得 $\angle BCD = 47^\circ$, 即可求得 $\angle ACB$; 当 $AC = DC$, $\angle ADC = 47^\circ$, 则 $\angle BDC = 133^\circ = \angle ACB$, 不合题意舍去即可.

【详解】解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,

$$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ = \angle ACD + \angle BCD = \angle BCD + \angle B,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCD, \angle ACD = \angle B,$$

$\therefore \triangle BCD$ 和 $\triangle ACD$ 是均等三角形.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 35^\circ$, 则 $\angle ACB = 180^\circ - 75^\circ - 35^\circ = 70^\circ$,

$\because CD$ 为角平分线,

$$\therefore \angle ACD = \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 75^\circ - 35^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B, \angle ADC = \angle ACB, \angle A = \angle A,$$

$\therefore \triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 为均等三角形,

$$\therefore \angle B = \angle BCD = 35^\circ,$$

$$\therefore CD = BD,$$

$\therefore \triangle BCD$ 为等腰三角形,

$\therefore CD$ 为 $\triangle ABC$ 的“均等分割线”.

(3) ① $\because \triangle ACD$ 是等腰三角形, $\angle A = 47^\circ$,

当 $DA = DC$ 时, $\angle ACD = \angle A = 47^\circ$,

$\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的均等分割线,

$$\therefore \angle ACB = \angle BDC = 47^\circ \times 2 = 94^\circ,$$

此时 $\angle B = \angle B$, $\angle BCD = \angle A = 47^\circ$, 满足条件;

②当 $DA = AC$ 时, $\angle A = 47^\circ$,

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = 66.5^\circ,$$

$\therefore CD$ 是 ABC 的等角分割线,

$$\therefore \angle BCD = \angle A = 47^\circ,$$

$$\text{则 } \angle ACB = 66.5^\circ + 47^\circ = 113.5^\circ,$$

③当 $AC = DC$ 时, $\angle ADC = \angle A = 47^\circ$,

$$\text{则 } \angle BDC = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ = \angle ACB$$

$$\text{那么 } \angle B = 180^\circ - 47^\circ - 133^\circ = 0^\circ \text{ (舍去),}$$

故 $\angle ACB$ 的度数为 94° 或 113.5° .

【点睛】 本题主要考查三角形内角和定理、等腰三角形的性质、角平分线性质、“均等三角形”以及“均等分割线”，准确理解给定新定义结合已有知识是解题的关键.