

2024-2025 学年上海市浦东新区七年级（下）期末数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

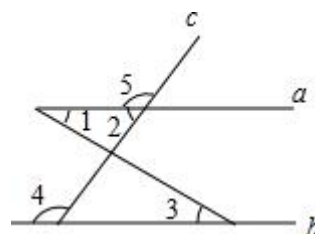
1. 如果 $a > b > 0$ ，那么下列结论中不正确的是()

- A. $a + 1 > b + 1$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a^2 > ab$ D. $3a - 1 > 3b - 1$

2. 在同一平面内，如果两条直线都垂直于第三条直线，那么这两条直线的位置关系是()

- A. 平行 B. 垂直
C. 相交 D. 可能垂直，也有可能平行

3. 如图，下列条件中，不能判断直线 $a \parallel b$ 的是()



- A. $\angle 1 = \angle 3$
B. $\angle 2 = \angle 3$
C. $\angle 4 = \angle 5$
D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

4. 下列说法错误的是()

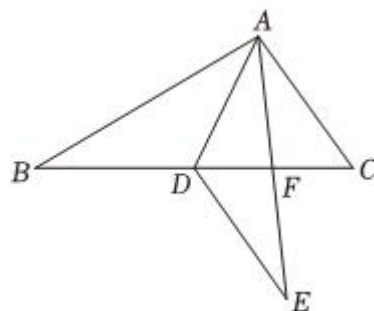
- A. 三角形的高、中线、角平分线都是线段 B. 三角形的三条中线一定交于同一点
C. 三角形的三条角平分线一定交于同一点 D. 三角形的三条高一定交于同一点

5. 下列条件中，能判定两个三角形全等的是()

- A. 有一个内角是 50° 的两个直角三角形
B. 有一个内角是 50° 的两个等腰三角形
C. 有一个内角为 50° 且腰长为 6cm 的两个等腰三角形
D. 有一个内角为 100° 且腰长为 6cm 的两个等腰三角形

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 的中点，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折，点 B 落在点 E 处， AE 交 CD 于点 F ， $\triangle ADF$ 的面积恰好是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ 。

小丽在研究这个图形时得到以下两个结论：① $\angle B = \angle CAE$ ；② $AC =$



CD.那么下列说法中, 正确的是()

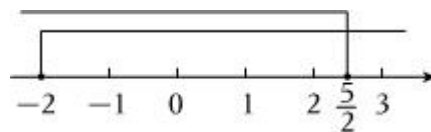
- A. ①正确②错误 B. ①错误②正确 C. ①、②皆正确 D. ①、②皆错误

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分。

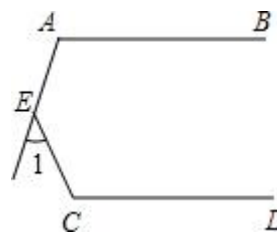
7.用不等式表示: y 的 2 倍减去 3 的差是一个非负数_____.

8.不等式 $ax > 3$ 的解集是 $x < \frac{3}{a}$, 则 a 的取值范围为_____.

9.某关于 x 的不等式组的解集在数轴上表示如图所示, 根据图示, 该不等式组的解集为_____.



10.如图, $AB \parallel CD$, $\angle A = 110^\circ$, $\angle C = 130^\circ$, 则 $\angle 1 =$ _____.

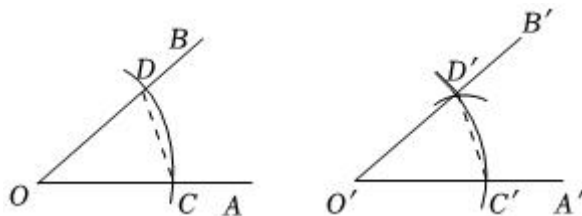


11.等底等高的圆柱和圆锥的体积相差 16 立方米, 圆锥的体积是_____立方米.

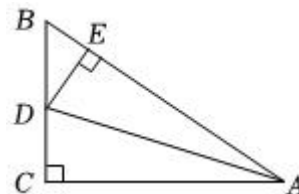
12.命题“全等三角形的面积相等”的逆命题是_____.

13.已知等腰三角形的三边分别为 4cm, 9cm和 x cm, 则 x 的值是_____.

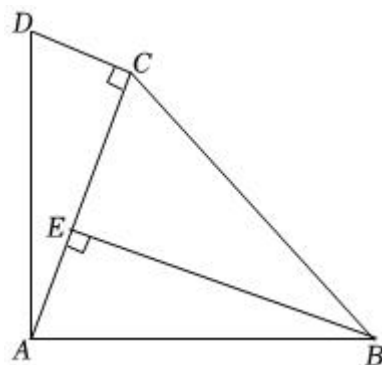
14.如图, 用直尺和圆规作一个角 $\angle A' O' B'$ 等于已知角 $\angle AOB$, 请根据所学的三角形全等的有关知识, 说明得出 $\angle A' O' B' = \angle AOB$ 的依据是_____.



15.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于 E , $\triangle BDE$ 周长为 8, $AC = 10$, 则 $\triangle ABC$ 的周长是_____.

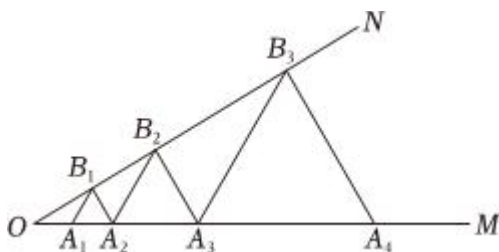


16.如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $AB \perp AD$, $AC \perp DC$.过点 B 作 $BE \perp CA$, 垂足为点 E .若 $CD = 2$, $CE = 4$, 则四边形 $ABCD$ 的面积是_____.



17.如果一个等腰三角形其中一腰上的高与另一腰的夹角是 30° , 那么这个等腰三角形的顶角等于_____度.

18.如图, $\angle MON = 30^\circ$, 点 $A_1, A_2, A_3 \dots$ 在射线 OM 上, 点 $B_1, B_2, B_3 \dots$ 在射线 ON 上, 且 $\triangle A_1A_2B_1, \triangle A_2A_3B_2, \triangle A_3A_4B_3 \dots$ 为等边三角形, 若 $OA_1 = 1$, 则 $\triangle A_6A_7B_6$ 的周长为_____.



三、解答题: 本题共 10 小题, 共 58 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

19.(本小题 5 分)

解不等式组: $\begin{cases} 2(x-1) < x+1 \textcircled{1} \\ \frac{x+2}{2} > 1 \textcircled{2} \end{cases}$, 并写出这个不等式组的所有整数解.

20.(本小题 5 分)

在 $\triangle ABC$ 中,

(1)若 $\angle A - \angle B = 20^\circ$, $\angle C = 2\angle B$, 求 $\angle A$ 的度数;

(2)若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $\angle B = 30^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数.

21.(本小题 5 分)

甲、乙两厂家生产的课桌和椅子的质量、标价都一样, 每张课桌标价为 200 元, 每把椅子标价为 50 元,

甲、乙两厂家推出各自销售的优惠方案.

甲: 每买 1 张课桌送 1 把椅子.

乙: 课桌和椅子全部按标价的 9 折出售.

现在某学校要购买 60 张课桌和 x ($x \geq 60$)把椅子, 那么在什么情况下该学校选择甲厂购买更合算?

22.(本小题 5 分)

如图, $\angle A = \angle B$, $AE = BE$, 点 D 在 AC 边上, $\angle 1 = \angle 2$, AE 和 BD 相交于点 O , 求证:

$\triangle AEC \cong \triangle BED$. 请补全证明过程, 并在括号里写上理由.

证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

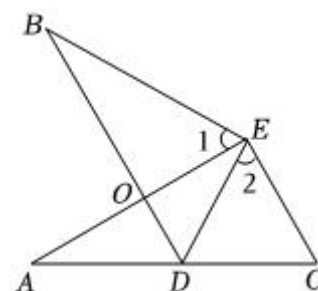
$\therefore \angle 1 + \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 + \underline{\hspace{2cm}}$,

$\therefore \angle AEC = \underline{\hspace{2cm}}$,

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中

$$\therefore \begin{cases} () = () \\ () = (), \\ () = () \end{cases}$$

所以 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ (_____).

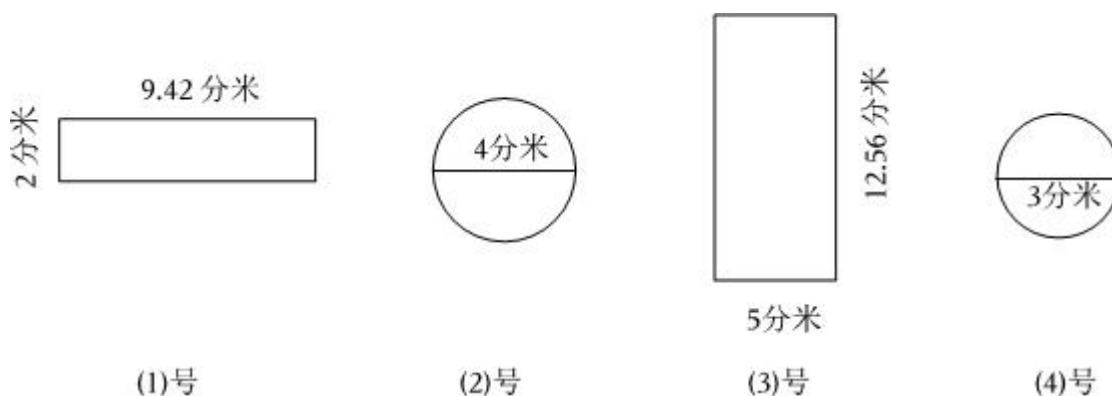


23.(本小题 5 分)

请你制作一个无盖圆柱形水桶, 有以下几种型号的铁皮可供搭配选择. (不考虑制作损耗, π 取 3.14)

(1) 你选择的材料是_____号和_____号.

(2) 你选择的材料做成的水桶最多能装水多少千克? (1 立方分米水重 1 千克)

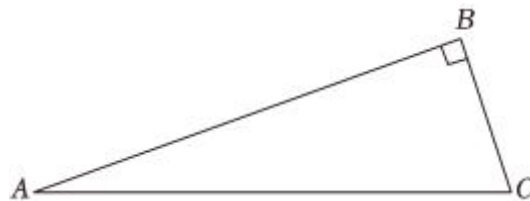


24.(本小题 5 分)

如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$.

(1)请用直尺和圆规作线段 BC 的垂直平分线, 分别交线段 BC 、 AC 于点 E 、 F ;

(2)连接 BF , 请找出图中和 BF 相等的线段(直接写出答案, 无需说明理由).



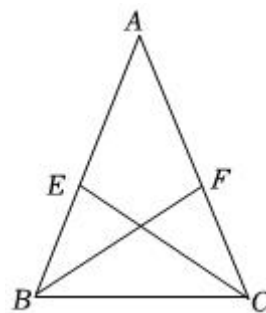
25.(本小题 6 分)

小明在学习“等腰三角形两底角相等”时, 他猜想“等腰三角形底角的平分线相等”. 请补全已知和求证, 并进行证明, 验证小明的猜想.

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, _____;

求证: _____;

证明:



26.(本小题 6 分)

如图, 在 $\triangle ABE$ 中, 点 C 在 BE 上, $\angle B = \angle EAC$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 D , 点 F 是线段 AD 的中点, 联结 EF , $\angle AEF$ 与 $\angle DEF$ 相等吗? 请说明理由.

解: 结论: _____;

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore$ _____,

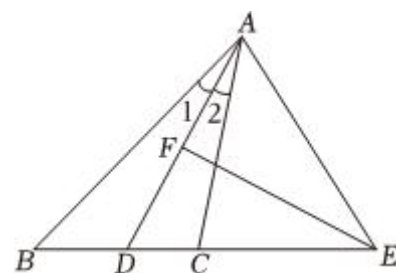
$\because \angle EDA = \text{_____} + \text{_____} (\text{_____})$,

又 $\because \angle B = \angle EAC$,

$\therefore \angle EDA = \text{_____} + \text{_____}$,

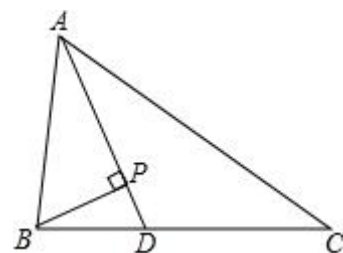
$\therefore \angle EDA = \text{_____}$.

请完成后面的说理过程.



27.(本小题 8 分)

如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $BP \perp AD$ 于点 P , $AB = 5$, $BP = 2$, $AC = 9$, 说明 $\angle ABP = 2\angle ACB$ 的理由.



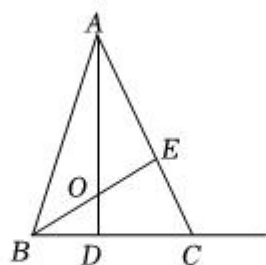
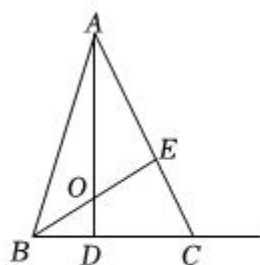
28.(本小题 8 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 5$, 高 AD 、 BE 相交于点 O , $BD = 2$, 且 $AE = BE$.

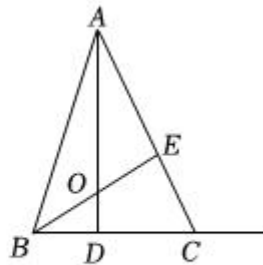
(1) 请说明 $\triangle AOE \cong \triangle BCE$ 的理由;

(2) 动点 P 从点 O 出发, 沿线段 OA 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 A 运动, 动点 Q 从点 B 出发沿射线 BC 以每秒 4 个单位长度的速度运动, P 、 Q 两点同时出发, 当点 P 到达 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 设点 P 的运动时间为 t 秒, 当 $\triangle AOQ$ 的面积为 3 时, 求 t 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 F 是直线 AC 上的一点, 且 $CF = BO$. 当以点 B 、 O 、 P 为顶点的三角形与以点 F 、 C 、 Q 为顶点的三角形全等时, 求 t 的值.



(备用图1)



(备用图2)

答案和解析

1. 【答案】 B

【解析】解：已知 $a > b > 0$,

两边同时加上 1 得 $a + 1 > b + 1$, 则A不符合题意,

两边同时除以 ab 得 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$, 则B符合题意,

两边同时乘以 a 得 $a^2 > ab$, 则C不符合题意,

两边同时乘以 3 再同时减去 1 得 $3a - 1 > 3b - 1$, 则D不符合题意,

故选: B.

利用不等式的性质进行判断即可.

本题考查不等式的性质, 熟练掌握其性质是解题的关键.

2. 【答案】 A

【解析】解: 在同一平面内, 如果两条直线都垂直于同一条直线, 那么这两条直线的位置关系是平行;

故选: A.

根据平行线的判定定理进行解答即可得出答案.

此题考查了两直线相交或平行问题, 解题的关键是熟练掌握平行线的判定定理, 是一道基础题.

3. 【答案】 B

【解析】 【分析】

根据同位角相等, 两直线平行; 内错角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行对各选项进行判断即可.

本题考查了平行线的判定, 掌握平行线的判定定理是解题关键.

【解答】

解: 当 $\angle 1 = \angle 3$ 时, $a \parallel b$;

当 $\angle 4 = \angle 5$ 时, $a \parallel b$;

当 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ 时, $a \parallel b$,

$\angle 2 = \angle 3$ 不能判定 $a \parallel b$.

故选: B.

4. 【答案】 D

【解析】解：A、三角形的高、中线、角平分线都是线段，故正确；

B、三角形的三条中线一定交于同一点，故正确；

C、三角形的三条角平分线一定交于同一点，故正确；

D、三条高线所在的直线一定交于一点，高线指的是线段，故错误。

故选：D。

根据三角形的角平分线，中线，线段的定义；根据三角形的三条中线都在三角形内部；三角形的三条角平分线都在三角形内部；三角形三条高可以在内部，也可以在外部，直角三角形有两条高在边上进行判断。

本题考查三角形的角平分线，中线和高，关键是对三角形的中线、角平分线、高的正确理解解答。

5. 【答案】D

【解析】解：A：不知道两三角形边长关系，从而无法判断全等，故A选项不符合题意；

B：不知道两三角形边长关系，从而无法判断全等，故B选项不符合题意；

C：若 50° 为顶角，则该三角形三角为 50° ， 65° ， 65° ；

若 50° 为底角，则该三角形三角为 50° ， 50° ， 80° ，

此时两三角形不全等，故C选项不符合题意；

D： $\because 100^\circ$ 为钝角，

$\therefore 100^\circ$ 只能为等腰三角形的顶角，

$\therefore$ 根据SAS可知此时两三角形全等，

故D选项符合题意。

故选：D。

只知道角的关系无法判断全等，从而可证明A，B选项不正确；分 50° 是顶角和底角两种情况可判断C选项不正确；由SAS可判断D选项。

本题主要考查了三角形全等的判定。本题的易错点是忽略 50° 既可以作底角又可以作顶角，从而错选C。

6. 【答案】C

【解析】解： $\because D$ 是边CB的中点，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ACF} = S_{\triangle EDF} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore DF = CF, AF = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 为平行四边形,

$$\therefore AC \parallel DE, AC = DE,$$

$$\therefore \angle E = \angle EAC,$$

$$\because \angle E = \angle B,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle B, \text{ 故 ① 是正确的;}$$

由折叠的性质得: $BD = DE$,

$$\therefore AC = CD, \text{ 故 ② 谁正确的,}$$

故选: C.

根据折叠的性质、三角形的面积公式、中线的性质求解.

本题考查了翻折变换, 掌握折叠的性质、三角形的面积公式、中线的性质是解题的关键.

7. 【答案】 $2y - 3 \geq 0$

【解析】解: 用不等式表示: y 的 2 倍减去 3 的差是一个非负数为 $2y - 3 \geq 0$,

故答案为: $2y - 3 \geq 0$.

先表示出 y 的 2 倍减去 3 的差为 $2y - 3$, 再根据出非负数为 “ $\geq$ ”, 从而得出答案.

本题考查由实际问题抽象出一元一次不等式, 解答本题的关键是明确题意, 写出相应的不等式.

8. 【答案】 $a < 0$

【解析】解: $\because$ 不等式 $ax > 3$ 的解集是 $x < \frac{3}{a}$,

$$\therefore a < 0,$$

故答案为: $a < 0$.

运用不等式的基本性质求解即可.

本题主要考查了解一元一次不等式和不等式的基本性质, 解题的关键是熟记不等式的基本性质.

9. 【答案】 $-2 \leq x \leq \frac{5}{2}$

【解析】解: 观察数轴可得: 这两个不等式组成的不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq \frac{5}{2}$

故答案为: $-2 \leq x \leq \frac{5}{2}$.

根据在数轴上两个不等式的解集找出它们的公共部分即可.

本题考查的是在数轴上表示不等式组的解集, 熟知不等式的公共部分就是不等式组的解集是本题的关键.

10. 【答案】 60°

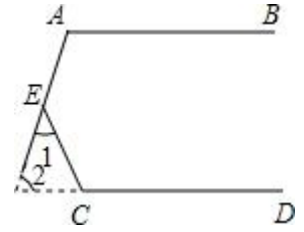
【解析】解：如图，延长 AD 、 DC 相交得到 $\angle 2$ ，

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle C - \angle 2 = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ.$$

故答案为： 60° 。



延长 AD 、 DC 相交得到 $\angle 2$ ，根据两直线平行，同旁内角互补求出 $\angle 2$ ，再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和列式计算即可得解。

本题考查了平行线的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，熟记性质是解题的关键。

11. 【答案】8

【解析】解：设圆锥的体积是 x 立方米，则圆柱的体积是 $3x$ 立方米。

根据题意，得 $3x - x = 16$ ，

解得 $x = 8$ ，

$\therefore$ 圆锥的体积是 8 立方米。

故答案为： 8 。

设圆锥的体积是 x 立方米，则圆柱的体积是 $3x$ 立方米，根据题意列关于 x 的一元一次方程并求解即可。

本题考查圆锥的体积、圆柱的体积，掌握等底等高的圆柱和圆锥，圆锥的体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 是解题的关键。

12. 【答案】面积相等的两个三角形是全等三角形

【解析】解：根据题意可知，逆命题是面积相等的三角形是全等三角形。

故答案为：面积相等的两个三角形是全等三角形。

把原命题的结论和条件互换即可得到原命题的逆命题。

本题主要考查了命题与定理，全等三角形的性质，掌握相应的定义是关键。

13. 【答案】9

【解析】解：当等腰三角形的腰长是 4cm 时，

$\because 4 + 4 < 9$ ，不满足三角形三边关系定理，

$$\therefore x \neq 4;$$

当等腰三角形的腰长是 9cm 时，

$\because 4 + 9 > 9$ ，满足三角形三边关系定理，

$$\therefore x = 9.$$

故答案为：9.

分两种情况，由三角形三边关系定理判定等腰三角形的腰长是 9cm ，即可求出 x 的值.

本题考查等腰三角形的性质，三角形三边关系，关键是要分两种情况讨论.

14. 【答案】全等三角形的对应角相等

【解析】解：由作图可知： $OD = O'D'$ ， $OC = O'C'$ ， $CD = C'D'$ ，
 $\therefore \triangle COD \cong \triangle C'O'D'$ (SSS),
 $\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB$;

故答案为：全等三角形的对应角相等.

根据作图，利用SSS即可得到三角形全等即可.

本题考查全等三角形的判定和性质，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的判定定理.

15. 【答案】28

【解析】解： $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线， $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ ，
 $\therefore DE = DC$ ，
 $\because \triangle BDE$ 周长为 8，
 $\therefore DE + BE + BD = CD + BD + BE = BC + BE = 8$ ，
 $\because$ 在 $Rt \triangle ADC$ 和 $Rt \triangle ADE$ 中，
$$\begin{cases} AD = AD \\ DE = DC \end{cases}$$

 $\therefore Rt \triangle ADC \cong Rt \triangle ADE (HL)$ ，
 $\therefore AE = AC = 10$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 的周长为：
 $AC + BC + BE + AE = 8 + 10 + 10 = 28$.

故答案为：28.

根据角平分线的性质可得 $DE = DC$ ，根据 $\triangle BDE$ 周长为 8，得出 $DE + BE + BD = CD + BD + BE = BC + BE = 8$ ，证明 $Rt \triangle ADC \cong Rt \triangle ADE (HL)$ ，得出 $AE = AC = 10$ ，即可求出结果.

本题主要考查了角平分线的性质，勾股定理，全等三角形的判定和性质，解题的关键是熟练掌握角平分线的性质解决线段相等.

16. 【答案】40

【解析】解： $\because AB \perp AD$ ， $AC \perp DC$ ， $BE \perp CA$ ，
 $\therefore \angle ACD = \angle BEA = \angle DAB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle D + \angle DAC = 90^\circ, \angle DAC + \angle EAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle EAB,$$

$$\because AD = AB,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BAE (AAS),$$

$$\therefore AC = BE, DC = AE = 2,$$

$$\because CE = 6,$$

$$\therefore BE = AC = AE + CE = 2 + 6 = 8,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ADC$ 的面积 $+ \triangle ABC$ 的面积

$$= \frac{1}{2} DC \cdot AC + \frac{1}{2} AC \cdot BE$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 8 + \frac{1}{2} \times 8 \times 8$$

$$= 8 + 32$$

$$= 40,$$

故答案为: 40.

根据垂直定义可得 $\angle ACD = \angle BEA = \angle DAB = 90^\circ$, 从而可得 $\angle D + \angle DAC = 90^\circ$, $\angle DAC + \angle EAB = 90^\circ$, 进而可得 $\angle D = \angle EAB$, 然后利用 AAS 证明 $\triangle ADC \cong \triangle BAE$, 从而可得 $AC = BE$, $DC = AE = 2$, 进而可得 $BE = AC = 8$, 最后根据四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ADC$ 的面积 $+ \triangle ABC$ 的面积, 进行计算即可解答.

本题考查了全等三角形的判定与性质, 熟练掌握一线三等角全等模型是解题的关键.

17. 【答案】 60 或 120

【解析】解: 当高在三角形内部时 (如图 1), 顶角是 60° ;

当高在三角形外部时 (如图 2), 顶角是 120° .

故答案为: 60 或 120.

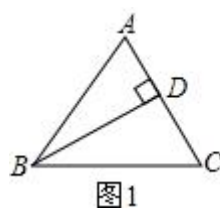


图1

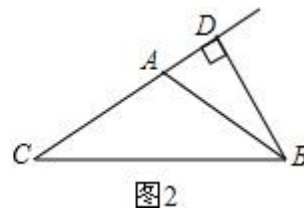


图2

等腰三角形的高相对于三角形有三种位置关系, 三角形内

部, 三角形的外部, 三角形的边上. 根据条件可知第三种高在三角形的边上这种情况不成了, 因而应分两种情况进行讨论.

此题主要考查等腰三角形的性质, 熟记三角形的高相对于三角形的三种位置关系是解题的关键, 本题易出现的错误是只是求出 60° 一种情况, 把三角形简单的认为是锐角三角形. 因此此题属于易错题.

18. 【答案】 96

【解析】解：∵ $\angle MON = 30^\circ$, $\angle A_1A_2B_1 = 60^\circ$,

$$\therefore \angle OB_1A_2 = 90^\circ,$$

$$\therefore A_2B_1 = A_1A_2 = \frac{1}{2}OA_2 = \frac{1}{2}(OA_1 + A_1A_2),$$

$$\therefore A_1A_2 = OA_1 = 1.$$

∴ A_1 为 OA_2 的中点.

同理可证, A_2 为 OA_3 的中点, A_3 为 OA_4 的中点, ...

$$\therefore A_2A_3 = 2, A_3A_4 = 4, A_4A_5 = 8, \dots$$

$$\therefore A_6A_7 = 32,$$

$$\therefore \triangle A_6A_7B_6 \text{的周长为 } 3A_6A_7 = 3 \times 32 = 96.$$

故答案为: 96.

利用等边三角形的性质和几何关系, 证得 A_2 为 OA_3 的中点, A_3 为 OA_4 的中点, ..., 从而求得各等边三角形的边长, 进而求得 $\triangle A_6A_7B_6$ 周长.

本题通过求解三角形的周长, 考查了等边三角形的性质.

19. 【答案】 $0 < x < 3$, 不等式组的所有整数解为 1、2.

【解析】解: 解不等式①得: $x < 3$,

解不等式②得: $x > 0$,

则不等式组的解集为 $0 < x < 3$,

所以不等式组的所有整数解为 1、2.

分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集, 继而可得答案.

本题考查的是一元一次不等式组的整数解, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. 【答案】 60° ;

30° 或 75° 或 120° .

【解析】(1)在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$\therefore \angle A - \angle B = 20^\circ, \angle C = 2\angle B,$$

$$\therefore \angle A = 20^\circ + \angle B,$$

$$\therefore 20^\circ + \angle B + \angle B + 2\angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 20^\circ + \angle B = 60^\circ;$$

(2) $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, $\angle B = 30^\circ$,

$\therefore$ 有以下两种情况:

(i) 当 $\angle A$ 为该等腰三角形的底角时, 又有以下两种情况:

① 当 $\angle B = 30^\circ$ 是该等腰三角形的底角时, 则 $\angle A = \angle B = 30^\circ$;

② 当 $\angle B = 30^\circ$ 是该等腰三角形的顶角时, 则 $\angle A = \angle C$,

$$\therefore \angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A + 30^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 75^\circ,$$

(ii) 当 $\angle A$ 为顶角时, 则 $\angle B = \angle C = 30^\circ$ 是该等腰三角形的底角,

$$\therefore \angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 120^\circ,$$

综上所述: $\angle A$ 的度数是 30° 或 75° 或 120° .

(1) 根据 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A - \angle B = 20^\circ$, $\angle C = 2\angle B$ 得 $20^\circ + \angle B + \angle B + 2\angle B = 180^\circ$, 由此得 $\angle B = 40^\circ$, 进而即可得出 $\angle A$ 的度数;

(2) 分以下两种情况: (i) 当 $\angle A$ 为该等腰三角形的底角时, 又有以下两种情况: ① 当 $\angle B = 30^\circ$ 是该等腰三角形的底角时, 则 $\angle A = \angle B = 30^\circ$; ② 当 $\angle B = 30^\circ$ 是该等腰三角形的顶角时, 则 $\angle A = \angle C$, 根据 $\angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ$ 得 $\angle A = 75^\circ$; (ii) 当 $\angle A$ 为顶角时, 则 $\angle B = \angle C = 30^\circ$ 是该等腰三角形的底角, 进而得 $\angle A = 120^\circ$, 综上所述即可得出答案.

此题主要考查了等腰三角形的性质, 三角形的内角和定理, 理解等腰三角形的性质, 熟练掌握三角形的内角和定理是解决问题的关键, 分类讨论是解决问题的易错点.

21. 【答案】 当购买的椅子大于等于 60 把, 少于 360 把时, 选择甲厂家合算.

【解析】 解: 根据题意, 得 $200 \times 60 + 50(x - 60) < (200 \times 60 + 50x) \times 0.9$, 解得 $x < 360$.

答: 当购买的椅子大于等于 60 把, 少于 360 把时, 选择甲厂家合算.

根据题意列出不等式解答即可.

本题考查了列代数式, 理解题意列出不等式是解题的关键.

22. 【答案】 $\angle AED$ $\angle AED$ $\angle BED$ ASA

【解析】证明：∵ $\angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 1 + \angle AED = \angle 2 + \angle AED,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BED,$$

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ AE = BE \\ \angle AEC = \angle BED \end{cases},$$

所以 $\triangle AEC \cong \triangle BED (ASA)$.

故答案为： $\angle AED, \angle AED, \angle BED, \angle A, \angle B, AE, BE, \angle AEC, \angle BED, ASA$.

由 $\angle 1 = \angle 2$, 得到 $\angle AEC = \angle BED$, 即可证明 $\triangle AEC \cong \triangle BED (ASA)$.

本题考查全等三角形的判定, 关键是掌握全等三角形的判定方法: ASA .

23. 【答案】②、③; 我选择的材料做成的水桶最多能装水 62.8 千克.

【解析】(1) $4 \times 3.14 = 12.56$,

我选择的材料是②号和③号,

故答案为: ②、③;

$$(2) 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 5$$

$$= 3.14 \times 4 \times 5$$

$$= 62.8 (\text{立方分米}),$$

$$62.8 \times 1 = 62.8 (\text{千克}),$$

答: 我选择的材料做成的水桶最多能装水 62.8 千克.

(1)根据圆柱侧面展开图的特征可知, 圆柱的侧面沿高展开后是一个长方形, 这个长方形的长等于圆柱的底面周长, 这个长方形的宽等于圆柱的高. 由此可知, 有两种不同的选择, 可以选①和④, 也可以选②和③, 据此解答.

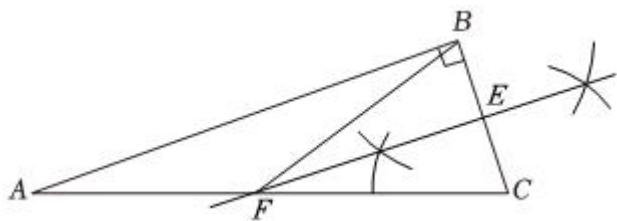
(2)根据圆柱的容积(体积)公式: $V = \pi r^2 h$, 把数据代入公式求出这个圆柱形水桶的容积, 然后再乘每升水的质量即可.

本题考查了圆柱的体积, 解题的关键是理解掌握圆柱侧面展开图的特征及应用圆柱的容积(体积)公式.

24. 【答案】见解答.

图中和 BF 相等的线段有: AF, CF .

【解析】(1)如图，直线 EF 即为所求.



(2) $\because$ 直线 EF 为线段 BC 的垂直平分线,

$\therefore BF = CF$, $\angle FEC = 90^\circ$, 点 E 为 BC 的中点,

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore EF \parallel AB$,

$\therefore$ 点 F 为 AC 的中点,

$\therefore AF = CF$,

$\therefore AF = BF$.

$\therefore$ 图中和 BF 相等的线段有: AF , CF .

(1)根据线段垂直平分线的作图方法作图即可.

(2)由线段垂直平分线的性质可得 $BF = CF$, $\angle FEC = 90^\circ$, 点 E 为 BC 的中点, 可得 $EF \parallel AB$, 则点 F 为 AC 的中点, 即 $AF = CF = BF$, 从而可得答案.

本题考查作图—基本作图、线段垂直平分线的性质, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

25. 【答案】 $AB = AC$, CE 和 BF 分别平分 $\angle ACB$ 和 $\angle ABC$ $CE = BF$

【解析】解: 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, CE 和 BF 分别平分 $\angle ACB$ 和 $\angle ABC$;

求证: $CE = BF$;

证明: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$,

$\because CE$ 和 BF 分别平分 $\angle ACB$ 和 $\angle ABC$,

$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2}\angle ACB$, $\angle CBF = \frac{1}{2}\angle ABC$,

$\therefore \angle BCE = \angle CBF$,

$\because BC = CB$, $\angle EBC = \angle FCB$,

$\therefore \triangle EBC \cong \triangle FCB (ASA)$,

$\therefore CE = BF$.

故答案为: $AB = AC$, CE 和 BF 分别平分 $\angle ACB$ 和 $\angle ABC$, $CE = BF$.

由题意写出已知和求证即可；由等腰三角形的性质推出 $\angle ABC = \angle ACB$ ，由角平分线定义得到 $\angle BCE = \angle CBF$ ，即可证明 $\triangle EBC \cong \triangle FCB(ASA)$ ，推出 $CE = BF$ 。

本题考查等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，关键是由等腰三角形的性质推出

$\triangle EBC \cong \triangle FCB(ASA)$ 。

26. 【答案】 $\angle AEF = \angle DEF$ $\angle 1 = \angle 2$ $\angle 1 + \angle B$ 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和
 $\angle 2$ $\angle EAC$ $\angle EAD$

【解析】 解：结论： $\angle AEF = \angle DEF$ 。 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ (已知)，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (角的平分线的意义)，

$\because \angle B = \angle EAC$ ，(已知)，

$\therefore \angle 1 + \angle B = \angle 2 + \angle EAC$ 。(等式性质)

而 $\angle EDA = \angle 1 + \angle B$ (三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和)，

$\angle EAD = \angle 2 + \angle EAC$ ，

$\therefore \angle EDA = \angle EAD$ (等量代换)，

$\therefore EA = ED$ (等角对等边)，

$\because AF = DF$ (线段中点的意义)，

$\therefore \angle AEF = \angle DEF$ (等腰三角形的三线合一)。

故答案为： $\angle AEF = \angle DEF$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 1 + \angle B$ ，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和， $\angle 2$ ， $\angle EAC$ ， $\angle EAD$ 。

直接利用角的平分线的意义，结合三角形的外角的性质以及等腰三角形的性质分析得出答案。

此题考查了角平分线的定义及等腰三角形的判定与性质以及三角形的外角，正确得出 $EA = ED$ 是解题关键。

27. 【答案】 证明：延长 BP ，交 AC 于 E ，

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $BP \perp AD$ ，

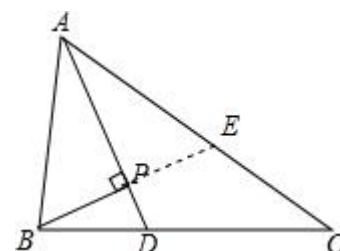
$\therefore \angle BAP = \angle EAP$ ， $\angle APB = \angle APE$ ，

在 $\triangle ABP$ 与 $\triangle AEP$ 中，
$$\begin{cases} \angle BAP = \angle EAP \\ AP = AP \\ \angle APB = \angle APE \end{cases}$$
，

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle AEP$ ，

$\therefore BP = PE$ ， $AE = AB$ ， $\angle AEB = \angle ABE$ ，

$\therefore BE = BP + PE = 4$ ， $AE = AB = 5$ ，



$$\therefore CE = AC - AE = 9 - 5 = 4,$$

$$\therefore CE = BE,$$

$\therefore \triangle BCE$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle EBC = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle ABP = \angle AEB = \angle C + \angle EBC,$$

$$\therefore \angle ABP = 2\angle C.$$

【解析】 先延长 BP , 交 AC 于 E , 根据已知条件、结合 ASA 易证 $\triangle ABP \cong \triangle AEP$, 从而有 $BP = PE$, $AE = AB$, $\angle AEB = \angle ABE$, 易求 $BE = 4$, $AE = 5$, 那么 $CE = 4$, 于是可知 $\triangle BCE$ 是等腰三角形, 那么 $\angle EBC = \angle C$, 结合三角形外角性质可证 $\angle ABE = 2\angle C$.

本题考查了全等三角形的判定和性质、等腰三角形的判定和性质、三角形外角的性质. 关键是作辅助线, 求证 $\triangle BCE$ 是等腰三角形.

28. 【答案】 证明见解答过程;

当 $\triangle AOQ$ 的面积为 3 时, t 的值为 $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$

$t = 1$ 或 $\frac{5}{3}$ 时, $\triangle BOP$ 与 $\triangle FCQ$ 全等.

【解析】 (1) 证明: $\because AD$ 是高,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$\because BE$ 是高,

$$\therefore \angle AEB = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAO + \angle ACD = 90^\circ, \angle EBC + \angle ECB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle EBC,$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle EBC \\ AE = BE \\ \angle AEO = \angle BEC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BCE (ASA);$$

(2) 解: 由 (1) 知 $\triangle AOE \cong \triangle BCE$,

$$\therefore OA = BC = 5,$$

$$\because BD = 2,$$

$$\therefore CD = 3,$$

由题意 $OP = t$, $BQ = 4t$,

①当点Q在线段BD上时, $QD = 2 - 4t$,

$$\therefore S_{\triangle AOQ} = \frac{1}{2} \times OA \cdot QD = \frac{1}{2} \times 5 \times (2 - 4t) = 3,$$

$$\text{解得: } t = \frac{1}{5};$$

②当点Q在BD延长线上时, $DQ = 4t - 2$,

$$\therefore S_{\triangle AOQ} = \frac{1}{2} \times OA \cdot QD = \frac{1}{2} \times 5 \times (4t - 2) = 3,$$

$$\text{解得: } t = \frac{4}{5};$$

综上, 当 $\triangle AOQ$ 的面积为 3 时, t 的值为 $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$;

(3)解: 存在. 理由如下:

①如图 2 中, 当 $OP = CQ$ 时,

$$\because OB = CF, \angle POB = \angle FCQ,$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle FCQ (SAS).$$

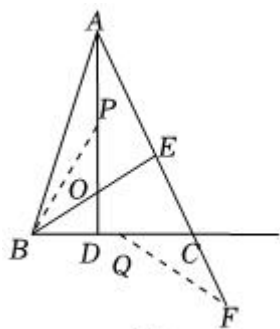


图2

$$\therefore CQ = OP,$$

$$\therefore 5 - 4t = t,$$

$$\text{解得 } t = 1,$$

②如图 3 中, 当 $OP = CQ$ 时,

$$\because OB = CF, \angle POB = \angle FCQ,$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle FCQ (SAS).$$

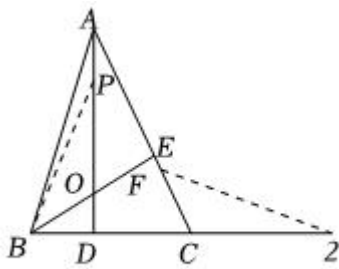


图3

$$\therefore CQ = OP,$$

$$\therefore 4t - 5 = t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{5}{3},$$

综上所述, $t = 1$ 或 $\frac{5}{3}$ 时, $\triangle BOP$ 与 $\triangle FCQ$ 全等.

(1) 首先推导出 $\angle EAO = \angle EBC$, 通过 ASA 即可证明 $\triangle AOE \cong \triangle BCE$;

(2) 分两种情形讨论求解即可 ① 当点 Q 在线段 BD 上时, $QD = 2 - 4t$, ② 当点 Q 在射线 DC 上时, $DQ = 4t - 2$ 时; 依据三角形面积计算公式解答即可;

(3) 分两种情形求解即可 ① 如图 2 中, 当 $OP = CQ$ 时, $BOP \cong \triangle FCQ$. ② 如图 3 中, 当 $OP = CQ$ 时, $\triangle BOP \cong \triangle FCQ$.

本题考查三角形综合题、全等三角形的判定和性质、三角形的面积等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.