

沪教版七年级数学上学期期末复习试卷 02

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 国产人工智能模型 DeepSeek、豆包等横空出世, 迅速吸引了大众的眼球. 以下四款人工智能的图标中, 其图案是轴对称图形的是 ()



【答案】B

【分析】本题考查了轴对称图形“如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合, 那么这个图形叫做轴对称图形”, 熟记轴对称图形的定义是解题关键. 根据轴对称图形的定义逐项判断即可得.

【详解】解: A、不是轴对称图形, 则此项不符合题意;

B、是轴对称图形, 则此项符合题意;

C、不是轴对称图形, 则此项不符合题意;

D、不是轴对称图形, 则此项不符合题意;

故选: B.

2. 若 $a \neq b$, 则下列分式化简正确的是 ()

A. $\frac{a+2}{b+2} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a-2}{b-2} = \frac{a}{b}$

C. $\frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$

D. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$

【答案】C

【分析】由 $a \neq b$, 令 $a=3$, $b=4$ 再逐一通过计算判断各选项, 从而可得答案.

【详解】解: 当 $a=3$, $b=4$ 时,

$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, $\frac{a+2}{b+2} = \frac{5}{6}$, 故 A 不符合题意;

$\frac{a-2}{b-2} = \frac{1}{2}$, 故 B 不符合题意;

而 $\frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$, 故 C 符合题意;

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{16} \text{. 故 D 不符合题意}$$

故选：C.

【点睛】本题考查的是利用特值法判断分式的变形，同时考查分式的基本性质，掌握“利用特值法解决选择题或填空题”是解本题的关键.

3. 若 $M = 2x^2 + x$, $N = x^2 - 3x - 2$, 则 M 与 N 的大小关系为 ()

- A. $M > N$ B. $M = N$ C. $M < N$ D. 无法确定

【答案】D

【分析】本题考查了作差法比较大小,完全平方公式的应用,熟练掌握整式的加减运算法则以及作差法是解本题的关键.

计算 $M - N$ 的值, 进而求解即可.

【详解】解: $\because M = 2x^2 + x$, $N = x^2 - 3x - 2$,

$$\therefore M - N = 2x^2 + x - (x^2 - 3x - 2)$$

$$= 2x^2 + x - x^2 + 3x + 2$$

$$= x^2 + 4x + 2$$

$$= (x + 2)^2 - 2$$

$$\because (x + 2)^2 \geq 0$$

$$\therefore (x + 2)^2 - 2 \geq -2$$

$\therefore (x + 2)^2 - 2$ 可以是正数, 也可以是负数

$\therefore M$ 与 N 的大小关系无法确定.

故选：D.

4. 若 m, n 是正整数, 且满足 $\underset{27\text{个 } 3^m \text{ 相加}}{\underbrace{3^m + 3^m + \cdots + 3^m}} = \underset{27\text{个 } 3^n \text{ 相乘}}{\underbrace{3^n \times 3^n \times \cdots \times 3^n}}$, 则 m 与 n 的关系正确的是 ()

- A. $m + 3 = 27n$ B. $3m = 27n$ C. $m + 3 = n^{27}$ D. $3m = 27 + n$

【答案】A

【分析】本题考查了合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方运算,熟练掌握各运算法则是解题关键. 根据已知等式可得 $27 \times 3^m = 3^{27n}$, 由此即可得.

【详解】解: $\because \underset{27\text{个 } 3^m \text{ 相加}}{\underbrace{3^m + 3^m + \cdots + 3^m}} = \underset{27\text{个 } 3^n \text{ 相乘}}{\underbrace{3^n \times 3^n \times \cdots \times 3^n}}$,

$$\therefore 27 \times 3^m = 3^{27n},$$

$$\therefore 3^3 \times 3^m = 3^{27n},$$

$$\therefore 3^{m+3} = 3^{27n},$$

$$\therefore m+3=27n.$$

故选：A.

5. 下列等式从左到右的变形，属于因式分解的是（ ）

A. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

B. $x^2 - 4 = (x-4)^2$

C. $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$

D. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$

【答案】A

【分析】本题考查因式分解的定义，即把一个多项式化为几个整式的积的形式．根据定义，逐一判断各选项即可．

【详解】解： $\because$ 因式分解是将多项式化为整式的积的形式，

A. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ ，右边是积的形式，且等式成立，故该选项正确；

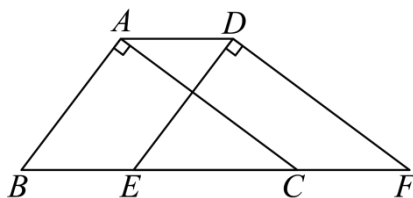
B. $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16 \neq x^2 - 4$ ，等式不成立，且正确因式分解应为 $(x-2)(x+2)$ ，故该选项错误；

C. $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$ ，是从积到多项式，是整式乘法，不是因式分解，故该选项错误；

D. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$ ，右边不是积的形式，不是因式分解，故该选项错误．

故选：A.

6. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$. 将三角形 ABC 沿直线 BC 向右平移 2 个单位长度得到三角形 DEF ，连接 AD ．给出下列结论：① $AC \parallel DF$ ， $AC = DF$ ；② $ED \perp AC$ ；③ 四边形 $ABFD$ 的周长是 16；④ $AD:EC = 2:3$ ．其中正确结论的个数是（ ）



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】A

【分析】此题考查了平移的性质，先求解 $BC = 5$ ，再根据平移的性质得到相关结论，逐项判断即可．

【详解】解： $\because \angle BAC = 90^\circ, AB = 3, AC = 4$ ，

将三角形 ABC 沿直线 BC 向右平移 2 个单位得到三角形 DEF ，

$\therefore AD = BE = CF = 2$, $AC \parallel DF, AB \parallel DE$, $AB = DE = 3, AC = DF = 4, BC = EF = 5$, $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$,

$\therefore BF = 5 + 2 = 7, EC = 5 - 2 = 3$, $DE \perp DF$,

$\therefore DE \perp AC$, 故①和②正确;

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 的周长 $= AB + AD + DF + BF$,

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 的周长 $= 3 + 4 + 2 + 7 = 16$, 故③正确;

$\therefore AD = 2, EC = 3$,

$\therefore AD : EC = 2 : 3$, 故④正确,

故选: A.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

7. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x-3}{2x+1}$ 有意义.

【答案】 $\neq -\frac{1}{2}$

【分析】 分式有意义时, 分母不等于零, 求解即可.

【详解】 解: 根据题意, 得 $2x+1 \neq 0$.

解得 $x \neq -\frac{1}{2}$.

故答案是: $\neq -\frac{1}{2}$

【点睛】 此题考查了分式有意义的条件, 熟练掌握分式有意义的条件是解题的关键.

8. 分解因式: $ax^2 + 2a^2x + a^3 =$ _____.

【答案】 $a(x+a)^2$

【分析】 先提公因式 a , 再利用完全平方公式分解即可.

【详解】 解: $ax^2 + 2a^2x + a^3$

$= a(x^2 + 2ax + a^2)$

$= a(x+a)^2$.

故答案为 $a(x+a)^2$.

【点睛】 本题考查了提公因式法和公式法分解因式.

9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x}{x-1} - 3 = \frac{m}{1-x}$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是 _____.

【答案】 $m > -3$ 且 $m \neq -2$

【分析】 先利用 m 表示出 x 的值, 再由 x 为正数求出 m 的取值范围即可.

【详解】 解: 方程两边同时乘以 $x-1$ 得, $2x - 3(x-1) = -m$,

解得 $x = m + 3$,

$\because x$ 为正数,

$\therefore m + 3 > 0$, 解得 $m > -3$.

$\because x \neq 1$,

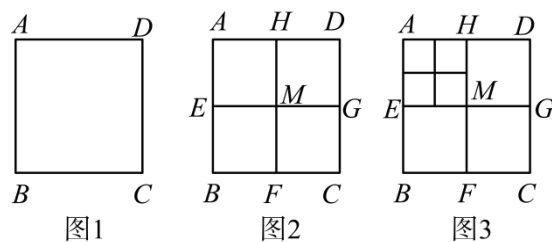
$\therefore m + 3 \neq 1$, 即 $m \neq -2$.

$\therefore m$ 的取值范围是 $m > -3$ 且 $m \neq -2$.

故答案为: $m > -3$ 且 $m \neq -2$.

【点睛】 本题考查的是分式方程的解, 熟知求出使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值, 这个值叫方程的解是解答此题的关键.

10. 将正方形 $ABCD$ (如图 1) 作如下划分, 第 1 次划分: 分别连接正方形 $ABCD$ 对边的中点得线段 HF 和 EG , 它们交于点 M , 此时图 2 中共有 5 个正方形; 第 2 次划分: 将图 2 左上角正方形 $AEMH$ 再划分, 得图 3, 则图 3 中共有 9 个正方形.



- (1) 若把左上角的正方形依次划分下去, 则第 5 次划分后, 图中共有 _____ 个正方形;
- (2) 继续划分下去, 第 n 次划分后图中共有 _____ 个正方形.

【答案】 21 $(1+4n)$

【分析】 本题主要考查了图形类的规律探索, 正确理解题意是解题的关键.

- (1) 观察可知, 每划分一次后, 就比原来增加 4 个正方形, 据此规律求解即可;
- (2) 根据 (1) 即可得到答案.

【详解】 解: (1) 第 1 次划分后, 图中共有 $1+1 \times 4 = 5$ 个正方形,

第 2 次划分后, 图中共有 $1+2 \times 4 = 9$ 个正方形,

第 3 次划分后, 图中共有 $1+3 \times 4 = 13$ 个正方形,

.....,

以此类推, 可知, 第 n 次划分后, 图中共有 $(1+4n)$ 个正方形,

$\therefore$ 第 5 次划分后, 图中共有 $1+5 \times 4 = 21$ 个正方形,

故答案为: 21;

(2) 由 (1) 可知, 第 n 次划分后, 图中有 $(1+4n)$ 个正方形,

故答案为: $(1+4n)$.

11. 已知多项式 $-2x^3y^2+6xy^3-7-5xy$, 按照 y 的降幂排列为_____.

【答案】 $6xy^3-2x^3y^2-5xy-7$

【分析】 本题考查了多项式的降幂排列, 解题的关键是确定多项式各项中字母 y 的次数.

确定多项式各项中 y 的次数, 再按 y 的次数从高到低排列各项.

【详解】 解: 原多项式为 $-2x^3y^2+6xy^3-7-5xy$, 分别确定各项中 y 的次数

$6xy^3$ 中 y 的次数是 3; $-2x^3y^2$ 中 y 的次数是 2; $-5xy$ 中 y 的次数是 1; -7 中 y 的次数是 0,

按 y 的降幂排列 (次数从高到低), 得到 $6xy^3-2x^3y^2-5xy-7$,

故答案为: $6xy^3-2x^3y^2-5xy-7$.

12. $(m-4)xy^{|m|+1}$ 是关于 x, y 的六次单项式, 则 m 的值是_____.

【答案】 -4

【分析】 本题考查了单项式次数的定义, 理解单项式次数的定义是解题的关键. 根据单项式中所有字母指数的和是单项式的次数回答即可.

【详解】 解: $\because (m-4)xy^{|m|+1}$ 是关于 x, y 的六次单项式,

$$\therefore 1+|m|+1=6,$$

解得 $m=\pm 4$,

当 $m=4$ 时, 系数 $m-4=0$,

$$\therefore m=-4,$$

故答案为: -4 .

13. 计算 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2023} \times (-2)^{2024} =$ _____.

【答案】 -2

【分析】 本题主要考查积的乘方的逆用, 同指数幂的乘法, 解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

利用积的乘方的逆用以及同指数幂的乘法法则, 进行运算即可.

【详解】解：原式 $= \left(-\frac{1}{2}\right)^{2023} \times (-2)^{2024}$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{2023} \times (-2)^{2023} \times (-2)^1$$

$$= \left[-\frac{1}{2} \times (-2)\right]^{2023} \times (-2)$$

$$= 1^{2023} \times (-2)$$

$$= 1 \times (-2)$$

$$= -2,$$

故答案为：-2.

14. 多项式 $2x^3 - 18x$ 分解因式的结果是_____.

【答案】 $2x(x+3)(x-3)$

【分析】 本题考查“提公因式法和公式法的因式分解综合”，熟悉因式分解的方法是解题关键.
先提取公因式 $2x$ ，再对余下的部分应用平方差公式进行因式分解即可.

【详解】 原式 $= 2x(x^2 - 9) = 2x(x+3)(x-3)$,

故答案为： $2x(x+3)(x-3)$.

15. 化简 $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$ 的结果是_____.

【答案】 $a+b$

【分析】 本题主要考查了分式的化简，解题的关键是掌握分式的加减法则.
将原式通分后合并，并利用平方差公式和提取公因式进行化简.

【详解】 解：

$$\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a} \div \frac{a-b}{a}$$

$$= a+b$$

16. A, B 为常数，如果 $\frac{A}{x-1} - \frac{B}{2-x} = \frac{2x-6}{(x-1)(x-2)}$ ，则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $B = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 4 -2

【分析】 本题考查分式的通分与恒等式的系数匹配，解题的关键是通过通分将左边化为同分母分式，再比较分子系数建立方程组求解。

先对左边分式通分，将其化为与右边同分母的形式，再通过分子多项式的系数对应关系，列方程组求出 A, B 的值。

【详解】 解：对左边通分： $\frac{A}{x-1} - \frac{B}{2-x} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2) + B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$ ，

因为左边等于右边 $\frac{2x-6}{(x-1)(x-2)}$ ，所以分子需相等，

$$A(x-2) + B(x-1) = 2x-6,$$

展开左边： $Ax - 2A + Bx - B = (A+B)x - (2A+B)$ ，

比较等式两边 x 的系数和常数项，得方程组：

$$\begin{cases} A+B=2 \\ 2A+B=6 \end{cases},$$

解得： $A=4, B=-2$ 。

故答案为： 4; -2。

17. 已知 $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 \div \left(\frac{x}{y^3}\right)^2 = 3$ ，则 x^8y^4 的值为_____。

【答案】 9

【分析】 该题考查了分式的混合运算，代数式求值，首先利用分式乘方和乘除法法则简化已知方程，得到 $x^4y^2 = 3$ ，然后通过平方运算求 x^8y^4 的值。

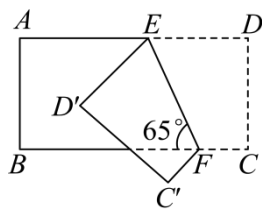
【详解】 解： $\because \left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 \div \left(\frac{x}{y^3}\right)^2 = 3, \frac{x^6}{y^4} \div \frac{x^2}{y^6} = \frac{x^6}{y^4} \times \frac{y^6}{x^2} = x^4y^2,$

$$\therefore x^4y^2 = 3,$$

$$\therefore x^8y^4 = (x^4y^2)^2 = 3^2 = 9.$$

故答案为： 9。

18. 如图，把长方形 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 D, C 分别落在 D', C' 的位置，若 $\angle BFE = 65^\circ$ ，则 $\angle C'FB$ 的度数为_____。



【答案】 50° /50 度

【分析】 本题考查了轴对称的性质，掌握利用轴对称的性质的性质求解角度的大小是解题的关键.

首先求出 $\angle CFE = 180^\circ - \angle BFE = 115^\circ$ ，根据折叠的性质的性质，可以求得 $\angle CFE = \angle C'FE = 115^\circ$ ，从而可以得到 $\angle C'FB$ 的度数.

【详解】 解： $\because \angle BFE = 65^\circ$ ， $\angle CFB = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle CFE = 180^\circ - \angle BFE = 115^\circ$$

由折叠得， $\angle CFE = \angle C'FE = 115^\circ$ ，

$$\therefore \angle C'FB = \angle C'FE - \angle BFE = 115^\circ - 65^\circ = 50^\circ$$

故答案为： 50° .

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 52 分)

19. 计算：

$$(1) 2^{-2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (\pi - 2)^0 - (-1)^{2203};$$

$$(2) (x+y)^2 - (x-y)(x+y) - 2xy .$$

【答案】 (1)2

$$(2) 2y^2$$

【分析】 (1) 根据负整数指数幂，零指数幂以及有理数的乘方的计算方法进行计算即可；

(2) 利用完全平方公式、平方差公式进行计算即可.

【详解】 (1) 解： 原式 $= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 1 + 1$

$$= 2;$$

(2) 解： 原式 $= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + y^2 - 2xy$

$$= 2y^2 .$$

【点睛】 本题考查实数的混合运算，整式的混合运算，掌握负整数指数幂，零指数幂，有理数的乘方的计算方法以及完全平方公式、平方差公式的结构特征是正确解答的前提.

20. 先化简再求值: $\frac{x+2}{x^2-1} \div \left(x-1-\frac{3}{x+1}\right)$, 已知 $x^2-3x-4=0$.

【答案】 $\frac{1}{x^2-3x+2}, \frac{1}{6}$

【分析】 本题主要考查了分式的化简求值. 先计算括号内的, 再计算除法, 然后把 $x-3x=4$ 代入化简后的结果, 即可.

【详解】 解: $\frac{x+2}{x^2-1} \div \left(x-1-\frac{3}{x+1}\right)$
 $= \frac{x+2}{x^2-1} \div \frac{x^2-1-3}{x+1}$
 $= \frac{x+2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-4}$
 $= \frac{x+2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{(x-2)(x+2)}$
 $= \frac{1}{(x-1)(x-2)}$
 $= \frac{1}{x^2-3x+2}$

$\because x^2-3x-4=0,$

$\therefore x-3x=4,$

$\therefore \text{原式} = \frac{1}{4+2} = \frac{1}{6}.$

21. 因式分解: $4(x^2+y^2)^2-16x^2y^2$.

【答案】 $4(x+y)^2(x-y)^2$

【分析】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解. 先提取公因式 4, 再利用平方差公式进行分解, 然后利用完全平方公式继续分解即可得答案.

【详解】 解: $4(x^2+y^2)^2-16x^2y^2$
 $= 4\left[(x^2+y^2)^2-(2xy)^2\right]$
 $= 4(x^2+y^2+2xy)(x^2+y^2-2xy)$
 $= 4(x+y)^2(x-y)^2.$

22. 解分式方程: $\frac{x+1}{4(x-1)} = \frac{2}{3x-3} - 1$.

【答案】

$x = \frac{17}{15}$

【分析】 本题主要考查解分式方程，掌握将分式方程转换为一元一次方程求解的方法是关键.

根据题意，先去分母，转换为一元一次方程，再根据解一元一次方程的方法计算，检验根是否符合题意即可.

【详解】解： $\frac{x+1}{4(x-1)} = \frac{2}{3x-3} - 1$,

整理得， $\frac{x+1}{4(x-1)} = \frac{2}{3(x-1)} - 1$,

等式两边同时乘以 $12(x-1)$ 得， $3(x+1) = 4 \times 2 - 12(x-1)$,

去括号得， $3x+3 = 8-12x+12$,

移项、合并同类项得， $15x = 17$,

系数化为 1 得， $x = \frac{17}{15}$,

检验，当 $x = \frac{17}{15}$ 时，原分式方程有意义，

$\therefore$ 原分式方程的解为 $x = \frac{17}{15}$.

23. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2-2a+1}{a+1}$ ，其中 $a = -\frac{1}{2}$

【答案】 $\frac{1}{a-1}$ ， $-\frac{2}{3}$

【分析】 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握分式混合运算的运算顺序和运算法则是解题关键.

原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 a 的值代入计算即可求出值.

【详解】解： $\left(1 - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2-2a+1}{a+1}$

$= \left(\frac{a+1}{a+1} - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{(a-1)^2}{a+1}$

$= \frac{a-1}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-1)^2}$

$= \frac{1}{a-1}$,

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时，原式 $= -\frac{2}{3}$

24. 为了美化环境，建设生态南岸，某社区需要对 8400 平方米的区域进行绿化改造，计划由甲、乙两个绿化工程队合作完成，已知甲队每天能完成的绿化改造面积比乙队多 100 平方米，甲队单独完成全部任务所

需时间是乙队的 $\frac{2}{3}$.

(1)甲、乙两队每天分别能完成多少平方米的绿化改造面积?

(2)已知甲队每天施工费用为 2400 元,乙队每天施工费用为 1800 元,若先由甲队施工若干天后,再由甲、乙两个施工队合作完成,恰好 20 天完成绿化改造,求完成这项绿化改造任务总共需要施工费用多少元?

【答案】(1)甲工程队每天能完成 300 平方米的绿化改造面积,乙工程队每天能完成 200 平方米的绿化改造面积;

(2)69600 元.

【分析】(1) 设乙工程队每天能完成 x 平方米的绿化改造面积,则甲工程队每天能完成 $(x+100)$ 平方米的绿化改造面积,根据甲队单独完成全部任务所需时间是乙队的 $\frac{2}{3}$,即可得出关于 x 的分式方程,解之即可得出结论;

(2) 设甲工程队先做了 x 天,则甲乙合作了 $(20-x)$ 天,根据先由甲队施工若干天后,再由甲、乙两个施工队合作完成,恰好 20 天完成绿化改造完成列一元一次方程求得甲单独做的天数,从而即可得解.

【详解】(1) 解: 设乙工程队每天能完成 x 平方米的绿化改造面积,则甲工程队每天能完成 $(x+100)$ 平方米的绿化改造面积,

$$\text{依题意得: } \frac{8400}{x+100} = \frac{8400}{x} \times \frac{2}{3},$$

$$\text{解得: } x = 200,$$

经检验, $x = 200$ 是原方程的解,

$$\therefore \text{原方程的解为 } x = 200,$$

$$\therefore x + 100 = 300.$$

答: 甲工程队每天能完成 300 平方米的绿化改造面积,乙工程队每天能完成 200 平方米的绿化改造面积;

(2) 解: 设甲工程队先做了 x 天,则甲乙合作了 $(20-x)$ 天,则:

$$300x + (20-x)(300+200) = 8400,$$

$$\text{解得 } x = 8,$$

$$\therefore \text{完成这项绿化改造任务总共需要施工费用为 } 2400 \times 8 + (2400 + 1800) \times (20 - 8) = 69600 \text{ (元)}.$$

【点睛】 本题考查了一元一次方程以及分式方程的应用,解题的关键是: 准等量关系,正确列出一元一次方程和分式方程.

25. 阅读: 如果两个分式 A 与 B 的和为常数 k , 且 k 为正整数, 则称 A 与 B 互为“关联分式”, 常数 k 称为“关

联值”。如分式 $A = \frac{x}{x-1}$, $B = \frac{-1}{x-1}$, $A+B = \frac{x-1}{x-1} = 1$, 则 A 与 B 互为“关联分式”, “关联值” $k=1$.

(1) 若分式 $A = \frac{x-4}{x-3}$, $B = \frac{x-2}{x-3}$, 判断 A 与 B 是否互为“关联分式”, 若不是, 请说明理由; 若是, 请求出“关联值” k ;

(2) 已知分式 $C = \frac{2x-1}{x-3}$, $D = \frac{M}{x^2-9}$, C 与 D 互为“关联分式”, 且“关联值” $k=2$.

① $M =$ _____ (用含 x 的式子表示);

② 若 x 为正整数, 且分式 D 的值为正整数, 则 x 的值等于 _____;

【答案】 (1) 是, $k=2$

(2) ① $M = -15 - 5x$; ② $x = 2$

【分析】 本题考查的是新定义运算的理解, 分式的加减运算, 理解新定义是解本题的关键.

(1) 先计算 $A+B$, 再求出结果即可;

(2) ① 先求解 $C+D = \frac{2x^2+5x-3+M}{(x-3)(x+3)}$, 结合新定义可得 $2x^2+5x-3+M = 2(x-3)(x+3) = 2x^2-18$, 从而可得答案; ② 由 $D = -\frac{5}{x-3}$, 且分式 D 的值为正整数, x 为正整数, 可得 $x-3 = -1$ 或 $x-3 = -5$, 从而可得答案;

【详解】 (1) 解: A 与 B 是互为“关联分式”, 理由如下:

$$\because A = \frac{x-4}{x-3}, B = \frac{x-2}{x-3},$$

$$\therefore A+B = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{2x-6}{x-3} = 2.$$

$\therefore A$ 与 B 是互为“关联分式”, “关联值” $k=2$;

$$(2) \text{ 解: } \textcircled{1} \because C = \frac{2x-1}{x-3}, D = \frac{M}{x^2-9},$$

$$\therefore C+D = \frac{(2x-1)(x+3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{M}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{2x^2+5x-3+M}{(x-3)(x+3)}$$

$\because C$ 与 D 互为“关联分式”, 且“关联值” $k=2$,

$$\therefore 2x^2+5x-3+M = 2(x-3)(x+3) = 2x^2-18,$$

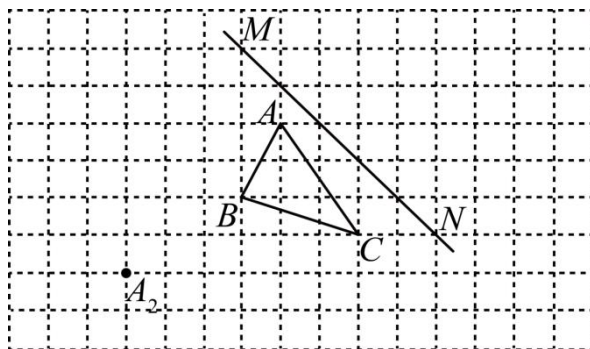
$$\therefore M = 2x^2-18-(2x^2+5x-3) = -15-5x;$$

② $\because D = \frac{M}{x^2 - 9} = \frac{-5(x+3)}{(x+3)(x-3)} = -\frac{5}{x-3}$ ，且分式 D 的值为正整数， x 为正整数，

$\therefore x-3 = -1$ 或 $x-3 = -5$ ，

$\therefore x = 2$ ($x = -2$ 舍去)；

26. 如图：



(1) 画出 ABC 向右平移 5 格，再向下平移 3 格后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 如果点 A_2 与点 A 关于某点成中心对称，请标出这个对称中心 O ，并画出 ABC 关于点 O 成中心对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

(3) 画出 ABC 关于直线 MN 成轴对称的图形 $\triangle A_3B_3C_3$ 。

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

(3) 见解析

【分析】 本题主要考查了画平移图形，画轴对称图形，画中心对称图形：

(1) 根据平移方式找到 A 、 B 、 C 对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置，再顺次连接 A_1 、 B_1 、 C_1 即可；

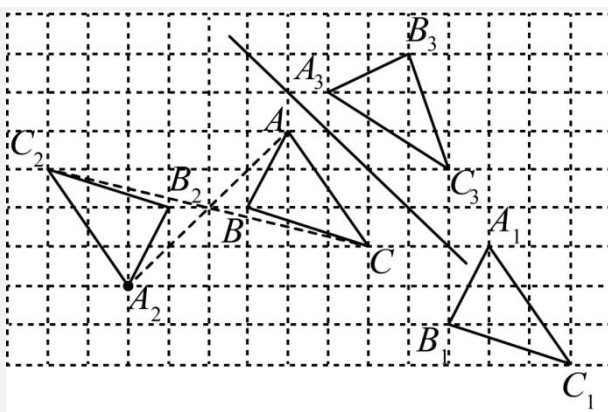
(2) 连接 AA_2 ，利用网格的特点找到 AA_2 的中点位置即为点 O 的位置，进而根据点 O 的位置找到 B_2 、 C_2 的位置即可；

(3) 根据轴对称的特点找到 A 、 B 、 C 对应点 A_3 、 B_3 、 C_3 的位置，然后顺次连接 A_3 、 B_3 、 C_3 即可。

【详解】(1) 解：如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；

(2) 解：如图所示，点 O 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求；

(3) 解：如图所示， $\triangle A_3B_3C_3$ 即为所求。



27. 数学中，常对同一个量（图形的面积、点的个数等）用两种不同的方法计算，从而建立相等关系。我们把这种思想叫“算两次”。“算两次”也称作富比尼原理，是一种重要的数学思想。由它可以推导出很多重要的公式。某校数学兴趣小组，在学习整式的乘除后，进行了如下的探究：

【问题背景】通常，用两种不同的方法计算同一个图形的面积，可以得到一个恒等式。例如：如图1是一个长为 $2a$ ，宽为 $2b$ 的长方形，沿图中虚线用剪刀均分成四个小长方形，然后按图2的形状拼成一个正方形。请解答下列问题：

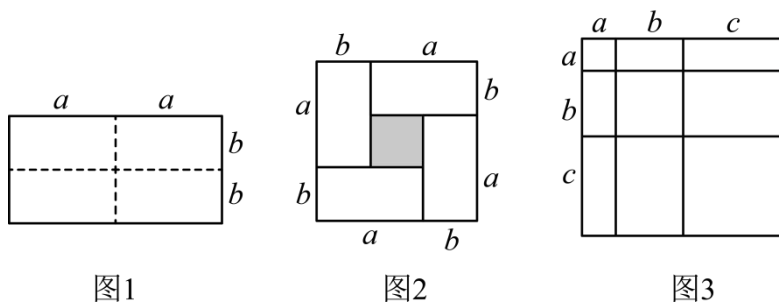


图1

图2

图3

(1) 用“算两次”的方法计算图2中阴影部分的面积：第一次列式为_____，第二次列式为_____。因为两次所列算式表示的是同一个图形的面积，所以可以得出等式_____；

(2) 根据(1)中的等量关系解决如下问题：若 $a+b=\frac{5}{2}$ ， $ab=\frac{3}{2}$ ，求 $(a-b)^2$ 的值；

【知识迁移】

(3) 根据图3，写出一个代数恒等式：_____；

【思维创新】

(4) 利用(3)中得出的恒等式，解决下面的问题：

若 $a+b+c=8$ ， $ab+bc+ac=22$ ，则 $a^2+b^2+c^2$ 的值是_____

【答案】(1) $(a-b)^2$ ， $(a+b)^2-4ab$ ， $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ ；(2) $\frac{1}{4}$ ；(3) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$ ；

(4) 20.

【分析】本题考查的是利用几何图形的面积推导代数公式。

(1) 第一次求解阴影部分的边长，再计算面积，第二次利用大的正方形的面积减去四个长方形的面积，从而可建立等式；

(2) 将 $a+b=\frac{5}{2}$ ， $ab=\frac{3}{2}$ 代入 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ 计算即可；

(3) 根据大正方形面积等于九个小图形的面积和列等式计算即可；

(4) 将 $a+b+c=8$ ， $ab+bc+ac=22$ 代入 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$ 计算即可。

【详解】(1) 解：因为小正方形的边长为： $a-b$ ，

所以第一次计算的面积为： $(a-b)^2$ ，

第二次计算的面积为： $(a+b)^2-4ab$ ，

所以： $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ ；

故答案为： $(a-b)^2$ ， $(a+b)^2-4ab$ ， $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ ；

(2) 解： $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$$=\left(\frac{5}{2}\right)^2-4\times\frac{3}{2}$$

$$=\frac{25}{4}-6$$

$$=\frac{1}{4}；$$

(3) 解：由图 3 可得： $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc+ab+ac+bc=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$ ；

故答案为： $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$ ；

(4) 解： $\because a+b+c=8$ ， $ab+bc+ac=22$ ，

$$\therefore 8^2=a^2+b^2+c^2+2\times 22，$$

即 $a^2+b^2+c^2=20$ 。

故答案为：20。

28. 把代数式通过配凑等手段，得到局部完全平方式，再进行有关运算和解题，这种解题方法叫做配方法。

如：①用配方法分解因式： a^2+6a+8

$$\text{原式}=a^2+6a+8+1-1=a^2+6a+9-1$$

$$=(a+3)^2-1^2=[(a+3)+1][(a+3)-1]=(a+4)(a+2)。$$

② $M=a^2-2a-1$ ，利用配方法求 M 的最小值。

解: $a^2 - 2a - 1 = a^2 - 2a + 1 - 2 = (a-1)^2 - 2$.

$\because (a-1)^2 \geq 0$, $\therefore$ 当 $a=1$ 时, M 有最小值 -2 ;

请根据以上材料解决下列问题:

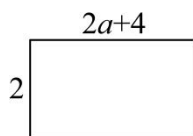


图1

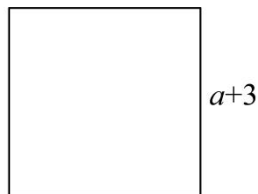


图2

(1) 若 $M = 2x^2 - 8x + 1$, 求 M 的最小值;

(2) 如图 1 矩形面积为 S_1 , 如图 2 正方形面积为 S_2 ($a > 0$), 根据图中数据比较 S_1 , S_2 大小.

【答案】 (1) -7

(2) $S_2 > S_1$

【分析】 (1) 根据文中提供的解题方法解答即可;

(2) 根据图形的面积公式, 作差解答即可.

本题考查了配方法, 非负性, 求最小值, 比较大小, 熟练掌握配方是解题的关键.

【详解】 (1) 解: $M = 2x^2 - 8x + 1 = 2(x^2 - 4x) + 1$

$$= 2(x-2)^2 - 8 + 1 = 2(x-2)^2 - 7$$

$$\because 2(x-2)^2 \geq 0$$

$$\therefore 2(x-2)^2 - 7 \geq -7$$

$\therefore M = 2x^2 - 8x + 1$ 的最小值是 -7 .

(2) 解: 根据题意, 得矩形面积为 $S_1 = 2(2a+4) = 4a+8$,

正方形面积为 $S_2 = (a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$,

$$\text{由 } S_2 - S_1 = a^2 + 6a + 9 - (4a + 8) = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2,$$

由 $a > 0$,

$$\text{故 } (a+1)^2 > 0,$$

故 $S_2 - S_1 > 0$ 即 $S_2 > S_1$.