

2024-2025 学年上海市浦东新区张江集团中学七年级（下）期末数学复习试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列各式：(1) $-x \geq 5$; (2) $y - 3x < 0$; (3) $\frac{x}{h} + 5 < 0$; (4) $x^2 + x \neq 3$; 中是一元一次不等式的有()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 0 个

2. 若 $m > n$, 则下列不等式中一定成立的是()

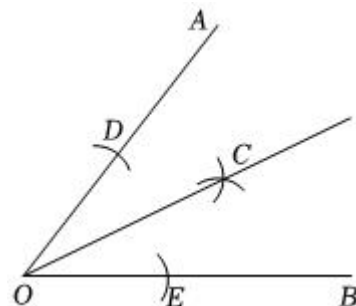
- A. $m + 3 < n + 3$ B. $-3m < -3n$ C. $3m < 3n$ D. $ma^2 > na^2$

3. 下列图中 $\angle 1$, $\angle 2$ 不是同位角的是()



4. 下面是“作 $\angle AOB$ 的平分线”的尺规作图过程：该尺规作图可直接利用三角形全等说明，其中三角形全等的依据是()

- A. SSS
B. SAS
C. ASA
D. AAS

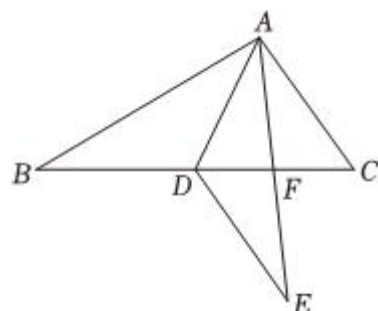


5. 已知等腰三角形的周长为 16, 其底边长为 a , 那么 a 的取值范围是()

- A. $a > 0$ B. $0 < a < 8$ C. $0 < a < 16$ D. $a < 16$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折, 点 B 落在点 E 处, AE 交 CD 于点 F , $\triangle ADF$ 的面积恰好是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$.

小丽在研究这个图形时得到以下两个结论: ① $\angle B = \angle CAE$; ② $AC = CD$. 那么下列说法中, 正确的是()



A. ①正确②错误

B. ①错误②正确

C. ①、②皆正确

D. ①、②皆错误

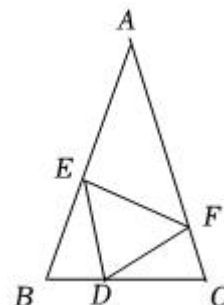
二、填空题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

7. 用不等式表示 x 减去 3 的差是一个非负数：_____.

8. 已知 $a > b$ ，则 $-\frac{2}{3}a$ _____ $-\frac{2}{3}b$.

9. 对于两个不相等的有理数 a, b 我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中较大的值，如 $\max\{3, 4\} = 4$ ，按照这个规定，方程 $\max\{x, -x\} = 2x + 1$ 的解是_____.

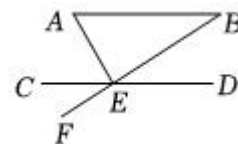
10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，点 D, E, F 分别在边 BC, AB, AC 上，如果 $BD = CF$ ， $BE = CD$ ，那么 $\angle EDF =$ _____度.



11. 已知直线 AB 和直线 CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 2\angle AOD$ ，那么这两条直线的夹角等于_____度.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 1$ ，那么 $\triangle ABC$ 的形状是_____.

13. 如图， $AB \parallel CD$ ， BF 交 CD 于点 E ， $AE \perp BF$ ， $\angle CEF = 34^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是_____.

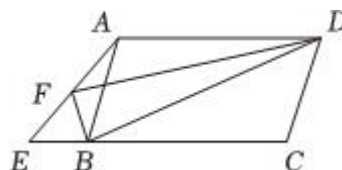


14. 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，联结 AC, BD ，已知梯形 $ABCD$ 的面积为 16， $\triangle BDC$ 的面积为 12，那么 $\triangle ADC$ 的面积_____.

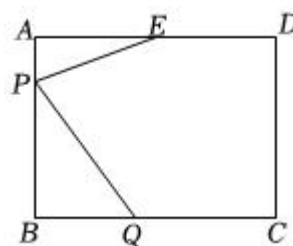
15. 一个三角形的三边长为 $x, 5, 7$ ，另一个与它全等的三角形的三边长为 $3, y, 5$ ，那么以 x, y 为腰长和底边长的等腰三角形的周长等于_____.

16. 已知不等式 $3x - a \leq 1$ 的正整数解为 1、2、3，则 a 的取值范围是_____.

17. 如图， E, B, C 三点在一条直线上， $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，点 F 是 AE 的中点，如果 $BD = EC$ ，那么 $\angle BFD =$ _____度.



18.如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 12$ 厘米， $AD = 16$ 厘米，点 E 为 AD 中点，已知点 P 在线段 AB 上以 2 厘米/秒的速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在线段 BC 上由点 C 向点 B 运动，如果 $\triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 恰好全等，那么点 Q 的运动速度是_____厘米/秒.



三、解答题：本题共 7 小题，共 46 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.(本小题 6 分)

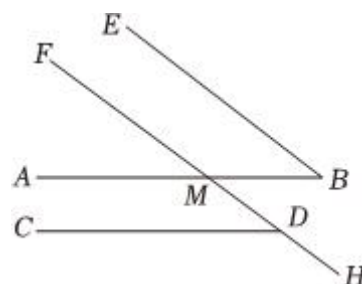
解不等式： $4(x + 5) > 3(2x + 1)$.

20.(本小题 6 分)

解不等式组：
$$\begin{cases} 5x + 1 > 3(x - 1) \\ \frac{x-2}{2} \leq \frac{4-2x}{3} \end{cases}$$
.

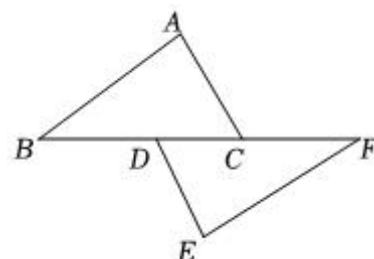
21.(本小题 6 分)

如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $BE \parallel DF$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，试求 $\angle CDH$ 的度数.



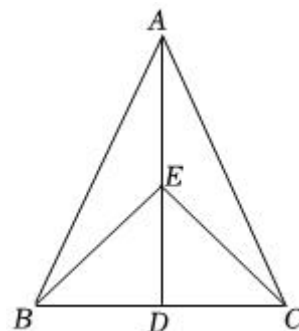
22.(本小题 6 分)

如图，已知 $AC \parallel DE$ ， $AC = DE$ ， $BD = FC$ ，说明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$. 请填写说理过程或理由.



23.(本小题 6 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， E 是 AD 上一点， $AB = AC$ ， $\angle ABE = \angle ACE$ ，请填写理由，说明 $AD \perp BC$.

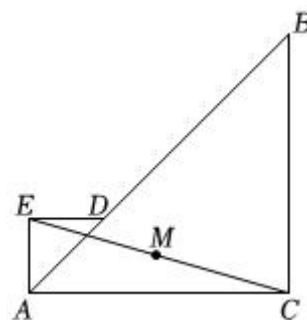


24.(本小题 7 分)

如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, 点 D 在 AB 上, 点 M 为 CE 的中点.

(1)联结 DM , 延长 DM 与 AC 相交于点 F , 请根据要求画出图形, 并说明 $AE = CF$.

(2)再联结 BF , 已知 $BF = 12$, 求 CM 的长.



25.(本小题 9 分)

在锐角三角形 ABC 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 联结 DE , 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折后, 点 A 落在 BC 边上的点 P , 当 $\triangle BDP$ 和 $\triangle CEP$ 都为等腰三角形时, 我们把线段 DE 称为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点.

(1)如图 1, 在等边三角形 ABC 中, 边 BC 的中点 P 是它的完美点, 已知其完美翻折线 DE 的长为 4, 那么等边三角形 ABC 的周长=_____.

(2)如图 2, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle C$ 恰为等腰三角形的顶角时, 求此时 $\angle A$ 的度数.

(3)如图 3, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle EPC$ 恰为等腰三角形的顶角时,

请判断点 P 到边 AB 、 AC 的距离是否相等？并说明你的判断理由。

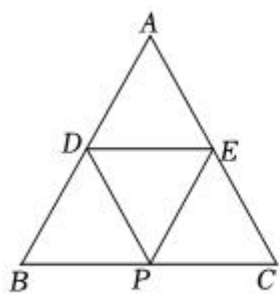


图1

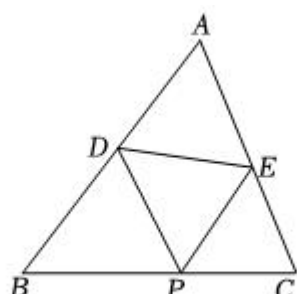


图2

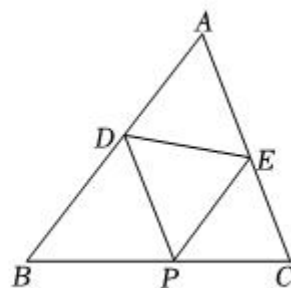


图3

1. 【答案】A

【解析】解：(1) $-x \geq 5$ ，是一元一次不等式；

(2) $y - 3x < 0$ ，含有两个未知数，不是一元一次不等式；

(3) $\frac{x}{n} + 5 < 0$ ，是一元一次不等式；

(4) $x^2 + x \neq 3$ ，未知数的最高次数为 2，不是一元一次不等式；

一元一次不等式共 2 个，

故选：A.

根据一元一次不等式的定义，未知数的次数是 1，对各选项分析判断后利用排除法求解.

本题考查一元一次不等式的概念，掌握一元一次不等式的定义：含有一个未知数，未知数的次数是 1 的不等式，叫做一元一次不等式是解题关键.

2. 【答案】B

【解析】解：A. $\because m > n$,

$\therefore m + 3 > n + 3$ ，故本选项不符合题意；

B. $\because m > n$,

$\therefore -3m < -3n$ ，故本选项符合题意；

C. $\because m > n$,

$\therefore 3m > 3n$ ，故本选项不符合题意；

D. 当 $a = 0$ 时， $ma^2 = na^2$ ，故本选项不符合题意；

故选：B.

根据不等式的性质逐个判断即可.

本题考查了不等式的性质，能熟记不等式的性质是解此题的关键，①不等式的性质 1：不等式的两边都加(或减)同一个数或式子，不等号的方向不变，②不等式的性质 2：不等式的两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变，③不等式的性质 3：不等式的两边都乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

3. 【答案】D

【解析】解：A. 由图可知， $\angle 1$ ， $\angle 2$ 是同位角，故 A 不符合题意.

B. 由图可知， $\angle 1$ ， $\angle 2$ 是同位角，故 B 不符合题意.

C. 由图可知， $\angle 1$ ， $\angle 2$ 是同位角，故 C 不符合题意.

D. 由图可知， $\angle 1$ ， $\angle 2$ 不是同位角，故 D 符合题意.

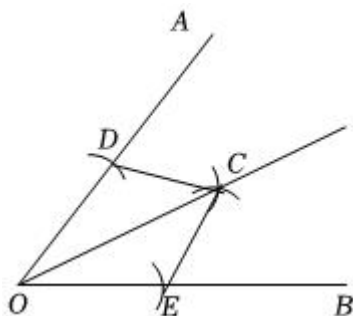
故选：D.

根据同位角的定义(在被截线同一侧, 截线的同一方位的两个角互为同位角)解决此题.

本题主要考查同位角, 熟练掌握同位角的定义是解决本题的关键.

4. 【答案】A

【解析】解: 连接 CD , CE ,



由作图得: $OD = OE$, $CD = CE$, $OC = OC$,

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle OCE (SSS)$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$,

故选: A.

根据 SSS 证明三角形全等.

本题考查了作图-基本作图, 掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

5. 【答案】B

【解析】解: $\because$ 等腰三角形的周长为 16, 其底边长为 a ,

$\therefore$ 腰长为 $\frac{16-a}{2}$,

由题意得:
$$\begin{cases} \frac{16-a}{2} + \frac{16-a}{2} > a \\ \frac{16-a}{2} - \frac{16-a}{2} < a \end{cases},$$

解得: $0 < a < 8$,

故选: B.

根据已知易得: 腰长为 $\frac{16-a}{2}$, 然后根据三角形的三边关系可得
$$\begin{cases} \frac{16-a}{2} + \frac{16-a}{2} > a \\ \frac{16-a}{2} - \frac{16-a}{2} < a \end{cases},$$
 从而进行计算即可解答.

本题考查了等腰三角形的性质, 解一元一次不等式组, 三角形的三边关系, 准确熟练地进行计算是解题的关键.

6. 【答案】C

【解析】解: $\because D$ 是边 CB 的中点,

$\therefore BD = CD$,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ACF} = S_{\triangle EDF} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore DF = CF, AF = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 为平行四边形,

$$\therefore AC \parallel DE, AC = DE,$$

$$\therefore \angle E = \angle EAC,$$

$$\therefore \angle E = \angle B,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle B, \text{ 故①是正确的;}$$

由折叠的性质得: $BD = DE$,

$$\therefore AC = CD, \text{ 故②谁正确的,}$$

故选: C .

根据折叠的性质、三角形的面积公式、中线的性质求解.

本题考查了翻折变换, 掌握折叠的性质、三角形的面积公式、中线的性质是解题的关键.

7. 【答案】 $x - 3 \geq 0$

【解析】解: 由题意可得,

x 减去 3 的差是一个非负数可表示为: $x - 3 \geq 0$,

故答案为: $x - 3 \geq 0$.

根据题意, 可以用含 x 的代数式表示出 x 减去 3 的差是一个非负数.

本题考查由实际问题抽象出一元一次不等式, 列出正确的不等式是解本题的关键.

8. 【答案】 $<$

【解析】解: $\because a > b$,

$$\therefore \frac{2}{3}a > \frac{2}{3}b,$$

$$\therefore -\frac{2}{3}a < -\frac{2}{3}b;$$

故答案为: $<$.

根据不等式的性质求解即可.

本题考查了不等式的性质, 熟练掌握不等式的性质是解题的关键.

9. 【答案】 $x = -\frac{1}{3}$

【解析】解：当 $x > -x$ ，即 $x > 0$ 时，

$$\max\{x, -x\} = x,$$

$$\text{则 } x = 2x + 1,$$

解得： $x = -1$ 不符合题意，

当 $x < -x$ ，即 $x < 0$ 时，

$$\max\{x, -x\} = -x,$$

$$\text{则 } -x = 2x + 1,$$

解得 $x = -\frac{1}{3}$ 符合题意，

故答案为： $x = -\frac{1}{3}$.

根据题意分情况讨论列得对应的方程，解得 x 的值并判断是否符合题意即可.

本题考查解一元一次方程，理解题意并进行正确地分类讨论是解题的关键.

10. 【答案】 65

【解析】解： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 2\angle B = 180^\circ - \angle A = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 65^\circ,$$

在 $\triangle EBD$ 和 $\triangle DCF$ 中

$$\begin{cases} BD = CF \\ \angle B = \angle C, \\ BE = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EBD \cong \triangle DCF (SAS),$$

$$\therefore \angle BED = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle CDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle BED = \angle B = 65^\circ,$$

故答案为：65.

由 $AB = AC$ ，得 $\angle B = \angle C$ ，由 $\angle B + \angle C = 2\angle B = 180^\circ - \angle A = 130^\circ$ ，求得 $\angle B = 65^\circ$ ，再证明

$\triangle EBD \cong \triangle DCF$ ，得 $\angle BED = \angle CDF$ ，可推导出 $\angle EDF = \angle B = 65^\circ$ ，于是得到问题的答案.

此题重点考查等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质、三角形内角和定理等知识，证明

$\triangle EBD \cong \triangle DCF$ 是解题的关键.

11. 【答案】 60

【解析】解：由题意得 $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$,

又 $\angle AOC = 2\angle AOD$,

$\therefore 2\angle AOD + \angle AOD = 180^\circ$,

$\therefore \angle AOD = 60^\circ$,

$\therefore$ 这两条直线的夹角等于 60° ,

故答案为： 60 .

由两条直线相交得出 $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ ，再根据已知 $\angle AOC = 2\angle AOD$ ，即可求出这两个角的度数，从而得出这两条直线的夹角的度数.

本题考查了对顶角、邻补角，熟知邻补角的定义是解题的关键.

12. 【答案】 等腰直角三角形

【解析】解：设一份为 k° ，则三个内角的度数分别为 k° ， $2k^\circ$ ， k° .

则 $k^\circ + k^\circ + 2k^\circ = 180^\circ$,

解得 $k^\circ = 45^\circ$.

$\therefore 2k^\circ = 90^\circ$,

所以这个三角形是等腰直角三角形.

故答案为： 等腰直角三角形.

已知三角形三个内角的度数之比，可以设一份为 k° ，根据三角形的内角和等于 180° 列方程求三个内角的度数，从而确定三角形的形状.

本题考查了三角形的内角和定理. 此类题利用三角形内角和为 180° 列方程求解可简化计算.

13. 【答案】 56°

【解析】解： $\because AE \perp BF$,

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$,

$\because \angle CEF = 34^\circ$,

$\therefore \angle AEC = \angle AEF - \angle CEF = 56^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle AEC = 56^\circ$,

故答案为： 56° .

先根据垂直的定义得到 $\angle AEF = 90^\circ$ ，进而求出 $\angle AEC = 56^\circ$ ，再由两直线平行，内错角相等可得 $\angle A =$

$$\angle AEC = 56^\circ.$$

本题考查了平行线的性质，垂直的定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

14. 【答案】 4

【解析】解： $\because$ 梯形 $ABCD$ 的面积为 16, $\triangle BDC$ 的面积为 12,

$$\therefore \triangle BDA \text{ 的面积为: } 16 - 12 = 4,$$

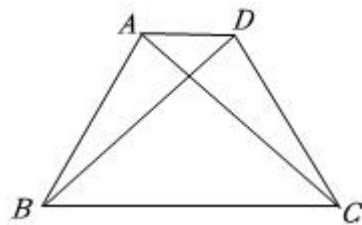
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADC \text{ 的面积} = \triangle BDA \text{ 的面积} = 4,$$

故答案为: 4.

根据题意求出 $\triangle BDA$ 的面积, 再根据三角形的面积公式求出 $\triangle ADC$ 的面积.

本题考查的是梯形的性质、三角形的面积计算, 掌握三角形的面积公式是解题的关键.



15. 【答案】 17

【解析】解： $\because$ 三角形的三边长为 $x, 5, 7$ 的三角形, 与另一个三边长为 $3, y, 5$ 的三角形全等,

$$\therefore x = 3, y = 7,$$

当以 x 为腰时,

$$\therefore \text{三角形的三边为 } 3, 3, 7,$$

$$\because 3 + 3 < 7,$$

$\therefore$ 不能够组成三角形,

当以 y 为腰时,

$$\therefore \text{三角形的三边为 } 7, 7, 3,$$

$$\because 3 + 7 > 7,$$

$\therefore$ 能组成三角形,

$$\therefore \text{三角形的周长} = 3 + 7 + 7 = 17,$$

故答案为: 17.

根据全等三角形的对应边相等可得 $x = 3, y = 7$, 根据三角形的三边关系求出等腰三角形的三边, 即可求得答案.

此题考查全等三角形的性质、等腰三角形的性质, 三角形的三边关系, 熟记性质准确找出对应边得到 x, y 的值是解题的关键.

16. 【答案】 $8 \leq a < 11$

【解析】解：由 $3x - a \leq 1$ 得， $x \leq \frac{a+1}{3}$ ，

因为不等式 $3x - a \leq 1$ 的正整数解恰是 1, 2, 3,

所以 $\frac{a+1}{3} \geq 3$ 且 $\frac{1+a}{3} < 4$,

解得： $8 \leq a < 11$,

故答案为： $8 \leq a < 11$.

根据题目中的不等式可以求得 x 的取值范围，再根据不等式的正整数解恰是 1, 2, 3，从而可以求得 a 的取值范围.

此题考查一元一次不等式的整数解，解题关键在于掌握运算法则.

17. 【答案】 90

【解析】解：延长 BF 、 DA 交于点 G ,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle G = \angle EBF$,

$\because$ 点 F 是 AE 的中点,

$\therefore AF = EF$,

在 $\triangle AFG$ 和 $\triangle EFB$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFG = \angle EFB \\ \angle G = \angle EBF \\ AF = EF \end{cases},$$

$\therefore AG = EB, GF = BF$,

$\because AD = BC$,

$\therefore AG + AD = EB + BC$,

$\therefore GD = EC$,

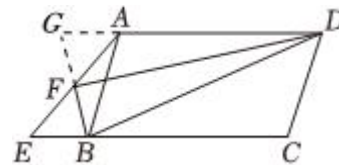
$\because BD = EC$,

$\therefore GD = BD$,

$\therefore DF \perp BG$,

$\therefore \angle BFD = 90^\circ$,

故答案为： 90.



延长 BF 、 DA 交于点 G ，可证明 $\triangle AFG \cong \triangle EFB$ ，得 $AG = EB$ ， $GF = BF$ ，而 $AD = BC$ ，可推导出 $GD = EC$ ，因为 $BD = EC$ ，所以 $GD = BD$ ，即可根据等腰三角形的“三线合一”证明 $DF \perp BG$ ，则 $\angle BFD = 90^\circ$ ，于是得到问题的答案.

此题重点考查平行线的性质、线段的中点的定义、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的“三线合一”等知识，正确地作出辅助线是解题的关键.

18. 【答案】 6 或 $\frac{8}{3}$

【解析】解：设运动时间为 t s, Q 的运动速度 x cm/s,

由题意得 $AP = 2t$ cm, $QC = xt$ cm,

$\therefore BQ = (16 - xt)$ cm, $PB = (12 - 2t)$ cm,

$\because \triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等,

$\therefore BQ = AP$, $AE = PB$ 或 $BP = AP$, $AE = BQ$,

当 $BQ = AP$, $AE = PB$ 时,

$\therefore AE = 8$ cm,

$\therefore 12 - 2t = 8$ cm,

$\therefore t = 2$,

$\therefore AP = 2t = 4$ cm,

$\therefore 16 - xt = 4$,

$\therefore x = 6$;

当 $BP = AP$, $AE = BQ$ 时,

$$\begin{cases} 12 - 2t = 2t \\ 16 - xt = 8 \end{cases},$$

解方程组得 $t = 3$, $x = \frac{8}{3}$

故点 Q 的运动速度是 6 cm/s 或 $\frac{8}{3}$ cm/s.

故答案为: 6 或 $\frac{8}{3}$.

根据 $\triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等, 得到 $AE = PB$, 可计算出运动时间, 再根据 $BQ = AP$, 即可计算出点 Q 的运动速度.

本题考查矩形的性质和全等三角形的性质, 根据三角形全等对应的边相等建立等式是解本题的关键.

19. 【答案】 $x < \frac{17}{2}$.

【解析】解: $4(x + 5) > 3(2x + 1)$,

去括号, 得 $4x + 20 > 6x + 3$,

移项, 得 $4x - 6x > 3 - 20$,

合并同类项，得 $-2x > -17$ ，

系数化为1，得 $x < \frac{17}{2}$ 。

按照解一元一次不等式的步骤求出不等式的解集即可。

本题考查了解一元一次不等式，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解题的关键。

20. 【答案】 $-2 < x \leq 2$ 。

【解析】解：
$$\begin{cases} 5x + 1 > 3(x - 1) \text{①} \\ \frac{x-2}{2} \leq \frac{4-2x}{3} \text{②} \end{cases}$$
，

解不等式①得： $x > -2$ ，

解不等式②得： $x \leq 2$ ，

$\therefore$ 原不等式组的解集为： $-2 < x \leq 2$ 。

按照解一元一次不等式组的步骤进行计算，即可解答。

本题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握解一元一次不等式组的步骤是解题的关键。

21. 【答案】解： $\because BE \parallel DF$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle FMA = \angle B = 30^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle CDM = \angle FMA = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CDH = 180^\circ - \angle CDM = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。

【解析】先根据 $BE \parallel DF$ ， $\angle B = 30^\circ$ 得出 $\angle FMA = \angle B = 30^\circ$ ，再由 $AB \parallel CD$ 即可得出 $\angle CDM$ 的度数，再由平角的定义即可得出结论。

本题考查的是平行线的性质，熟知两直线平行，同位角相等是解题的关键。

22. 【答案】见解答过程。

【解析】解析： $\because AC \parallel DE$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle EDF$ ，

$\because BD = FC$ ，

$\therefore BF - BD = BF - FC$ ，

即 $BC = FD$ ，

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 中，

$$\begin{cases} AC = ED \\ \angle ACB = \angle EDF, \\ BC = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD (SAS).$

根据平行线的性质、线段的和差求出 $\angle ACB = \angle EDF$, $BC = FD$, 利用 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ 即可.

此题考查了全等三角形的判定, 熟记全等三角形的判定定理是解题的关键.

23. 【答案】见解答过程.

【解析】解: 因为 $AB = AC$ (已知),
所以 $\angle ABC = \angle ACB$ (等边对等角),
又因为 $\angle ABE = \angle ACE$ (已知),
所以 $\angle ABC - \angle ABE = \angle ACB - \angle ACE$ (等式性质),
即 $\angle EBC = \angle ECB$,
所以 $EB = EC$ (等角对等边),
在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 中,
$$\begin{cases} AB = AC \\ EB = EC, \\ AE = AE \end{cases}$$

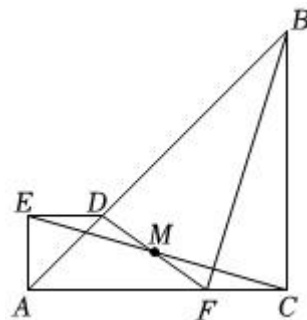
所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACE (SSS)$,
所以 $\angle BAE = \angle CAE$ (全等三角形的对应角相等),
又因为 $AB = AC$ (已知),
所以 $AD \perp BC$ (等腰三角形的“三线合一”).

由 $AB = AC$, 根据“等边对等角”得 $\angle ABC = \angle ACB$, 所以 $\angle ABC - \angle ABE = \angle ACB - \angle ACE$,
则 $\angle EBC = \angle ECB$, 由“等角对等边”证明 $EB = EC$, 进而根据“SSS”证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACE$, 再
根据全等三角形的对应角相等推导出 $\angle BAE = \angle CAE$, 即可根据等腰三角形的“三线合一”证明 $AD \perp BC$, 于是得到问题的答案.

此题重点考查等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质等知识, 适当选择全等三角形的判定定理证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACE$ 是解题的关键.

24. 【答案】解: (1) 联结 DM , 延长 DM 与 AC 相交于点 F ,

$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$,
 $\therefore AC = CB$, $AE = ED$,
 $\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$, $\angle EDA = \angle EAD = 45^\circ$,
 $\therefore \angle CAB = \angle EDA$,



$$\therefore AC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle FCM = \angle DEM,$$

$\because$ 点 M 为 CE 的中点,

$$\therefore CM = EM,$$

在 $\triangle FCM$ 和 $\triangle DEM$ 中,

$$\begin{cases} \angle FCM = \angle DEM \\ \angle FMC = \angle DME, \\ CM = EM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FCM \cong \triangle DEM (AAS),$$

$$\therefore CF = ED,$$

$$\therefore AE = CF.$$

(2) 联结 BF ,

$$\because \angle CAB = \angle EAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle FCB,$$

在 $\triangle EAC$ 和 $\triangle FCB$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF \\ \angle EAC = \angle FCB, \\ AC = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAC \cong \triangle FCB (SAS),$$

$$\therefore CE = BF = 12,$$

$$\therefore CM = EM = \frac{1}{2}CE = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

$$\therefore CM \text{ 的长为 } 6.$$

【解析】 (1) 由 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, 得 $AC = CB$, $AE = ED$, 则 $\angle CAB = \angle EDA = 45^\circ$, 所以 $AC \parallel DE$, 则 $\angle FCM = \angle DEM$, 而 $\angle FMC = \angle DME$, $CM = EM$, 即可证明 $\triangle FCM \cong \triangle DEM$, 得 $CF = ED$, 则 $AE = CF$;

(2) 由 $\angle CAB = \angle EAD = 45^\circ$, 得 $\angle EAC = 90^\circ$, 则 $\angle EAC = \angle FCB$, 即可证明 $\triangle EAC \cong \triangle FCB$, 得 $CE = BF = 12$, 则 $CM = \frac{1}{2}CE = 6$.

此题重点考查等腰直角三角形的判定与性质、平行线的判定与性质、线段的中点的定义、全等三角形的判定与性质等知识, 证明 $\triangle FCM \cong \triangle DEM$ 是解题的关键.

25. 【答案】 24;

$$\angle BAC = 60^\circ;$$

点 P 到边 AB 、 AC 的距离相等; 理由见解答过程.

【解析】 解: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ, AB = AC,$$

$\because P$ 为 $\triangle ABC$ 的完美点,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PDE$, $\triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等边三角形,

$$\therefore BD = DP, PE = CE,$$

又 $\because AD = DP, AE = PE$,

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB, AE = CE = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore AD = AE,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形,

$$\therefore DE = 4,$$

$$\therefore AD = AE = 4,$$

$$\therefore AB = AC = BC = 8,$$

$$\therefore \text{等边三角形 } ABC \text{ 的周长} = 8 + 8 + 8 = 24,$$

故答案为: 24;

(2) 连接 AP , 如图 2, 设 $\angle DAP = \alpha$, $\angle EAP = \beta$,

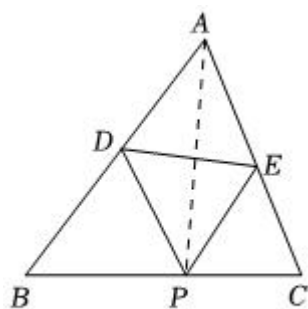


图2

$\because DE$ 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线,

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PDE,$$

$$\therefore AD = DP, AE = PE,$$

$\therefore \angle DPA = \angle DAP = \alpha, \angle EPA = \angle EAP = \beta,$
 $\therefore \angle BDP = 2\alpha, \angle PEC = 2\beta,$
 $\because \triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形, 且 $\angle B, \angle C$ 都为顶角,
 $\therefore BD = BP, CP = CE,$
 $\therefore \angle BPD = \angle BDP = 2\alpha, \angle CPE = \angle PEC = 2\beta,$
 $\because \angle BPD + \angle DPE + \angle CPE = 180^\circ,$
 $\therefore 3\alpha + 3\beta = 180^\circ,$
 $\therefore \alpha + \beta = 60^\circ,$
 即 $\angle BAC = 60^\circ$;

(3)点 P 到边 AB 、 AC 的距离相等; 理由如下:

连接 AP , 过 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H , $PN \perp AC$ 于点 N , 如图 3,

$\because DE$ 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线,

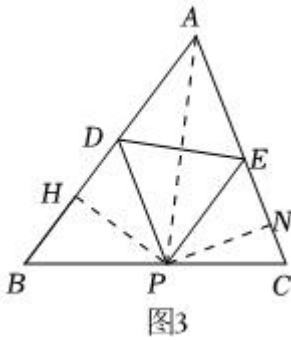


图3

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PDE, \triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形,
 设 $\angle DAP = \alpha, \angle EAP = \beta,$
 $\therefore \angle DPA = \angle DAP = \alpha, \angle EPA = \angle EAP = \beta,$
 $\therefore \angle BDP = 2\alpha, \angle PEC = 2\beta,$
 $\because \angle B, \angle EPC$ 为顶角,
 $\therefore BD = BP, PE = PC,$
 $\therefore \angle BPD = \angle BDP = 2\alpha, \angle PEC = \angle PCE = 2\beta,$
 $\therefore \angle EPC = 180^\circ - 4\beta,$
 $\because \angle BPD + \angle DPE + \angle EPC = 180^\circ,$
 $\therefore 2\alpha + \alpha + \beta + 180^\circ - 4\beta = 180^\circ,$
 $\therefore \alpha = \beta, AP$ 为 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore PH = PN$.

(1)根据翻折的性质可得 $\triangle ADE \cong \triangle PDE$, 根据等边三角形的性质可得 $\angle B = \angle C = 60^\circ$, 则 $\triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等边三角形, 最后证明 $\triangle ADE$ 是等边三角形即可求解;

(2)连接 AP , 设 $\angle DAP = \alpha$, $\angle EAP = \beta$, 根据三角形的外角定理和等腰三角形的性质可得 $\angle BPD = \angle BDP = 2\alpha$, $\angle CPE = \angle PEC = 2\beta$, 最后根据 $\angle BPD + \angle DPE + \angle CPE = 180^\circ$ 即可求解;

(3)连接 AP , 过 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H , $PN \perp AC$ 于点 N , 设 $\angle DAP = \alpha$, $\angle EAP = \beta$, 根据 $\angle BPD + \angle DPE + \angle CPE = 180^\circ$ 可得 $\alpha = \beta$, 则 AP 为 $\angle BAC$ 的平分线, $PH = PN$, 即可求解.

本题主要考查了三角形的折叠问题, 等腰三角形的性质, 等边三角形的性质, 角平分线的性质定理, 解题的关键是掌握相关内容, 根据三角形的内角和定理和外角定理构造等量关系求解.