

2024-2025 学年七年级数学下学期期末压轴题考卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

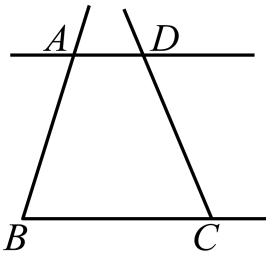
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如
需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。
写
在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教五四版(2024) 第 15 章一元一次不等式~第 18 章等腰三角形。
5. 难度系数: 0.85。

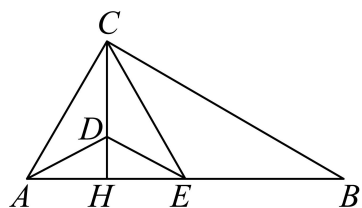
一、单选题

1. 已知三角形的两条边长分别为 7cm 和 3cm, 则第三条边长可以是 ()
A. 2cm B. 3cm C. 6cm D. 10cm
2. 已知 $\triangle ABC$ 中, 其中有两边长是 2 和 5, 且 $\triangle ABC$ 的第三边长是偶数, 则此三角形的周长为 ()
A. 11 B. 12 C. 13 D. 11 或 13
3. 如图所示, 图中同位角共有 ()



- A. 4 对 B. 6 对 C. 8 对 D. 10 对
4. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases}$ 恰好只有四个整数解, 则 a 的取值范围是 ()
A. $2 \leq a < 3$ B. $2 \leq a \leq 3$ C. $a < 3$ D. $2 < a < 3$
5. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CH \perp AB$, 垂足为点 H , AD 平分 $\angle BAC$, 与 CH 相

交于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，与边 AB 相交于点 E ，那么下列结论中一定正确的是（ ）



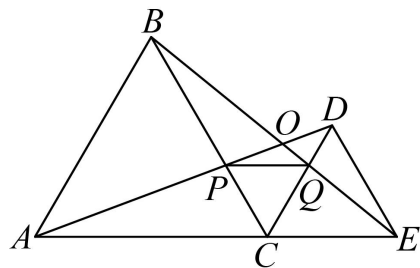
A. $AD = DE$

B. $AC = EC$

C. $AD = CD$

D. $CD = DE$

6. 如图, C 为线段 AE 上一动点 (不与 A, E 重合), 在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ECD$, AD 与 BE 交于点 O , AD 与 BC 交于点 P , BE 与 CD 交于点 Q , 连接 PQ , 则有以下五个结论: ① $AD = BE$; ② $PQ \parallel AE$; ③ $AP = BQ$; ④ $DE = DP$; ⑤ $\angle AOB = 60^\circ$. 其中正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

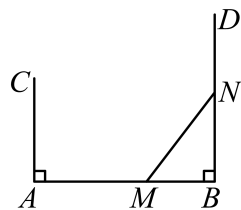
D. 5 个

二、填空题

7. 若 $(m-1)x^{|m|}+3>0$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则 $m =$ _____.

8. 已知 $\triangle ABC$, $a=6$, $b=10$, 则第三边 c 的取值范围是_____.

9. 如图, 已知线段 $AB=60$ 米, 射线 $AC \perp AB$ 于点 A , 射线 $BD \perp AB$ 于 B , M 点从 B 点向 A 运动, 每秒走 2 米, N 点从 B 点向 D 运动, 每秒走 3 米, M, N 同时从 B 出发, 若射线 AC 上有一点 P , 使得某时刻 $\triangle PAM$ 和 $\triangle MBN$ 全等, 则线段 AP 的长度为_____米.

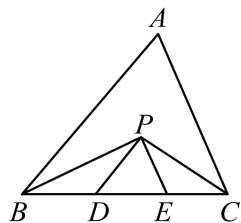


10. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=29^\circ$, 那么 $\angle C =$ _____度.

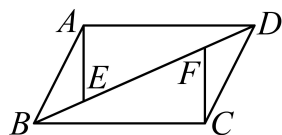
11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=20^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转至 $\triangle A'B'C$, 点 A, B 分

别与点 A' 、 B' 对应, 如果直线 $A'B' \perp$ 直线 AB , 那么 $\angle B'A'A$ 的度数为_____.

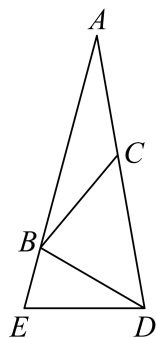
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 3\text{cm}$, BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线, 且 $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$, 点 D 、 E 在边 BC 上, 则 $\triangle PDE$ 的周长为_____ cm .



13. 如图, $AE = CF$, $AD = BC$, E 、 F 为 BD 上的两点, 且 $BF = DE$, 若 $\angle AED = 66^\circ$, $\angle ADB = 24^\circ$, 则 $\angle BCF$ 的度数为_____.



14. 如图, 在 $\triangle ADE$ 中, $AC = BC = BD = DE$, $\angle A = 25^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数是_____.



15. 如果一元一次方程的解是一元一次不等式组的解, 则称该一元一次方程为该不等式组的

“有缘方程”, 如: 方程 $x - 1 = 0$ 就是不等式组 $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$ 的“有缘方程”. 若关于 x 方程 $3x + 2k = 5$

(k 为整数) 是不等式组 $\begin{cases} 3(x + 1) - 2x > 2 \\ 4(x - 1) \geq 2(x - 3) + 5x \end{cases}$ 的一个有缘方程, 则整数 k 的值

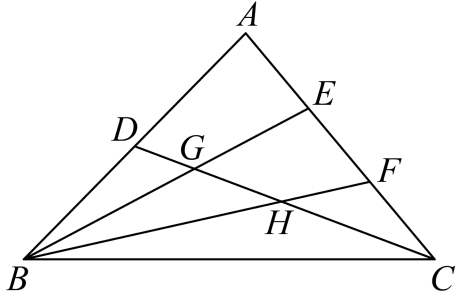
为_____.

16. 若不等式组 $\begin{cases} 2x < 3x - 8 \\ \frac{3x + 2}{4} > x + a \end{cases}$ 恰好有 4 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

17. 我们把两个不全等但面积相等的三角形叫做一对偏等积三角形. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是一对面积都等于 S 的偏等积三角形, 且 $AB = AC = DE = DF$, $BC = a$, 那么 EF 的长等于 _____

(结果用含 a 和 S 的代数式表示).

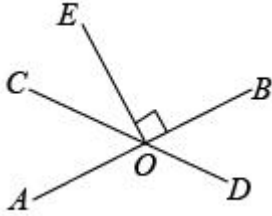
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AB 的中点, E 、 F 分别是边 AC 上的三等分点, 连接 BE 、 BF 分别交 CD 于 G 、 H 点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 90, 则四边形 $EFHG$ 的面积为_____.



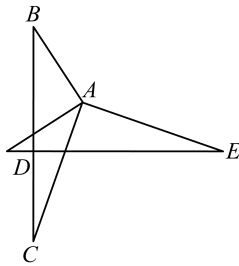
三、解答题

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 > 1 \\ 1+2x < 7 \end{cases}$$

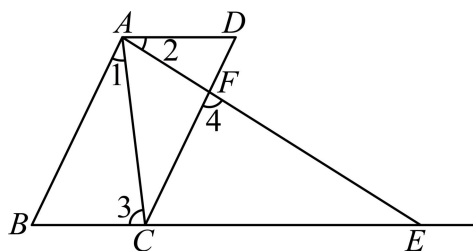
20. 如图, 直线 AB , CD 相交于点 O , $EO \perp AB$, 垂足为 O , $\angle EOC = 35^\circ$. 求 $\angle BOD$ 的度数.



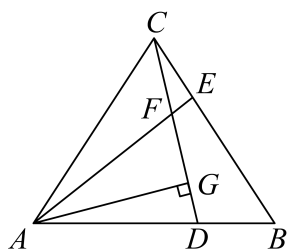
21. 如图, 已知 $AB = AD$, $AC = AE$, $AB \perp AD$, $AC \perp AE$, 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADE$



22. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 试证明 $AD \parallel BE$



23. 如图，等边三角形 ABC 中， D 、 E 分别为 AB 、 BC 边上的两动点， AE 与 CD 交于点 F ， $AG \perp CD$ 于点 G ，若 $AD = BE$ ，求 $\angle FAG$ 的大小.



24. 求不等式 $\frac{5}{12} - \frac{x-1}{3} \leq \frac{x}{6}$ 的最小整数解.

25. 如图 1，数学课上老师将一副三角板按图中所示位置摆放，点 F 在直线 AC 上，且 $ED \parallel AC$ ， DF 与 AB 相交于点 G ，其中 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle EFD = 90^\circ$ ， $\angle DEF = \angle EDF = 45^\circ$.

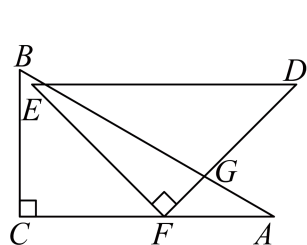


图1

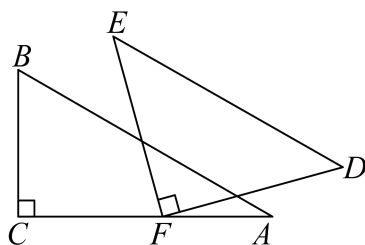
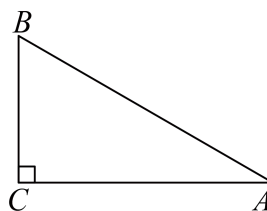


图2



备用图

- (1) 求此时 $\angle DGA$ 的度数;
- (2) 如图 2，若三角板 DEF 绕点 F 按顺时针方向旋转，当 $ED \parallel AB$ 时，求此时 $\angle DFA$ 的度数;
- (3) 在 (2) 的前提下，三角板 DEF 绕 F 点按逆时针方向以每秒 5° 的速度旋转，设旋转的时间为 t ($0 < t < 72$) 秒，当三角板 DEF 第一次回到图 2 的位置时，在这个旋转过程中，是否还存在三角板 DEF 的某一条边与 AB 平行的情况? 若存在，请求出所有满足题意的 t 值; 若不存在，请说明理由.

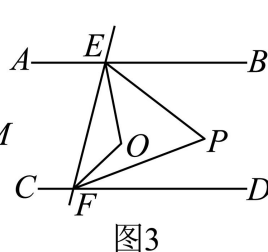
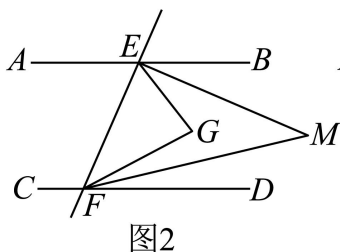
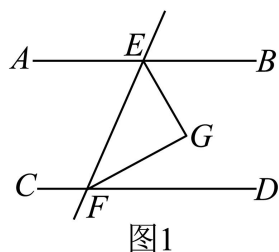
26. 阅读下面内容，并解答问题

在学习了平行线的性质后，老师请同学们证明命题：两条平行线被第三条直线所截，一组同

旁内角的平分线互相垂直.

小颖根据命题画出图形并写出如下的已知条件.

已知: 如图 1, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F . $\angle BEF$ 的角平分线 EG 与 $\angle DFE$ 的角平分线 FG 交于点 G .



(1) 直线 EG , FG 有何位置关系? 请补充结论: 求证: “_____”, 并写出证明过程;

(2) 在图 1 的基础上, 分别作 $\angle BEG$ 的角平分线 EM 与 $\angle DFG$ 的角平分线 FM 交于点 M , 得到图 2, 求 $\angle EMF$ 的度数.

(3) 如图 3, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F 点 O 在直线 AB , CD 之间, 且在直线 EF 右侧, $\angle BEO$ 的角平分线 EP 与 $\angle DFO$ 的角平分线 FP 交于点 P , 请直接写出 $\angle EOF$ 与 $\angle EPF$ 满足的数量关系, 不需证明.

答案与解析

一、单选题

1. 已知三角形的两条边长分别为 7cm 和 3cm，则第三条边长可以是（ ）

- A. 2cm B. 3cm C. 6cm D. 10cm

【答案】C

【知识点】确定第三边的取值范围

【分析】根据三角形的三边关系，进行求解即可.

【详解】解：设三角形的第三条边长为 x cm，

则 $7-3 < x < 7+3$ ，即 $4 < x < 10$ ，

$\therefore$ 第三条边长可以是 6cm，

故选 C.

【点睛】本题考查三角形的三边关系. 熟练掌握三角形的任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，是解题的关键.

2. 已知 $\triangle ABC$ 中，其中有两边长是 2 和 5，且 $\triangle ABC$ 的第三边长是偶数，则此三角形的周长为（ ）

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 11 或 13

【答案】D

【知识点】确定第三边的取值范围

【分析】本题主要考查了三角形三边的关系，根据三角形中任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边求出第三边的取值范围，再由第三边长是偶数求出第三边的长，最后根据三角形周长计算公式求解即可.

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 中，其中有两边长是 2 和 5，

$\therefore 5-2 < \text{第三边长} < 5+2$ ，即 $3 < \text{第三边长} < 7$ ，

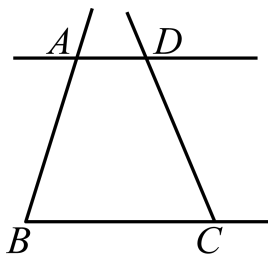
又 $\because$ 第三边长为偶数，

$\therefore$ 第三边长为 4 或 6，

$\therefore$ 该三角形的周长为 $4+2+5=11$ 或 $6+2+5=13$ ，

故选：D.

3. 如图所示，图中同位角共有（ ）



A. 4 对

B. 6 对

C. 8 对

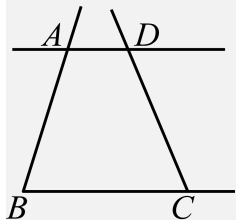
D. 10 对

【答案】C

【知识点】同位角、内错角、同旁内角

【分析】在基本图形“三线八角”中有四对同位角，再看增加射线 BC 后，增加了多少对同位角，求总和即可。

【详解】解：如图，



射线 AB 和 CD 被直线 AD 组成的图形中，同位角有 4 对，

射线 BA 和 CD 被射线 BC 所截，形成 1 对同位角；

射线 BC 和直线 AD 被射线 BA 所截，形成 1 对同位角；

射线 BC 和直线 AD 被射线 CD 所截，形成 2 对同位角；

则总共有 8 对同位角

故选：C.

【点睛】本题主要考查同位角的概念，即两个都在截线的同旁，又分别处在被截的两条直线同侧的位置的角叫做同位角，注意不要遗漏角。

4. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases}$ 恰好只有四个整数解，则 a 的取值范围是 ()

A. $2 \leq a < 3$

B. $2 \leq a \leq 3$

C. $a < 3$

D. $2 < a < 3$

【答案】A

【知识点】由不等式组解集的情况求参数

【分析】本题考查解一元一次不等式组，根据题意先解第一个不等式，再对整数解进行分析即可列出关于 a 的不等式继而得到本题答案。

【详解】解：∵不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \text{①} \\ a-x < 2 \text{②} \end{cases}$,

∴解不等式①得： $x \leq 4$,

解不等式②得： $x > a-2$,

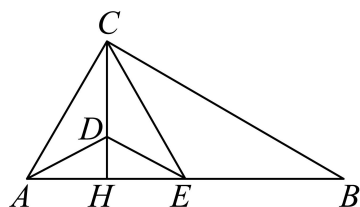
∴不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases}$ 恰好只有四个整数解，

∴ $0 \leq a-2 < 1$,

∴ $2 \leq a < 3$,

故选：A.

5. 已知，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CH \perp AB$ ，垂足为点 H ， AD 平分 $\angle BAC$ ，与 CH 相交于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，与边 AB 相交于点 E ，那么下列结论中一定正确的是（ ）



A. $AD = DE$

B. $AC = EC$

C. $AD = CD$

D. $CD = DE$

【答案】D

【知识点】角平分线的有关计算、根据平行线的性质探究角的关系、全等的性质和 ASA (AAS) 综合 (ASA 或者 AAS)

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，平行线的性质，角平分线的定义，三角形内角和定理，先导角证明 $\angle ABC = \angle ACD = \angle AED$ ，再证明 $\triangle ACD \cong \triangle AED$ (AAS)，可得 $CD = ED$ ，则 D 选项结论正确；根据现有条件无法证明 A、B、C 三个选项中的结论，据此可得答案.

【详解】解：∵ $DE \parallel BC$,

∴ $\angle AED = \angle ABC$,

∵ $CH \perp AB$,

∴ $\angle ABC + \angle BCH = 90^\circ$,

∵ $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACD + \angle BCH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACD = \angle AED,$$

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAD = \angle EAD,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AED$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle EAD \\ \angle ACD = \angle AED, \\ AD = AD \end{cases}$$

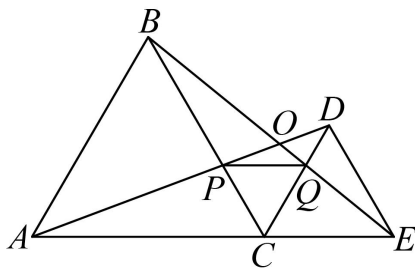
$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED (\text{AAS}),$$

$\therefore CD = ED$, 故 D 结论正确, 符合题意;

根据现有条件无法证明 A、B、C 中的结论,

故选: D.

6. 如图, C 为线段 AE 上一动点 (不与 A, E 重合), 在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ECD$, AD 与 BE 交于点 O, AD 与 BC 交于点 P, BE 与 CD 交于点 Q, 连接 PQ, 则有以下五个结论: ① $AD = BE$; ② $PQ \parallel AE$; ③ $AP = BQ$; ④ $DE = DP$; ⑤ $\angle AOB = 60^\circ$. 其中正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】C

【知识点】内错角相等两直线平行、全等三角形综合问题、等边三角形的判定和性质

【分析】本题考查了等边三角形的性质、全等三角形的判定与性质、平行线的判定等知识。①根据全等三角形的判定方法, 判断出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 即可判断出 $AD = BE$. ②首先根据全等三角形的判定方法, 判断出 $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$, 即可判断出 $CP = CQ$; 然后根据 $\angle PCQ = 60^\circ$, 可得 $\triangle PCQ$ 为等边三角形, 所以 $\angle PQC = \angle DCE = 60^\circ$, 据此判断出 $PQ \parallel AE$ 即可. ③根据全等三角形的判定方法, 判断出 $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$, 即可判断出 $AP = BQ$. ④首先根据 $DC = DE, \angle PCQ = \angle CPQ = 60^\circ$, 可得 $\angle DPC > 60^\circ$, 然后判断出 $DP \neq DC$, 再根

据 $DC = DE$, 即可判断出

$DP \neq DE$. ⑤ $\angle AOB = \angle DAE + \angle AEO = \angle DAE + \angle ADC = \angle DCE = 60^\circ$, 据此判断即可.

【详解】解: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 都是等边三角形,

$$\therefore AC = BC, CD = CE, \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle BCD = \angle DCE + \angle BCD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\because AC = BC, \angle ACD = \angle BCE, CD = CE,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE,$$

$$\therefore AD = BE, \text{ 结论①正确.}$$

$$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CBE,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACP = \angle BCQ = 60^\circ,$$

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle BCQ$ 中,

$$\angle ACP = \angle BCQ, \angle CAP = \angle CBQ, AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCQ,$$

$$\therefore CP = CQ,$$

$$\text{又} \because \angle PCQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle PCQ \text{ 为等边三角形,}$$

$$\therefore \angle PQC = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore PQ \parallel AE, \text{ 结论②正确.}$$

$$\because \triangle ACP \cong \triangle BCQ,$$

$$\therefore AP = BQ, \text{ 结论③正确.}$$

$$\because DC = DE, \angle PCQ = \angle CPQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC > 60^\circ,$$

$$\therefore DP \neq DC,$$

$$\text{又} \because DC = DE,$$

$$\therefore DP \neq DE, \text{ 结论④不正确.}$$

$\because \angle AOB = \angle DAE + \angle AEO = \angle DAE + \angle ADC = \angle DCE = 60^\circ$, 结论⑤正确.

综上, 可得正确的结论有 4 个: ①②③⑤.

故选: C.

二、填空题

7. 若 $(m-1)x^{|m|} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则 $m =$ _____.

【答案】 -1

【知识点】 一元一次不等式的定义

【分析】 根据一元一次不等式的定义可知 $m-1 \neq 0, |m|=1$, 从而可求得 m 的值.

【详解】 解: $\because (m-1)x^{|m|} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式,

$\therefore m-1 \neq 0, |m|=1$.

解得: $m = -1$.

故答案为: -1.

【点睛】 本题主要考查的是一元一次不等式的定义, 掌握一元一次不等式的特点是解题的关键.

8. 已知 $\triangle ABC$, $a = 6$, $b = 10$, 则第三边 c 的取值范围是_____.

【答案】 $4 < c < 16$

【知识点】 求一元一次不等式的解集、确定第三边的取值范围、三角形三边关系的应用

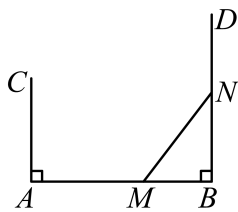
【分析】 三角形的三边不等关系为: 任意两边之差 $<$ 第三边 $<$ 任意两边之和.

【详解】 解: 根据三角形的三边关系, 得 $10 - 6 < c < 6 + 10$, 即 $4 < c < 16$,

故答案为: $4 < c < 16$.

【点睛】 考查了三角形三边关系, 此类求三角形第三边的范围的题, 实际上就是根据三角形三边关系定理列出不等式, 然后解不等式即可.

9. 如图, 已知线段 $AB = 60$ 米, 射线 $AC \perp AB$ 于点 A , 射线 $BD \perp AB$ 于 B , M 点从 B 点向 A 运动, 每秒走 2 米, N 点从 B 点向 D 运动, 每秒走 3 米, M 、 N 同时从 B 出发, 若射线 AC 上有一点 P , 使得某时刻 $\triangle PAM$ 和 $\triangle MBN$ 全等, 则线段 AP 的长度为_____米.



【答案】 45 或 24/24 或 45

【知识点】 全等三角形的性质

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键．根据题意，分类讨论：当 $\text{Rt}\triangle APM \cong \text{Rt}\triangle BNM$ ；当 $\text{Rt}\triangle AMP \cong \text{Rt}\triangle BNM$ ；根据全等三角形的性质即可求解．

【详解】 解：根据题意，设运动时间为 ts ，则 $BM = 2t$ ， $BN = 3t$ ，

①点 M 是 AB 中点， $\text{Rt}\triangle APM \cong \text{Rt}\triangle BNM$ 时， $AM = BM$ ， $AP = BN$ ，

$\therefore AB = 60\text{m}$ ，

$\therefore AM = BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 60 = 30(\text{m})$ ，

$\therefore t = \frac{30}{2} = 15(\text{s})$ ，

$\therefore AP = BN = 3t = 3 \times 15 = 45(\text{m})$ ；

② $\text{Rt}\triangle AMP \cong \text{Rt}\triangle BNM$ 时， $AM = BN$ ， $AP = BM$ ，

$\therefore BM + BN = 60$ ，即 $2t + 3t = 60$ ，

解得， $t = 12$ ，

$\therefore AP = BM = 2 \times 12 = 24(\text{m})$ ；

综上所述，线段 AP 的长度为 45m 或 24m，

故答案为：45 或 24．

10. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 29^\circ$ ，那么 $\angle C =$ _____度．

【答案】 91

【知识点】 三角形内角和定理的应用

【分析】 根据三角形内角和定理解答即可．

【详解】 解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 29^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 29^\circ = 91^\circ$ ．

故答案为：91．

【点睛】 本题考查的是三角形内角和定理. 熟练掌握三角形内角和定理: 三角形内角和是 180° 是解题的关键.

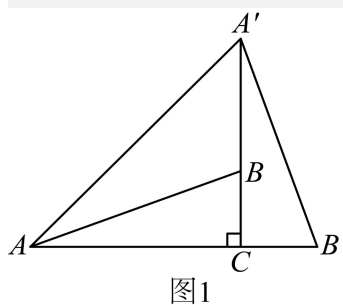
11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 20^\circ$, 将 ABC 绕点 C 旋转至 $\triangle A'B'C$, 点 A 、 B 分别与点 A' 、 B' 对应, 如果直线 $A'B' \perp$ 直线 AB , 那么 $\angle B'A'A$ 的度数为_____.

【答案】 65° 或 25°

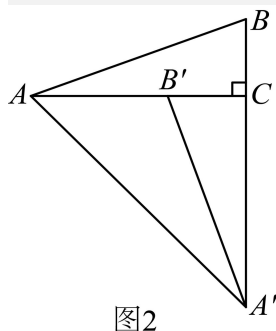
【知识点】 等边对等角、根据旋转的性质求解

【分析】 本题考查旋转的性质, 等腰直角三角形的性质, 根据直线 $A'B' \perp$ 直线 AB , 则把 ABC 绕点 C 旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, 当把 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, 如图 1, 根据旋转的性质得到 $CA' = CA$, $\angle ACA' = 90^\circ$, $\angle CA'B' = \angle CAB = 20^\circ$, 则可判断 $\triangle ACA'$ 为等腰直角三角形, 得 $\angle CA'A = 45^\circ$, 继而得到 $\angle B'A'A = \angle CA'A + \angle CA'B'$; 当把 ABC 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, 如图 2, 同样得到 $\angle CA'A = 45^\circ$, 继而得到 $\angle B'A'A = \angle CA'A - \angle CA'B'$. 解题的关键是掌握旋转的性质: 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角; 旋转前、后的图形全等.

【详解】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 20^\circ$,
 $\therefore$ 将 ABC 绕点 C 旋转至 $\triangle A'B'C$, 且直线 $A'B' \perp$ 直线 AB ,
 $\therefore$ 把 ABC 绕点 C 旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$,
当把 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, 如图 1,



$\therefore CA' = CA$, $\angle ACA' = 90^\circ$, $\angle CA'B' = \angle CAB = 20^\circ$,
 $\therefore \triangle ACA'$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore \angle CA'A = 45^\circ$,
 $\therefore \angle B'A'A = \angle CA'A + \angle CA'B' = 45^\circ + 20^\circ = 65^\circ$;
当把 ABC 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, 如图 2,



$\therefore CA' = CA$, $\angle ACA' = 90^\circ$, $\angle CA'B' = \angle CAB = 20^\circ$,

$\therefore \triangle ACA'$ 为等腰直角三角形,

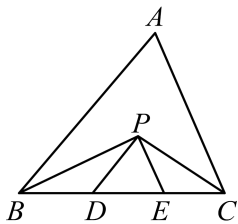
$\therefore \angle CA'A = 45^\circ$,

$\therefore \angle B'A'A = \angle CA'A - \angle CA'B' = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$;

综上所述, $\angle B'A'A$ 的度数为 65° 或 25° .

故答案为: 65° 或 25° .

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 3\text{cm}$, BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线, 且 $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$, 点 D 、 E 在边 BC 上, 则 $\triangle PDE$ 的周长为 _____ cm .



【答案】 3

【知识点】 根据平行线的性质探究角的关系、等边对等角

【分析】 此题主要考查了等腰三角形的性质及平行线的判定等知识点. 本题的关键是将 $\triangle PDE$ 的周长就转化为 BC 边的长.

根据平行线的性质可证的 $\triangle DPB$ 和 $\triangle EPC$ 为等腰三角形, 从而将 $\triangle PDE$ 的周长转化为 BC 的长.

【详解】 解: $\because BP$ 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线,

$\therefore \angle ABP = \angle PBD, \angle ACP = \angle PCE$,

$\because PD \parallel AB, PE \parallel AC$,

$\therefore \angle ABP = \angle BPD, \angle ACP = \angle CPE$,

$\therefore \angle PBD = \angle BPD, \angle PCE = \angle CPE$,

$\therefore BD = PD, CE = PE$,

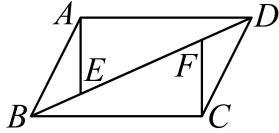
$\because BC = 3\text{cm}$,

$\therefore \triangle PDE$ 的周长 $= PD + DE + PE = BD + DE + EC = BC = 3\text{cm}$,

即 $\triangle PDE$ 的周长是 3cm .

故答案为: 3.

13. 如图, $AE = CF$, $AD = BC$, E 、 F 为 BD 上的两点, 且 $BF = DE$, 若 $\angle AED = 66^\circ$, $\angle ADB = 24^\circ$, 则 $\angle BCF$ 的度数为_____.



【答案】 $90^\circ/90$ 度

【知识点】 三角形内角和定理的应用、全等的性质和 SSS 综合 (SSS)

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 三角形内角和定理等知识, 掌握全等三角形的判定与性质, 利用 SSS 证明 $\triangle AED \cong \triangle CBF$ 得 $\angle BCF = \angle DAE$ 是解答本题的关键.

【详解】 解: 在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CBF$ 中,
$$\begin{cases} DE = BF \\ AD = BC \\ AE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CBF$ (SSS),

$\therefore \angle BCF = \angle DAE$,

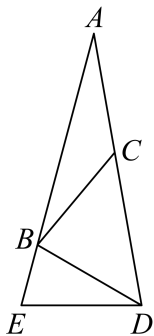
$\because \angle AED = 66^\circ$, $\angle ADB = 24^\circ$,

$\therefore \angle DAE = 180^\circ - \angle AED - \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCF = 90^\circ$,

故答案为: 90° .

14. 如图, 在 $\triangle ADE$ 中, $AC = BC = BD = DE$, $\angle A = 25^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数是_____°.



【答案】 75

【知识点】 三角形的外角的定义及性质、等边对等角

【分析】 首先根据 $\angle A = 25^\circ$, $AC = BC$, 利用等腰三角形的性质得到 $\angle ABC = \angle A = 25^\circ$, 然后利用三角形的外角的性质求得 $\angle BCD = \angle A + \angle ABC = 50^\circ$, 再根据 $BC = BD$ 得到 $\angle BDC = \angle BCD = 50^\circ$, 从而得到 $\angle CBD = 180^\circ - \angle BCD - \angle BDC = 80^\circ$, 进一步得到 $\angle DBE = 180^\circ - \angle ABC - \angle CBD = 75^\circ$, 最后利用 $BD = ED$ 得到 $\angle E = \angle DBE = 75^\circ$.

【详解】 解: $\because \angle A = 25^\circ$, $AC = BC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle A = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle A + \angle ABC = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ,$$

$$\because BC = BD,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = 180^\circ - \angle BCD - \angle BDC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = 180^\circ - \angle ABC - \angle CBD = 180^\circ - 25^\circ - 80^\circ = 75^\circ,$$

$$\because BD = ED,$$

$$\therefore \angle E = \angle DBE = 75^\circ,$$

故答案为: 75.

【点睛】 考查了等腰三角形的性质, 三角形外角性质, 解题的关键是了解等腰三角形等边对等角, 难度不大.

15. 如果一元一次方程的解是一元一次不等式组的解, 则称该一元一次方程为该不等式组的

“有缘方程”, 如: 方程 $x - 1 = 0$ 就是不等式组 $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$ 的“有缘方程”. 若关于 x 方程 $3x + 2k = 5$

(k 为整数) 是不等式组 $\begin{cases} 3(x + 1) - 2x > 2 \\ 4(x - 1) \geq 2(x - 3) + 5x \end{cases}$ 的一个有缘方程, 则整数 k 的值

为_____.

【答案】 2 或 3

【知识点】 解一元一次方程 (一) ——合并同类项与移项、求不等式组的解集

【分析】 本题考查解一元一次方程, 求不等式组的解集, 掌握“有缘方程”的定义, 是解题的关键.

先求出方程的解和不等式组的解集, 利用有缘方程的定义, 得到关于 k 的不等式组, 求出整数解即可.

【详解】解：解方程 $3x+2k=5$ ，得： $x=\frac{5-2k}{3}$ ，

解不等式组 $\begin{cases} 3(x+1)-2x>2 \\ 4(x-1)\geq 2(x-3)+5x \end{cases}$ ，得： $-1<x\leq\frac{2}{3}$ ，

$\therefore$ 关于 x 方程 $3x+2k=5$ (k 为整数) 是不等式组 $\begin{cases} 3(x+1)-2x>2 \\ 4(x-1)\geq 2(x-3)+5x \end{cases}$ 的一个有缘方程，

$$\therefore -1<\frac{5-2k}{3}\leq\frac{2}{3},$$

$$\text{解得 } \frac{3}{2}\leq k<4,$$

$\therefore k$ 是整数，

$\therefore k$ 的值为 2 或 3.

故答案为：2 或 3.

16. 若不等式组 $\begin{cases} 2x<3x-8 \\ \frac{3x+2}{4}>x+a \end{cases}$ 恰好有 4 个整数解，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-\frac{11}{4}\leq a<-\frac{5}{2}$

【知识点】求不等式组的解集、由不等式组解集的情况求参数

【分析】本题考查了解一元一次不等式组、一元一次不等式组的整数解等知识点，灵活运用相关知识是解题的关键.

先解不等式组用 a 表示出解集，然后根据不等式组恰有 3 个整数解，得到关于 a 的不等式组求解即可.

【详解】

$$\text{解： } \begin{cases} 2x<3x-8 \text{ ①} \\ \frac{3x+2}{4}>x+a \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x>8$

解不等式②，得 $x<2-4a$

由题意可知原不等式组有解

$$\therefore \text{原不等式组的解集为 } 8<x<2-4a$$

$\therefore$ 不等式有 4 个整数解

$$\therefore \text{整数解为： } 9, 10, 11, 12$$

$$\therefore 12<2-4a\leq 13, \text{ 解得： } -\frac{11}{4}\leq a<-\frac{5}{2}.$$

故答案为: $-\frac{11}{4} \leq a < -\frac{5}{2}$.

17. 我们把两个不全等但面积相等的三角形叫做一对偏等积三角形. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是一对面积都等于 S 的偏等积三角形, 且 $AB = AC = DE = DF$, $BC = a$, 那么 EF 的长等于 ____ (结果用含 a 和 S 的代数式表示).

【答案】 $\frac{4S}{a}$

【知识点】 灵活选用判定方法证全等 (全等三角形的判定综合)

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质、等腰三角形的性质、三角形的面积等知识, 由面积相等可得相应等式, 作出三角形的高, 作出辅助线构造三角形全等, 证明三角形全等是解题的关键.

【详解】 解: 如图: $AB = AC = DE = DF$, 过 C 作 $CM \perp AB$ 于 M , 过 F 作 $FN \perp ED$ 交 ED 延长线于 N , 延长 BA 到 K 使 $AK = AB$

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CM = S, \quad S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE \cdot FN = S$$

$$\therefore CM = FN$$

$$\because AC = DF$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AMC \cong \text{Rt}\triangle DNF (\text{HL})$$

$$\therefore \angle MAC = \angle NDF$$

$$\because \angle CAK = 180^\circ - \angle MAC, \quad \angle EDF = 180^\circ - \angle NDF$$

$$\therefore \angle CAK = \angle EDF$$

$$\because AK = AC = DE = DF$$

$$\therefore \triangle ACK \cong \triangle DFE (\text{SAS})$$

$$\therefore EF = CK, \quad S_{\triangle KBC} = 2S$$

$$\because AK = AC = DE = DF$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB, \quad \angle K = \angle ACK$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ACK = \angle ABC + \angle K = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCK = 90^\circ$$

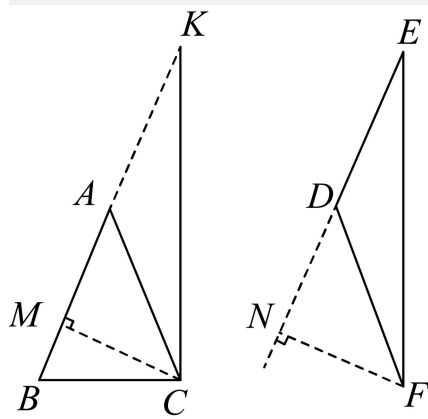
$$\therefore S_{\triangle KBC} = \frac{1}{2} BC \cdot CK = 2S$$

$$\because BC = a$$

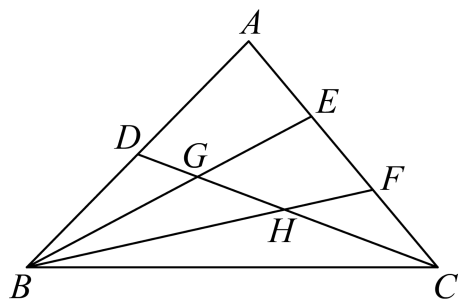
$$\therefore CK = \frac{4S}{a}$$

$$\therefore EF = \frac{4S}{a}.$$

故答案为: $\frac{4S}{a}$.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AB 的中点, E 、 F 分别是边 AC 上的三等分点, 连接 BE 、 BF 分别交 CD 于 G 、 H 点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 90, 则四边形 $EFHG$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{33}{2}$

【知识点】 几何问题(二元一次方程组的应用)、根据三角形中线求面积

【分析】 如图: 连接 AH , 设 $S_{\triangle CFH} = a$, $S_{\triangle ADH} = b$, 根据“等底同高的三角形面积相等”可得

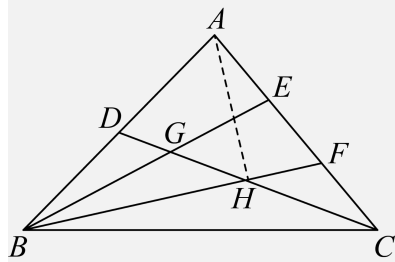
$$S_{\triangle ABF} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = 60, S_{\triangle ACH} = 3a, S_{\triangle AFH} = S_{\triangle ACH} - S_{\triangle CFH} = 2a, S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 45,$$

$$S_{\triangle AHD} = S_{\triangle BHD} = b, \text{ 进而列出二元一次方程组 } \begin{cases} 3a + b = 45 \\ 2b + 2a = 60 \end{cases} \text{ 求解可得 } S_{\triangle CFH} = \frac{15}{2}; \text{ 同理: 连接}$$

AG , 设 $S_{\triangle ADG} = c$, $S_{\triangle AEG} = d$, 可得 $S_{\triangle ADGE} = c + d = 9 + 12 = 21$, 最后根据

$S_{EFHG} = S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ADGE} - S_{\triangle DHF}$ 即可解答.

【详解】 解: 如图: 连接 AH , 设 $S_{\triangle CFH} = a$, $S_{\triangle ADH} = b$,



E 、 F 分别是边 AC 上的三等分点， $\triangle ABC$ 的面积为 90，

$$\therefore AE = EF = CF = \frac{1}{3} AC, \quad S_{\triangle ABF} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = 60, \quad S_{\triangle ACH} = 3a, \quad S_{\triangle AFH} = S_{\triangle ACH} - S_{\triangle CFH} = 2a$$

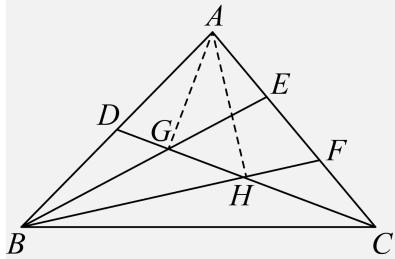
$\because D$ 是边 AB 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 45, \quad S_{\triangle AHD} = S_{\triangle BHD} = b$$

$$\because S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ACH} + S_{\triangle ADH} = 45, \text{ 即 } 3a + b = 45, \quad S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ABH} + S_{\triangle AFH}, \text{ 即 } 2b + 2a = 60$$

$$\therefore \begin{cases} 3a + b = 45 \\ 2b + 2a = 60 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = \frac{15}{2} \\ b = \frac{45}{2} \end{cases}, \text{ 即 } S_{\triangle CFH} = \frac{15}{2};$$

如图：连接 AG ，设 $S_{\triangle ADG} = c$ ， $S_{\triangle AEG} = d$ ，



$$\therefore S_{\triangle ABG} = 2c, \quad S_{\triangle AGC} = 3d$$

$$\because S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADG} + S_{\triangle AGC}, \text{ 即 } c + 3d = 45, \quad S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABG} + S_{\triangle AEG}, \text{ 即 } 2c + d = 30$$

$$\therefore \begin{cases} c + 3d = 45 \\ 2c + d = 30 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} c = 9 \\ d = 12 \end{cases};$$

$$\therefore S_{\triangle ADGE} = c + d = 9 + 12 = 21,$$

$$S_{\triangle EFHG} = S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ADGE} - S_{\triangle DHF} = 45 - 21 - \frac{15}{2} = \frac{33}{2}.$$

故答案为 $\frac{33}{2}$.

【点睛】本题主要考查了三角形中线、三角形的等分点、解二元一次方程组等知识点，通过做辅助线、明确各三角形之间的面积关系是解答本题的关键。

三、解答题

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1>1 \\ 1+2x<7 \end{cases}$$

【答案】 $2 < x < 3$

【知识点】 求不等式组的解集

【分析】 分别解每个不等式，再求出公共解集即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x-1>1 \text{ ①} \\ 1+2x<7 \text{ ②} \end{cases},$$

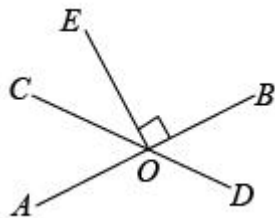
由①得: $x > 2$,

由②得: $x < 3$,

$\therefore$ 该不等式组的解集为 $2 < x < 3$.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式组，解题关键是掌握解不等式的方法以及求公共解集的方法，口诀为：“同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小无处找”.

20. 如图，直线 AB , CD 相交于点 O , $EO \perp AB$, 垂足为 O , $\angle EOC = 35^\circ$. 求 $\angle BOD$ 的度数.



【答案】 55°

【知识点】 几何图形中角度计算问题、垂线的定义理解、对顶角相等

【分析】 先根据垂线的定义求出 $\angle AOE = 90^\circ$, 则 $\angle AOC = \angle AOE - \angle EOC = 55^\circ$, 再根据对顶角相等即可得到 $\angle BOD = \angle AOC = 55^\circ$.

【详解】 解: $\because EO \perp AB$,

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ,$$

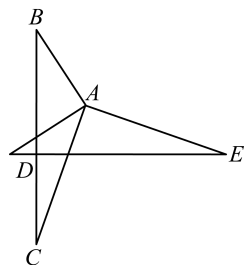
$$\because \angle EOC = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOE - \angle EOC = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle AOC = 55^\circ.$$

【点睛】本题主要考查了垂线的定义，几何中角度的计算，对顶角相等，熟知垂线的定义和对顶角相等是解题的关键.

21. 如图，已知 $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $AB \perp AD$ ， $AC \perp AE$ ，求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADE$



【答案】见解析

【知识点】用 SAS 证明三角形全等 (SAS)

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定，先由垂线的定义得到 $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ，则可证明 $\angle BAC = \angle DAE$ ，再利用 SAS 即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ 。

【详解】证明： $\because AB \perp AD$ ， $AC \perp AE$ ，

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ,$$

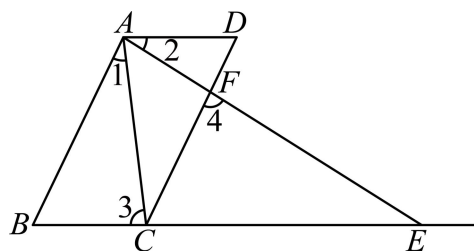
$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\text{又} \because AB = AD, AC = AE,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE (\text{SAS}).$$

22. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，试证明 $AD \parallel BE$



【答案】见解析

【知识点】根据平行线判定与性质证明

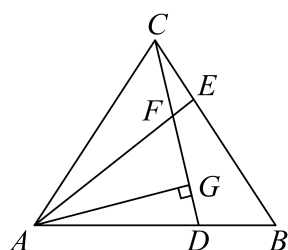
【分析】本题考查了平行线的性质和判定的应用，根据平行线的性质求出 $\angle 4 = \angle BAF = \angle 3$ ，求出 $\angle DAC = \angle BAF$ ，推出 $\angle 3 = \angle CAD$ ，根据平行线的判定推出即可。

【详解】证明： $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle BAE = \angle 4,$$

$\because \angle 1 = \angle 2,$
 $\therefore \angle 1 + \angle CAE = \angle 2 + \angle CAE,$ 即 $\angle BAE = \angle DAC,$
 $\therefore \angle DAC = \angle 4,$
 $\because \angle 3 = \angle 4,$
 $\therefore \angle DAC = \angle 3,$
 $\therefore AD \parallel BE.$

23. 如图, 等边三角形 ABC 中, D 、 E 分别为 AB 、 BC 边上的两动点, AE 与 CD 交于点 F , $AG \perp CD$ 于点 G , 若 $AD = BE$, 求 $\angle FAG$ 的大小.



【答案】 30°

【知识点】 三角形的外角的定义及性质、三角形内角和定理的应用、全等的性质和 SAS 综合 (SAS)、等边三角形的性质

【分析】 证明 $\triangle CAD \cong \triangle ABE$ (SAS), 则 $\angle ACD = \angle BAE$,

$\angle ACD + \angle CAF = \angle BAE + \angle CAF = 60^\circ$, $\angle AFG = \angle ACD + \angle CAF = 60^\circ$, 根据 $\angle FAG = 180^\circ - \angle AGF - \angle AFG$, 计算求解即可.

【详解】 解: $\because$ 等边三角形 ABC ,

$\therefore AC = BA$, $\angle ABC = \angle ACB = \angle CAB = 60^\circ$,

$\because AC = BA$, $\angle CAD = \angle ABE$, $AD = BE$,

$\therefore \triangle CAD \cong \triangle ABE$ (SAS),

$\therefore \angle ACD = \angle BAE$,

$\therefore \angle ACD + \angle CAF = \angle BAE + \angle CAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle AFG = \angle ACD + \angle CAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle FAG = 180^\circ - \angle AGF - \angle AFG = 30^\circ$,

$\therefore \angle FAG$ 的大小为 30° .

【点睛】 本题考查了等边三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 三角形外角的性质, 三

角形内角和定理. 熟练掌握等边三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 三角形外角的性质, 三角形内角和定理是解题的关键.

24. 求不等式 $\frac{5}{12} - \frac{x-1}{3} \leq \frac{x}{6}$ 的最小整数解.

【答案】2

【知识点】求一元一次不等式的整数解

【分析】本题考查了一元一次不等式组的整数解, 熟练掌握不等式的解法是解本题的关键. 先去分母、去括号, 然后移项合并, 最后系数化为1, 可得解集, 进而确定出最小整数解即可.

【详解】解: $\frac{5}{12} - \frac{x-1}{3} \leq \frac{x}{6}$,

去分母得: $5 - 4(x-1) \leq 2x$,

去括号得: $5 - 4x + 4 \leq 2x$,

移项合并得: $-6x \leq -9$,

系数化为1得: $x \geq \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 不等式的最小整数解为2.

25. 如图1, 数学课上老师将一副三角板按图中所示位置摆放, 点 F 在直线 AC 上, 且 $ED \parallel AC$, DF 与 AB 相交于点 G , 其中 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle EFD = 90^\circ$, $\angle DEF = \angle EDF = 45^\circ$.

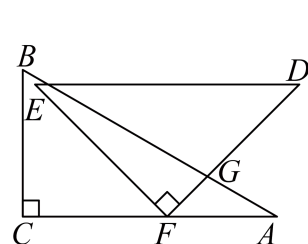


图1

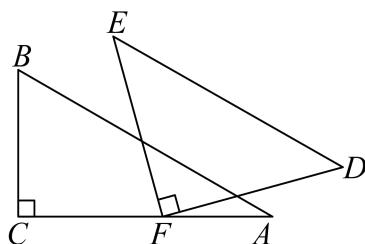
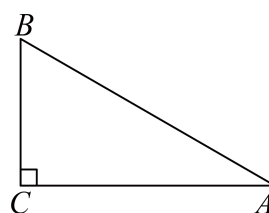


图2



备用图

(1) 求此时 $\angle DGA$ 的度数;

(2) 如图2, 若三角板 DEF 绕点 F 按顺时针方向旋转, 当 $ED \parallel AB$ 时, 求此时 $\angle DFA$ 的度数;

(3) 在 (2) 的前提下, 三角板 DEF 绕 F 点按逆时针方向以每秒 5° 的速度旋转, 设旋转的时间为 t ($0 < t < 72$) 秒, 当三角板 DEF 第一次回到图2的位置时, 在这个旋转过程中, 是否还存在三角板 DEF 的某一条边与 AB 平行的情况? 若存在, 请求出所有满足题意的 t 值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) 75°

(2) 15°

(3) 9秒或27秒或36秒或45秒或63

【知识点】三角板中角度计算问题、根据平行线的性质求角的度数

【分析】本题考查了平行线的性质、一元一次方程的应用，全面分类、熟练掌握平行线的性质是解此题的关键.

(1) 过 G 作 $GH \parallel AC$ ，由平行线的性质得出 $\angle DGH = \angle EDF = 45^\circ$ ， $\angle AGH = \angle BAC = 30^\circ$ ，再由 $\angle DGA = \angle DGH + \angle AGH$ 计算即可得出答案；

(2) 过 F 作 $FH \parallel AB$ ，由平行线的性质得出 $\angle DFH = \angle EDF = 45^\circ$ ， $\angle AFH = \angle BAC = 30^\circ$ ，再由 $\angle DFA = \angle DFH - \angle AFH$ 计算即可得出答案；

(3) 分五种情况，分别画出图形，利用平行线的性质建立方程，解方程即可得出答案.

【详解】(1) 解：如图 1，过 G 作 $GH \parallel AC$.

$\therefore ED \parallel AC$ ， $GH \parallel AC$ ，

$\therefore ED \parallel GH \parallel AC$.

$\therefore \angle DGH = \angle EDF = 45^\circ$ ， $\angle AGH = \angle BAC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle DGA = \angle DGH + \angle AGH = 75^\circ$.

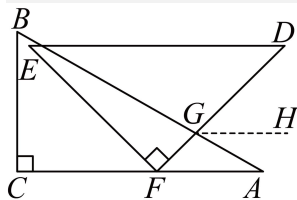


图1

(2) 解：如图 2，过 F 作 $FH \parallel AB$.

$\because ED \parallel AB$ ， $FH \parallel AB$ ，

$\therefore ED \parallel AB \parallel FH$.

$\therefore \angle DFH = \angle EDF = 45^\circ$ ， $\angle AFH = \angle BAC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle DFA = \angle DFH - \angle AFH = 15^\circ$.

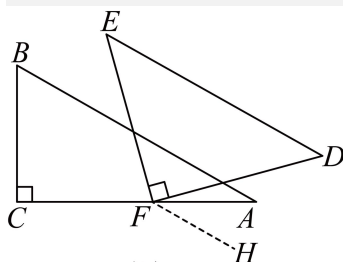


图2

(3) 解: 如图 3, 当 $EF \parallel AB$ 时,

$$\because EF \parallel AB, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EFA = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = \angle EFA - \angle EFD = 60^\circ.$$

$$\therefore 5t + 15 = 60,$$

解得: $t = 9$.

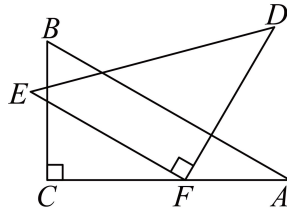


图3

如图 4, 当 $DF \parallel AB$ 时,

$$\because DF \parallel AB, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = 150^\circ.$$

$$\therefore 5t + 15 = 150,$$

解得: $t = 27$.

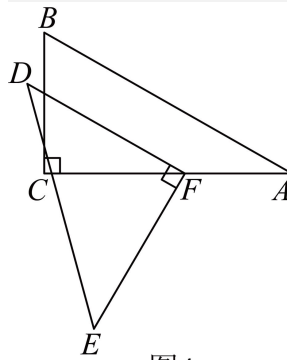


图4

如图 5, 当 $DE \parallel AB$ 时, 过 F 作 $FG \parallel AB$.

$$\because DE \parallel AB, FG \parallel AB,$$

$$\therefore DE \parallel FG \parallel AB.$$

$$\therefore \angle AFG = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ, \angle GFD = \angle EDF = 45^\circ.$$

$$\therefore 5t = 150 + 45 - 15,$$

解得: $t = 36$.

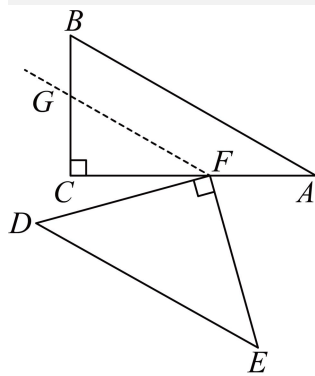


图5

如图 6, 当 $EF \parallel AB$ 时,

$$\because EF \parallel AB, \quad \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EFA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore 5t + 15 = 360 - 120,$$

解得: $t = 45$.

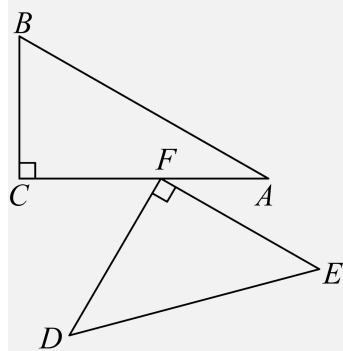


图6

如图 7, 当 $DF \parallel AB$ 时,

$$\because DF \parallel AB, \quad \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = 150^\circ.$$

$$\therefore 5t + 15 = 360 - 30,$$

解得: $t = 63$.

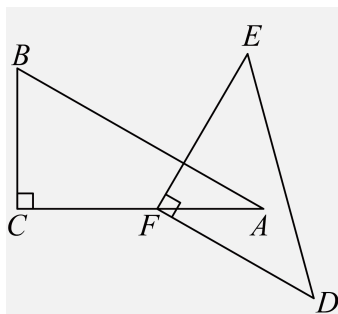


图7

综上, t 值为 9 秒或 27 秒或 36 秒或 45 秒或 63 秒时, 存在三角板的某一条边与 AB 平行的情况.

26. 阅读下面内容, 并解决问题

在学习了平行线的性质后, 老师请同学们证明命题: 两条平行线被第三条直线所截, 一组同旁内角的平分线互相垂直.

小颖根据命题画出图形并写出如下的已知条件.

已知: 如图 1, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F . $\angle BEF$ 的角平分线 EG 与 $\angle DFE$ 的角平分线 FG 交于点 G .

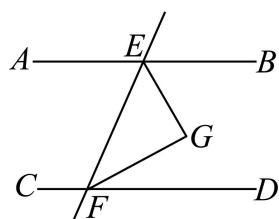


图1

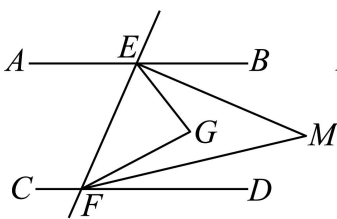


图2

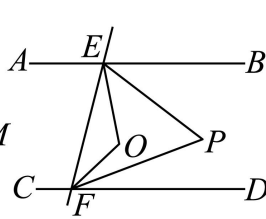


图3

- (1) 直线 EG , FG 有何位置关系? 请补充结论: 求证: “_____”, 并写出证明过程;
- (2) 在图 1 的基础上, 分别作 $\angle BEG$ 的角平分线 EM 与 $\angle DFG$ 的角平分线 FM 交于点 M , 得到图 2, 求 $\angle EMF$ 的度数.
- (3) 如图 3, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F 点 O 在直线 AB , CD 之间, 且在直线 EF 右侧, $\angle BEO$ 的角平分线 EP 与 $\angle DFO$ 的角平分线 FP 交于点 P , 请直接写出 $\angle EOF$ 与 $\angle EPF$ 满足的数量关系, 不需证明.

【答案】(1) $EG \perp FC$, 证明见解析

(2) 45°

(3) $\angle EOF = 2\angle EPF$

【知识点】角平分线的有关计算、两直线平行同旁内角互补、三角形内角和定理的应用

【分析】(1) 证明 $\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$, 结合角平分线的定义可得

$\angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle DFE) = 90^\circ$ ，再结合三角形的内角和定理可得结论；

(2) 由 (1) 得： $\angle GEF + \angle GFE = 90^\circ$ ，可得 $\angle BEG + \angle DFG = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，结合角平分线的定义可得 $\angle MEG + \angle MFG = \frac{1}{2}(\angle BEG + \angle DFG) = 45^\circ$ ，可得

$\angle MEF + \angle MFE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，再利用三角形的内角和定理可得答案；

(3) 由 $\angle EOF = 180^\circ - (\angle OEF + \angle OFE)$ ， $\angle OEF + \angle OFE = 180^\circ - (\angle BEO + \angle DFO)$ ，可得 $\angle EOF = \angle BEO + \angle DFO$ ，同理可得： $\angle EPF = \angle BEP + \angle DFP$ ，结合角平分线的定义可得 $\angle BEO = 2\angle BEP$ ， $\angle DFO = 2\angle DFP$ ，从而可得结论。

【详解】(1) 解：结论： $EG \perp FC$ ；

理由：如图 1 中， $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle BEF + \angle DFE = 180^\circ，$$

$\because EG$ 平分 $\angle BEF$ ， FG 平分 $\angle DFE$ ，

$$\therefore \angle GEF = \frac{1}{2}\angle BEF，\angle GFE = \frac{1}{2}\angle DFE，$$

$$\therefore \angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2}\angle BEF + \frac{1}{2}\angle DFE = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle DFE) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ，$$

在 $\triangle EFG$ 中， $\angle GEF + \angle GFE + \angle G = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle G = 180^\circ - (\angle GEF + \angle GFE) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ，$$

$$\therefore EG \perp FG。$$

(2) 如图 2 中，由 (1) 得： $\angle GEF + \angle GFE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BEG + \angle DFG = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ，$$

$\because EM$ 平分 $\angle BEG$ ， MF 平分 $\angle DFG$ ，

$$\therefore \angle MEG + \angle MFG = \frac{1}{2}(\angle BEG + \angle DFG) = 45^\circ，$$

$$\therefore \angle MEF + \angle MFE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ，$$

$$\therefore \angle EMF = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ，$$

(3) 结论： $\angle EOF = 2\angle EPF$ 。

如图 3 中， $\because \angle EOF = 180^\circ - (\angle OEF + \angle OFE)$ ， $\angle OEF + \angle OFE = 180^\circ - (\angle BEO + \angle DFO)$ ，

$$\therefore \angle EOF = \angle BEO + \angle DFO，$$

同理可得： $\angle EPF = \angle BEP + \angle DFP$ ，

$\because PE$ 平分 $\angle BEO$ ， PF 平分 $\angle DFO$ ，

$$\therefore \angle BEO = 2\angle BEP, \quad \angle DFO = 2\angle DFP,$$

$$\therefore \angle EOF = 2\angle BEP + 2\angle DFP = 2\angle EPF.$$

【点睛】本题考查的是垂直的定义，平行线的性质，三角形的内角和定理的应用，熟练的利用三角形的内角和定理进行证明是解本题的关键.