

2025 学年上海市徐汇区七年级下学期期末数学自编练习试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 在国内疫情持续好转, 旅游产业逐步回暖的当下, 2021 年国庆节假期, 全国累计国内旅游出游 91.16 万人次。把数据 91.16 万用科学记数法表示为()

- A. 91.16×10^3 B. 91.16×10^4 C. 9.116×10^4 D. 9.116×10^5

2. 在平面直角坐标系中, 点 $(-3, 0)$ 位于()

- A. x 轴正半轴上 B. y 轴负半轴上 C. x 轴负半轴上 D. y 轴正半轴上

3. 下列说法中, 正确的为()

- A. 两个无理数的和为无理数 B. 两个无理数的商为无理数
C. 无理数与有理数的积为无理数 D. 两个有理数的和为有理数

4. 有两根木棒, 它们的长分别是 20 厘米和 30 厘米, 若不改变木棒的长度, 要钉成一个三角形木棒, 则应在下列木棒中选取()

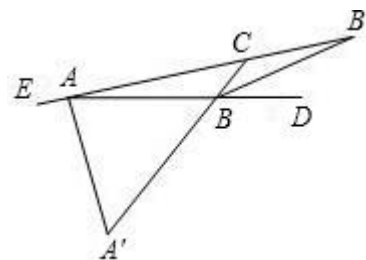
- A. 10 厘米的木棒 B. 20 厘米的木棒 C. 50 厘米的木棒 D. 60 厘米的木棒

5. 下列命题中, 真命题是()

- A. 两条对角线相等的四边形是矩形 B. 两条对角线垂直的四边形是菱形
C. 两条对角线垂直且相等的四边形是正方形 D. 两条对角线相等的梯形是等腰梯形

6. 如图, AA' , BB' 分别是 $\angle EAB$, $\angle DBC$ 的平分线, 若 $AA' = BB' = AB$, 则 $\angle BAC$ 的度数为()

- A. 25°
B. 30°
C. 12°
D. 18°



二、填空题: 本题共 14 小题, 每小题 3 分, 共 42 分。

7. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 0.5, $\sqrt[3]{9}$ _____ 2.5, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ _____ $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

8. 若点 $A(2a+1, 3a+3)$ 在第三象限的角平分线上, 则点 A 的坐标是_____.

9. 点 P 到 x 轴的距离为 2, 且在 y 轴的左侧, 则点 P 的坐标可以是_____ (写出一个即可).

10.我们定义: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ (m, n 为正整数, $a > 0$), $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (p, q 为有理数, $a > 0$).

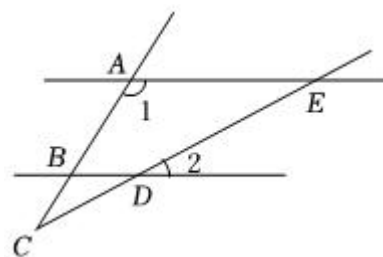
试化简, $(\sqrt[4]{a^5} \cdot a^{\frac{3}{4}} - b^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{b^8})(a-b)^{-1} =$ _____.

11.比较大小: $\sqrt{10}$ _____ 3 , -3.14 _____ $-\pi$ (横线上填 “>”, “<” 或 “=”).

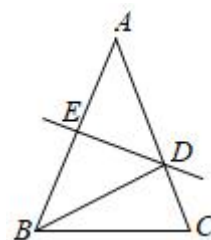
12.如图所示的数轴上, 点 B 与点 C 关于点 A 对称, A, B 两点对应的实数是 $\sqrt{3}$ 和 -1 , 则线段 BC 的长为_____.



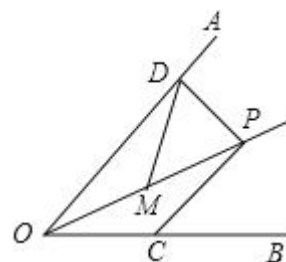
13.如图, 已知 $AE \parallel BD$, $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 那么 $\angle C$ 的度数为_____.



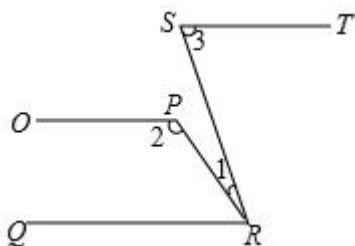
14.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle ABC = 65^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于 E , 交 AC 于 D , 连接 BD , 则 $\angle DBC =$ _____.



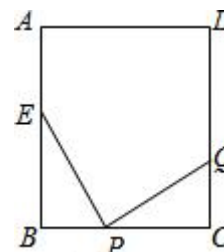
15.如图, 点 P 在 $\angle AOB$ 的角平分线上, $\angle AOB = 60^\circ$, $PD \perp OA$ 于 D , 点 M 是 OP 的中点, $DM = 3$, 若 C 是 OB 上的动点, 则 PC 的最小值是_____.



16.如图, $OP \parallel QR \parallel ST$, 若 $\angle 2 = 120^\circ$, $\angle 3 = 80^\circ$, 则 $\angle 1 =$ _____.

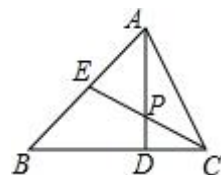


17.如图, 已知长方形 $ABCD$ 的边长 $AB = 10\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 点 E 在边 AB 上,

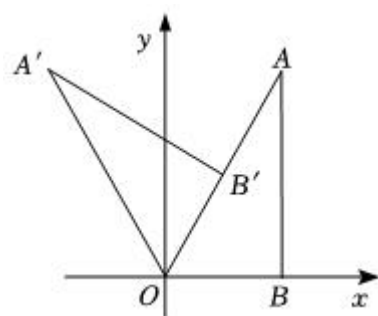


$AE = 4\text{cm}$, 如果点 P 从点 B 出发在线段 BC 上以 1cm/s 的速度向点 C 运动, 同时, 点 Q 在线段 CD 上运动. 则当 $\triangle BPE$ 与 $\triangle CQP$ 全等时, 时间 t 为_____s.

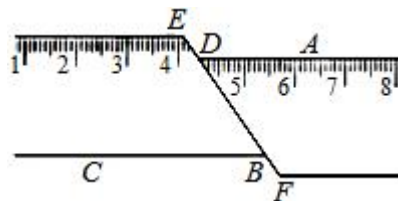
18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , CE 平分 $\angle ACB$ 交 AD 于点 P , 交 AB 于点 E , 若 $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle APE = 55^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是_____.



19. 将 $\triangle OBA$ 按如图方式放置在平面直角坐标系 xOy 中, 其中 $\angle OBA = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 顶点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 将 $\triangle OBA$ 绕原点逆时针旋转, 每次旋转 60° , 则第 2023 次旋转结束时, 点 A 对应点的坐标为_____.



20. 如图, 一把直尺沿直线断开并错位, 点 E 、 D 、 B 、 F 在同一条直线上, 若 $\angle ADE = 120^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为_____.



三、计算题: 本大题共 2 小题, 共 12 分。

21. 计算:

$$(1) \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{0.5^2} - \sqrt[3]{8}$$

$$(2) |1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + |2 - \sqrt{3}|;$$

$$(3) (-2)^3 \times \sqrt{(-4)^2} + \sqrt[3]{(-4)^3} \times (-\frac{1}{2})^2 - \sqrt[3]{27}.$$

$$22. (1) \text{计算: } 9^{\frac{1}{2}} + (\sqrt{3} - 1)^0 - (\frac{1}{5})^{-1} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$(2) \text{化简: } (\frac{\sqrt{a+1}}{a-\sqrt{a}} + \frac{4}{1-a}) \div \frac{a+2\sqrt{a-3}}{a+3\sqrt{a}}.$$

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 40 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

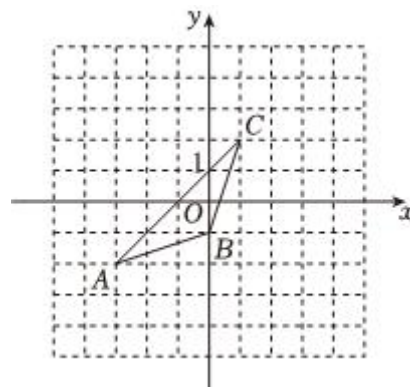
23.(本小题 8 分)

如图，在边长为 1 的正方形网格中，将 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A, B, C 分别关于 x 轴对称得到 $\triangle DEF$ ， A, B, C 的对应点分别为 D, E, F 。

(1)请在图中画出 $\triangle DEF$ ，并直接写出 F 的坐标， F _____；

(2) $\triangle DEF$ 的面积为：_____；

(3)在 y 轴上有一点 P ，使得 $\triangle PAB$ 的面积为 2，求 P 点的坐标。

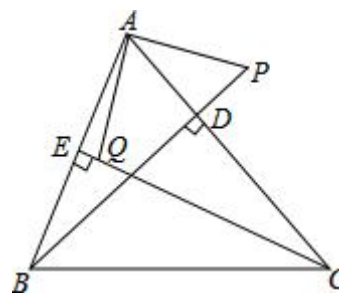


24.(本小题 8 分)

如图， BD, CE 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC 和 AB 的高，点 P 在 BD 的延长线上， $BP = AC$ ；点 Q 在 CE 上， $CQ = AB$ 。

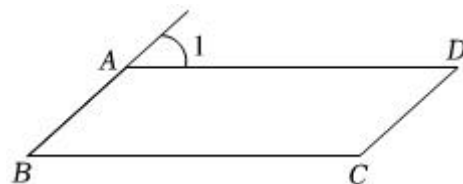
(1)判断 AP 与 AQ 之间的数量与位置关系；

(2)证明你的结论。



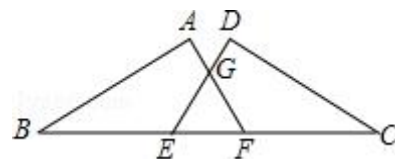
25.(本小题 8 分)

如图，已知 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle D = 50^\circ$ 。求 $\angle C$ 的度数。



26.(本小题 8 分)

如图, 点 E 、 F 在 BC 上, $BF = CE$, $EG = FG$, $\angle B = \angle C$.求证: $AB = CD$.

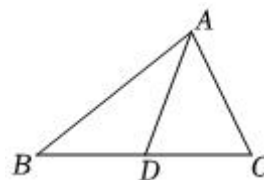


27.(本小题 8 分)

如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线.

(1)画出与 $\triangle ACD$ 关于点 D 成中心对称的三角形; 找出与 AC 相等的线段;

(2)探究: $\triangle ABC$ 中 AB 与 AC 的和与中线 AD 之间有何大小关系? 并说明理由;



答案和解析

1. 【答案】D

【解析】解：91.16 万 = 911600 = 9.116×10^5 .

故选：D.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数，当原数绝对值 < 1 时， n 是负整数.

此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. 【答案】C

【解析】解：点 $P(-3, 0)$ 位于 x 轴负半轴上.

故选：C.

根据 x 轴上的点的纵坐标为零判断即可.

本题考查了点的坐标，熟记坐标轴上的点的坐标特点是解答本题的关键.

3. 【答案】D

【解析】解：A、两个无理数的和为无理数，错误，例如： $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$;

B、两个无理数的商为无理数，错误，例如： $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$;

C、无理数与有理数的积为无理数，错误，例如： $0 \times \sqrt{2} = 0$;

D、两个有理数的和为有理数，正确.

故选：D.

直接利用无理数的性质，举出反例进而得出答案.

此题主要考查了实数运算，正确举出反例是解题关键.

4. 【答案】B

【解析】解：设第三根木棒的长度为 x 厘米，由题意得：

$$30 - 20 < x < 30 + 20,$$

$$\text{即： } 10 < x < 50,$$

故选：B.

根据三角形的三边关系：三角形两边之和大于第三边，三角形的两边差小于第三边可得第三个木棒的取值范围 $30 - 20 < x < 30 + 20$ ，进而可得答案.

此题主要考查了三角形的三边关系，关键是掌握三边关系定理.

5. 【答案】D

【解析】 【分析】

本题综合考查了等腰梯形、正方形、菱形以及矩形的判定. 解答该题时，需要牢记常见的四边形的性质.

A、根据矩形的判定定理作出分析、判断；B、根据菱形的判定定理作出分析、判断；C、根据正方形的判定定理作出分析、判断；D、根据等腰梯形的判定定理作出分析、判断.

【解答】

解：A、两条对角线相等的平行四边形是矩形，故本选项错误；

B、两条对角线垂直的平行四边形是菱形，故本选项错误；

C、两条对角线垂直且相等的平行四边形是正方形，故本选项错误；

D、两条对角线相等的梯形是等腰梯形，此说法正确，故本选项正确.

6. 【答案】C

【解析】 【分析】

本题主要考查等边对等角的性质、三角形的外角性质和三角形内角和定理. 做题时，要综合运用这些知识是十分必要的.

从已知条件结合图形，根据等腰三角形的外角和内角的关系以及三角形内角和定理求解.

【解答】

解：设 $\angle BAC = x$ ， $\because BB' = AB$ ，

$\therefore \angle B'BD = 2\angle BAC = 2x$ ，

又 $\because BB'$ 是 $\angle DBC$ 的平分线，

$\therefore \angle DBC = 2\angle B'BD = 4x$ ，

$\because AA' = AB$ ，

$\therefore \angle A' = \angle A'BA = \angle DBC = 4x$ ，

$\because AA'$ 是 $\angle EAB$ 的平分线，

$\therefore \angle A'AB = \frac{1}{2}(180^\circ - x)$ ，

在 $\triangle AA'B$ 中，根据内角和定理

$$4x + 4x + \frac{1}{2}(180^\circ - x) = 180^\circ,$$

解得 $x = 12^\circ$.

故选 C.

7. 【答案】 $> < >$

【解析】解: $\because 4 < 5$,

$$\therefore 2 < \sqrt{5},$$

$$\therefore 1 < \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0.5,$$

$$\because 2.5^3 = 15.625 > 9,$$

$$\therefore \sqrt[3]{9} < 2.5,$$

$$\because \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}, \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}, \frac{1}{2} > \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{\sqrt{3}}{3},$$

故答案为: $>, <, >$.

根据实数大小比较的方法即可解答.

本题考查了实数的大小比较, 算术平方根, 立方根, 熟知以上知识是解题的关键.

8. 【答案】 $(-3, -3)$

【解析】解: $\because$ 点 $A(2a+1, 3a+3)$ 在第三象限的角平分线上,

$$\therefore 2a+1 = 3a+3,$$

解得: $a = -2$,

$$\text{则 } 2a+1 = -3, \quad 3a+3 = -3,$$

故点 A 的坐标是 $(-3, -3)$.

故答案为: $(-3, -3)$.

直接利用第三象限内点的坐标得出 a 的值进而得出答案.

此题主要考查了点的坐标, 正确掌握各象限内点的坐标特点是解题关键.

9. 【答案】 $(-1, 2)$

【解析】解: 点 P 到 x 轴的距离为 2, 且在 y 轴的左侧, 则点 P 的坐标可以是 $(-1, 2)$ 等.

故答案为: $(-1, 2)$ (答案不唯一).

根据点到 x 轴的距离是点的纵坐标的绝对值, 在 y 轴的左侧的点的横坐标为负数可得答案.

本题主要考查点的坐标，解决此类问题时，要牢记点到y轴的距离是点的横坐标的绝对值，到x轴的距离是点的纵坐标的绝对值是解决此类问题的关键.

10. 【答案】 $a + b$

$$\begin{aligned} \text{【解析】解：原式} &= (a^{\frac{5}{4}} \cdot a^{\frac{3}{4}} - b^{-\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{8}{3}}) \cdot \frac{1}{a-b} \\ &= (a^2 - b^2) \cdot \frac{1}{a-b} \\ &= (a+b)(a-b) \cdot \frac{1}{a-b} \\ &= a+b. \end{aligned}$$

故答案为 $a + b$.

根据新定义计算即可.

本题主要考查了同底数幂的乘法以及负整数指数幂，分数指数幂等运算，理清定义是解答本题的关键.

11. 【答案】 $> >$

$$\begin{aligned} \text{【解析】解：} &\because (\sqrt{10})^2 = 10, \quad 3^2 = 9, \\ \therefore &10 > 9, \\ \therefore &\sqrt{10} > 3, \\ \because &|-3.14| = 3.14, \quad |-\pi| = \pi, \\ \therefore &3.14 < \pi, \\ \therefore &-3.14 > -\pi, \end{aligned}$$

故答案为： $>$ ， $>$.

先分别计算 $(\sqrt{10})^2$ 与 3^2 ，即可比较，再利用两个负数比较，绝对值大的反而小，即可解答.

本题考查了实数大小比较，算术平方根，熟练掌握平方运算比较大小是解题的关键.

12. 【答案】 $2\sqrt{3} + 2$

$$\begin{aligned} \text{【解析】解：} &AB = \sqrt{3} - (-1) = \sqrt{3} + 1, \\ BC &= 2AB = 2(\sqrt{3} + 1) = 2\sqrt{3} + 2, \\ \text{故答案为：} &2\sqrt{3} + 2. \end{aligned}$$

根据数轴上两点之间距离的计算方法求出 AB ，进而根据对称的性质，得出 $BC = 2AB$ 得出结果.

考查数轴表示数的意义，理解数轴上两点之间距离的计算方法是正确解答的关键.

13. 【答案】 30°

【解析】解：∵ $AE \parallel BD$, $\angle 2 = 30^\circ$,

$$\therefore \angle CEA = \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 1 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CEA - \angle 1 = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

故答案为： 30° .

由 $AE \parallel BD$, 可求得 $\angle CEA$ 的度数, 再利用三角形的内角和等于 180° , 即可求得答案.

此题考查了平行线的性质, 三角形内角和定理的运用. 解题的关键是注意数形结合思想的应用.

14. 【答案】 15°

【解析】解：∵ $AB = AC$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 65^\circ \times 2 = 50^\circ,$$

∵ DE 是 AB 的垂直平分线,

$$\therefore BD = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 65^\circ - 50^\circ = 15^\circ.$$

故答案为： 15° .

由等腰三角形的性质和三角形内角和定理可求得 $\angle A$, 由线段垂直平分线的性质可求得 $\angle ABD$, 则可求得 $\angle DBC$.

本题主要考查等腰三角形的性质, 线段垂直平分线的性质, 掌握线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等是解题的关键.

15. 【答案】 3

【解析】解：∵ OP 是 $\angle AOB$ 的角平分线, $\angle AOB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP = 30^\circ,$$

∵ $PD \perp OA$, 点 M 是 OP 的中点, $DM = 3$,

$$\therefore OP = 2DM = 6,$$

$$\therefore PD = \frac{1}{2}OP = 3.$$

当 $PC \perp OB$ 时, PC 的值最小, 此时 $PC = PD = 3$,

故答案为：3.

根据角平分线的性质、直角三角形的性质, 可求出 OP 、 PD 的长, 再根据角平分线的性质, 当 $PC \perp OB$

时, PC 的值最小, 此时 $PC = PD = 3$, 得出答案.

考查角平分线的性质、直角三角形的性质, 掌握角平分线的性质和直角三角形中 30° 度角所对的直角边等于斜边的一半是解决问题的关键.

16. 【答案】 20°

【解析】解: $\because QR \parallel ST$, $\angle 3 = 80^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = \angle SRQ = 80^\circ,$$

$$\because OP \parallel QR, \angle 2 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle PRQ = 180^\circ - \angle 2 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle SRQ - \angle PRQ = 20^\circ,$$

故答案为: 20° .

根据平行线的性质得到 $\angle 3 = \angle SRQ = 80^\circ$, $\angle PRQ = 180^\circ - \angle 2 = 60^\circ$, 根据角的和差即可得到答案.

本题考查了平行线的性质, 熟练掌握平行线的性质定理是解题的关键.

17. 【答案】 2 或 4

【解析】解: ①当 $EB = PC$, $BP = QC$ 时, $\triangle BPE \cong \triangle CQP$,

$$\because AB = 10\text{cm}, AE = 4\text{cm},$$

$$\therefore BE = 6\text{cm},$$

$$\therefore PC = 6\text{cm},$$

$$\because BC = 8\text{cm},$$

$$\therefore BP = 2\text{cm},$$

$\because$ 点 P 从点 B 出发在线段 BC 上以 1cm/s 的速度向点 C 向运动,

$$\therefore \text{时间为: } 2 \div 1 = 2\text{s};$$

②当 $BP = CP$, $BE = QC$ 时, $\triangle BEP \cong \triangle CQP$,

设 x 秒时, $BP = CP$,

$$\text{由题意得: } x = 8 - x,$$

$$\text{解得: } x = 4,$$

故答案为: 2 或 4.

分别利用: ①当 $EB = PC$ 时, $\triangle BPE \cong \triangle CQP$, ②当 $BP = CP$ 时, $\triangle BEP \cong \triangle CQP$, 进而求出即可.

此题主要考查了全等三角形的判定, 关键是掌握三边对应相等的两个三角形全等.

18. 【答案】 65°

【解析】解： $\because AD \perp BC$, $\angle CPD = \angle APE = 55^\circ$,
 $\therefore \angle CDP = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DCP = 180^\circ - \angle CPD - \angle CDP = 35^\circ$.
 $\because CE$ 平分 $\angle ACB$,
 $\therefore \angle ACB = 2\angle DCP = 70^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$.

故答案为： 65° .

在 $\triangle CDP$ 中利用三角形内角和定理即可得出 $\angle DCP$ 的度数，由角平分线的定义即可得出 $\angle ACB$ 的度数，
再在 $\triangle ABC$ 中利用三角形内角和定理即可求出 $\angle BAC$ 的度数.

本题考查了三角形内角和定理、角平分线的定义、垂直以及对顶角，利用三角形内角和定理结合角平分线的定义找出 $\angle ACB$ 的度数是解题的关键.

19. 【答案】 $(-1, \sqrt{3})$

【解析】解： $\because A(1, \sqrt{3})$, $\angle ABO = 90^\circ$,
 $\therefore OB = 1$, $AB = \sqrt{3}$,
 $\therefore \angle A = 30^\circ$,
 $\therefore OA = 2OB = 2$,
 $\therefore$ 第一次旋转后的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$,
第二次旋转后的坐标为 $(-2, 0)$,
第三次旋转后的坐标为 $(-1, -\sqrt{3})$,
第四次旋转后的坐标为 $(1, -\sqrt{3})$,
第五次旋转后的坐标为 $(2, 0)$,
第六次旋转后的坐标为 $(1, \sqrt{3})$,
 $\dots$,
6 次一个循环,
 $\because 2023 \div 6 = 337 \dots 1$,
 $\therefore$ 第 2023 次旋转结束时，点 A 对应点的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$,
故答案为： $(-1, \sqrt{3})$.

6 次一个循环，分别求出第一次到第六次的点 A 的坐标，利用规律解决问题即可.

本题考查坐标与图形变化—旋转，规律型：点的坐标，解直角三角形等知识，解题的关键是掌握探究规律的方法，属于中考常考题型.

20. 【答案】 60°

【解析】解：

$$\because \angle ADE = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ADB = 60^\circ,$$

故答案为： 60° .

由邻补角的定义可求得 $\angle ADB$ ，再利用平行线的性质可得 $\angle DBC = \angle ADB$ ，可求得答案.

本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质和判定是解题的关键，即①两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同位角相等，②两直线平行 $\Leftrightarrow$ 内错角相等，③两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同旁内角互补.

21. 【答案】解：(1)原式 $= \frac{1}{2} + 0.5 - 2$

$$= 1 - 2$$

$$= -1;$$

$$(2)\text{原式} = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{3}$$

$$= (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{3}) + (2 - 1)$$

$$= 1;$$

$$(3)\text{原式} = -8 \times 4 + (-4) \times \frac{1}{4} - 3$$

$$= -32 - 1 - 3$$

$$= -36.$$

【解析】本题涉及绝对值、乘方、立方根、二次根式化简四个考点. 针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握绝对值、乘方、立方根、二次根式化简等考点的运算.

22. 【答案】解：(1)原式 $= \sqrt{9} + 1 - 5 - \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$$= 3 + 1 - 5 - 2 + \sqrt{3}$$

$$= -3 + \sqrt{3};$$

故答案为: 4.

(3)根据题意可得 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}PB \cdot 3 = 2$.

$$\therefore PB = \frac{4}{3}$$

$$\therefore B(0, -1),$$

$$\therefore P(0, \frac{1}{3}) \text{ 或 } P(0, -\frac{7}{3}).$$

(1)分别找出点A, B, C关于x轴的对应点D, E, F, 依次连接点D, E, F, 即可求得 $\triangle DEF$;

(2)根据 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DEB} + S_{\triangle BEF}$ 求解即可;

(3)根据题意可得 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}PB \cdot 3$, 进而可得PB, 即可求解.

本题考查对称作图, 涉及图形与坐标、对称性、三角形面积等知识, 熟练掌握对称作图是解决问题的关键.

24. 【答案】 (1)猜想: $AP \perp AQ$ 且 $AP = AQ$;

(2)证明: $\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$$\therefore \angle AEC = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle BAC = 90^\circ, \angle 2 + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在 $\triangle ABP$ 与 $\triangle QCA$ 中,

$$\begin{cases} AB = CQ \\ \angle 1 = \angle 2 \\ BP = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle QCA (SAS),$$

$$\therefore AP = AQ, \angle P = \angle QAC,$$

$$\text{又} \because \angle P + \angle PAD = 90^\circ,$$

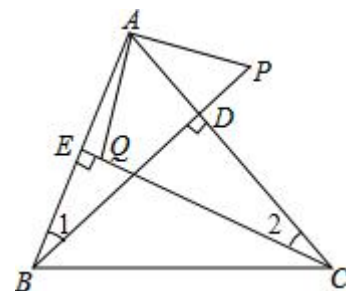
$$\therefore \angle QAC + \angle PAD = 90^\circ, \text{ 即 } AP \perp AQ,$$

$$\therefore AP \perp AQ \text{ 且 } AP = AQ.$$

【解析】 (1)根据题意猜想出结论;

(2)由 BD, CE 是 $\triangle ABC$ 的高, 得 $\angle AEC = 90^\circ, \angle ADB = 90^\circ$, 再由 $\angle 1 = \angle 2, BP = AC, AB = CQ$, 得 $\triangle ABP \cong \triangle QCA (SAS)$, 则 $AP = AQ$, 再由 $\angle P + \angle PAD = 90^\circ, \angle P = \angle CAQ$, 可知 $\angle QAC + \angle PAD = 90^\circ$, 故可得出结论.

本题考查的是全等三角形的判定与性质, 熟知全等三角形的 SAS 、 ASA 及 SSS 定理是解答此题的关键.



25. 【答案】解: $\because \angle 1 = 50^\circ, \angle B = 50^\circ,$

$$\therefore \angle 1 = \angle B,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle D + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle D = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 130^\circ.$$

【解析】根据平行线的判定和性质定理即可得到结论.

本题考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质定理是解题的关键.

26. 【答案】证明: $\because EG = FG,$

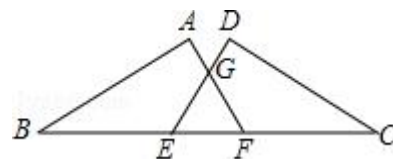
$$\therefore \angle AFB = \angle CED.$$

$\because$ 在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ BF = CE \\ \angle AFB = \angle CED \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE (ASA),$$

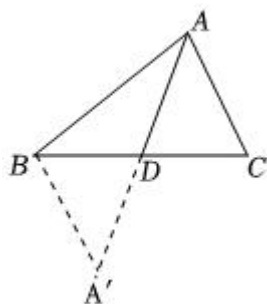
$$\therefore AB = CD.$$



【解析】由已知, 利用ASA得到 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DCE$ 全等, 利用全等三角形对应边相等即可得证.

此题考查了全等三角形的判定与性质, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键.

27. 【答案】解: (1) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 延长 AD 至 A' , 使 $AD = DA'$, 连接 BA' , 则与 $\triangle ACD$ 关于点 D 成中心对称的 $\triangle A'BD$ 即为所求; $AC = A'B$;



(2) $AB + AC > 2AD$, 理由如下:

$\because \triangle A'BD$ 与 $\triangle ACD$ 关于点 D 成中心对称,

$$\therefore AD = A'D, AC = A'B,$$

$\because$ 在 $\triangle ABA'$ 中, 有 $AB + A'B > AA'$, 即 $AB + AC > AD + A'D$,

$$\therefore AB + AC > 2AD.$$

【解析】(1)根据中心对称的特征，延长 AD 至 A' ，使 $AD = DA'$ ，连接 BA' ，则即 $\triangle A'BD$ 为所求， $AC = A'B$ ，

(2)根据三角形的两边之和大于第三边分析即可得解.

本题考查了作图—旋转变换，三角形三边关系，熟练掌握中心对称的性质是解题的关键.