

【分析】本题考查整式、单项式和多项式的概念，根据定义逐一判断各选项：整式是单项式和多项式的统称；单项式是数或字母的积，单独的数或字母也是单项式，系数是数字因数，次数是字母指数之和；多项式是几个单项式的和，次数是最高次项的次数，熟练掌握相关定义是解此题的关键。

【详解】解：A、 $-\frac{ab^3}{5}$ 是单项式，属于整式，故 A 错误，不符合题意；
B、 $\frac{6m^2n}{7}$ 的系数是 $\frac{6}{7}$ ，次数是 3，故 B 错误，不符合题意；
C、 $x^4 + y^2 - 3$ 的最高次项是 x^4 ，次数为 4，因此是四次三项式，故 C 错误，不符合题意；
D、1 是单独的数，是单项式； $t-1$ 是多项式，故 D 正确，符合题意；
故选：D。

3. 下列计算正确的是（ ）

A. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ B. $x^5 + x^5 = 2x^{10}$ C. $2a + 3b = 5ab$ D. $a^7 \div (-a)^2 = a^5$

【答案】D

【分析】本题考查了幂的运算，合并同类项，熟练掌握幂的相关运算法则，合并同类项法则是解题的关键。分别根据同底数幂的乘除法运算法则，合并同类项法则判断即可。

【详解】解：A、 $x^3 \times x^2 = x^5$ ，原写法错误，不符合题意；
B、 $x^5 + x^5 = 2x^5$ ，原写法错误，不符合题意；
C、 $2a$ 与 $3b$ 不是同类项，不能合并，原写法错误，不符合题意；
D、 $a^7 \div (-a)^2 = a^5$ ，正确，符合题意，
故选：D。

4. 把多项式 $x^2 - x + k$ 分解成两个因式 $(x-m)(x-5)$ 的积，那么 k 、 m 的值分别是（ ）

A. $k = 20$ ， $m = -4$ B. $k = 20$ ， $m = 4$
C. $k = -20$ ， $m = -4$ D. $k = -20$ ， $m = 4$

【答案】C

【分析】本题主要考查整式的乘法运算和因式分解。先将 $(x-m)(x-5)$ 展开，再合并同类项，根据同类项系数相等即可求解。

【详解】解： $(x-m)(x-5) = x^2 - 5x - mx + 5m = x^2 - (5+m)x + 5m$ ，
由于多项式 $x^2 - x + k$ 跟上式是同一个式子，所以同类项的系数相等，
可得： $-(5+m) = -1$ ， $k = 5m$ ，

解得： $m = -4$ ， $k = -20$ ，

故选： C.

5. 南京到上海铁路长 300km， 为了适应两市经济的发展， 客车的速度比原来每小时增加了 40km， 因此从南京到上海的时间缩短了一半， 设客车原来的速度是 x km/h， 则根据题意列出的方程是（ ）

A. $\frac{300}{x-40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{x}$

B. $\frac{300}{x-40} = 2 \cdot \frac{300}{x}$

C. $\frac{300}{x+40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{x}$

D. $\frac{300}{x+40} = 2 \cdot \frac{300}{x}$

【答案】 C

【分析】 本题考查由实际问题抽象出分式方程， 根据题意和从南京到上海的时间缩短了一半， 可以列出相应的分式方程， 本题得以解决. 解答本题的关键是明确题意， 列出相应的分式方程.

【详解】 解： 由题意可得，

$$\frac{300}{x+40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{x},$$

故选： C.

6. 如图 1 是中国数学会的会徽， 它是由四个相同的直角三角形拼成的一个正方形. 将会徽抽象为图 2， 记 $BF = a$ ， $AF = b$ ， $AB = c$. 对图 2 进行图形运动得到图 3， 下面的说法不正确的是（ ）

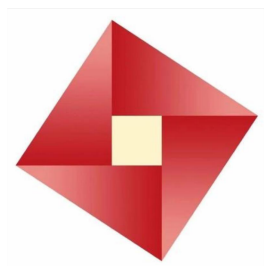


图1

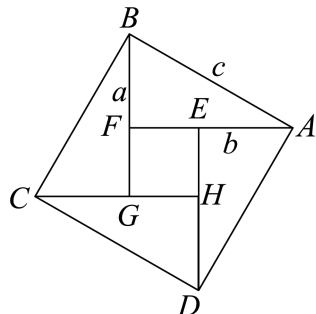


图2

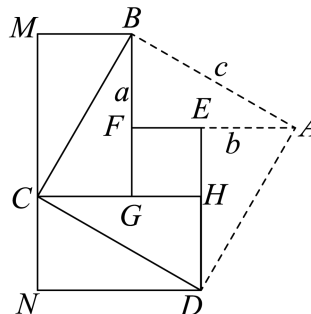


图3

A. $\triangle BMC$ 可以看作是 BFA 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到

B. $\triangle BMC$ 可以看作是 $\triangle AED$ 沿着 HC 方向平移距离 a ， 再沿 CM 方向平移距离 b 得到

C. $\triangle DCN$ 可以看作是 $\triangle DAE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到

D. 图形运动后， 原正方形 $ABCD$ 与六边形 $MNDEFB$ 的面积相等， 可得 $c^2 = 2ab + (b-a)^2$

【答案】 B

【分析】 本题考查了平移的性质与旋转的性质： 根据平移的性质与旋转的性质， 等积变化逐一判断即可； 掌握平移的性质与旋转的性质是解题的关键.

【详解】 解： A. 由旋转的定义可以判定结论正确， 故不符合题意；

B. $\triangle BMC$ 可以看作是 $\triangle AED$ 沿着 HC 方向平移距离 b , 再沿 CM 方向平移距离 a 得到, 结论错误, 故符合题意;

C. 由旋转的定义可以判定结论正确, 故不符合题意;

D. 图形运动后并没有改变图形的面积, 通过图 2 和图 3 的面积表示得 $c^2 = 2ab + (b-a)^2$, 结论正确, 故不符合题意;

故选: B.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分.)

7. 下列各式: ① $\frac{2000}{x}$; ② $\frac{a}{\pi}$; ③ $\frac{x}{2} + y$; ④ $\frac{1+y}{x-y}$; ⑤ $-3x^2$, 是分式的有_____. (只填序号)

【答案】①④

【分析】本题考查了分式的定义, 解题的关键是紧扣分式定义中“分母含有字母”这一核心特征 (注意 π 是常数, 不属于字母). 明确分式定义 (分母含字母); 逐个分析式子分母是否含字母 (排除等常数); 确定符合分式定义的序号.

【详解】分式的定义是形如 $\frac{A}{B}$ (A 、 B 是整式, B 中含有字母且 $B \neq 0$) 的式子,

① $\frac{2000}{x}$: 分母 x 含有字母, 是分式;

② $\frac{a}{\pi}$: 分母 π 是常数, 不是字母, 不是分式;

③ $\frac{x}{2} + y$: 是整式的和, 不是分式;

④ $\frac{1+y}{x-y}$: 分母 $x-y$ 含有字母, 是分式;

⑤ $-3x^2$: 是单项式, 不是分式.

故答案为: ①④.

8. 合并同类项: $-ab + 3ab =$ _____.

【答案】 $2ab$

【分析】本题主要考查了合并同类项, 合并同类项时, 只对同类项的系数进行加减计算, 字母和字母的指数保持不变, 据此求解即可.

【详解】解: $-ab + 3ab = (-1 + 3)ab = 2ab$,

故答案为: $2ab$.

9. 计算: $(3x^2y - 2xy^2) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right) =$ _____.

【答案】 $-6x + 4y / 4y - 6x$

【分析】 本题主要考查了多项式除以单项式，熟练掌握相应的运算法则是解题的关键.

根据多项式除以单项式的法则进行计算即可.

【详解】 解： 原式 $= 3x^2y \div \left(-\frac{1}{2}xy\right) - 2xy^2 \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$
 $= -6x + 4y$.

故答案为： $-6x + 4y$.

10. 因式分解： $1 - 16a^4 =$ _____

【答案】 $(1 + 4a^2)(1 + 2a)(1 - 2a)$

【分析】 此题考查了因式分解.

连续两次利用平方差公式进行分解即可.

【详解】 解： $1 - 16a^4$
 $= (1 + 4a^2)(1 - 4a^2)$
 $= (1 + 4a^2)(1 + 2a)(1 - 2a)$

故答案为： $(1 + 4a^2)(1 + 2a)(1 - 2a)$

11. 把整式 $-\frac{1}{3}yz^2 + xy^2z + x^4y - \frac{2}{9}x^2z$ 按字母 x 降幂排列是_____.

【答案】 $x^4y - \frac{2}{9}x^2z + xy^2z - \frac{1}{3}yz^2$

【分析】 本题考查了多项式的排列方式，关键是找到字母 x 的指数；

按字母 x 的降幂排列，即按照 x 的指数从大到小排列各项，保持各项原有符号.

【详解】 解： $\because$ 整式 $-\frac{1}{3}yz^2 + xy^2z + x^4y - \frac{2}{9}x^2z$ 中，

各项关于 x 的指数分别为：

x^4y 中 x 的指数为 4，

$-\frac{2}{9}x^2z$ 中 x 的指数为 2，

xy^2z 中 x 的指数为 1，

$-\frac{1}{3}yz^2$ 中 x 的指数为 0；

$\therefore$ 按 x 的降幂排列为 $x^4y - \frac{2}{9}x^2z + xy^2z - \frac{1}{3}yz^2$.

故答案为: $x^4y - \frac{2}{9}x^2z + xy^2z - \frac{1}{3}yz^2$.

12. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{|x|-1}{x-1}$ 的值为 0.

【答案】 -1

【分析】 本题考查分式的值为 0 的条件, 根据分式的分子为 0, 分母不为 0 时, 分式的值为 0, 进行求解即可.

【详解】 解: 由题意, 得: $|x|-1=0$ 且 $x-1 \neq 0$,

$\therefore x = -1$;

故答案为: -1.

13. 计算: $(x^{-2} - y^{-2}) \div (x^{-1} + y^{-1}) =$ _____. (结果不含负整数指数幂)

【答案】 $\frac{y-x}{xy}$

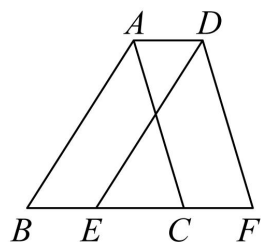
【分析】 本题考查了负整数指数幂的运算以及分式的化简知识点, 解题的关键是熟练掌握负整数指数幂的运算法则, 并能正确运用平方差公式对式子进行化简.

先将原式中各项的负整数指数幂化为正整数指数幂的形式, 再对分子进行变形, 利用平方差公式因式分解, 然后通过约分消去公因式, 将结果化为不含负整数指数幂的形式.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 原式} &= \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \div \frac{y+x}{xy} \\ &= \frac{(y+x)(y-x)}{x^2 y^2} \div \frac{y+x}{xy} \\ &= \frac{(y+x)(y-x)}{x^2 y^2} \times \frac{xy}{y+x} \\ &= \frac{x-y}{xy} \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{y-x}{xy}$

14. 如图, 将周长为 17 cm 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 平移得到 $\triangle DEF$. 平移后, 如果四边形 $ABFD$ 的周长是 21 cm, 那么平移的距离是 _____ cm.



【答案】 2

【分析】 本题考查了平移的性质. 由平移可知四边形 $ABFD$ 的周长 $=\triangle ABC + AD + CF$, 根据平移可知 $AD = CF$. 再进一步求解即可.

【详解】 解: 由题意可知 $AD = CF$, $AC = DF$,

$$\begin{aligned} \text{则 } AD &= \frac{1}{2}(AB + BF + DF + AD - AB - BC - AC) \\ &= \frac{1}{2} \times (21 - 17) \\ &= 2(\text{cm}); \end{aligned}$$

故答案为 2.

15. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-4} = 2 - \frac{a}{4-x}$ 无解, 那么 $a =$ _____.

【答案】 4

【分析】 本题考查了分式方程无解问题, 先将分式方程移项, 去分母, 合并同类项得 $x = 8 - m$, 再由原方程无解得 $x - 4 = 0$, 联立方程组, 求解即可.

【详解】 解: 原方程移项得: $\frac{x}{x-4} - \frac{m}{x-4} = 2$,

去分母得: $x - m = 2(x - 4)$,

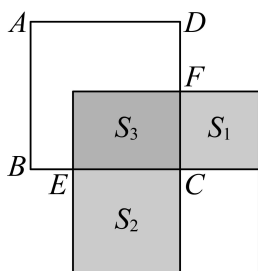
合并同类项得: $x = 8 - m$,

$\therefore$ 原方程无解,

$$\therefore \begin{cases} x = 8 - m \\ x - 4 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } m = 4,$$

故答案为: 4.

16. 如图, 小敏同学在计算机软件上设计一个图案, 画一个正方形覆盖在正方形 $ABCD$ 的右下方, 使其重叠部分是长方形, 面积记为 S_3 , 两个较浅颜色的四边形都是正方形, 面积分别记为 S_1, S_2 . 已知 $BE = 3$, $DF = 5$, 且 $S_1 + S_2 = 60$, 则 $S_3 =$ _____.



【答案】 28

【分析】 本题考查完全平方公式与几何图形的面积, 根据正方形的性质, 得到 $CE = CF + 2$, 设 $CF = x$, 得

到 $CE = x + 2$ ，进而得到 $S_1 = x^2, S_2 = (x + 2)^2$ ，进而得到 $x^2 + (x + 2)^2 = 60$ ，利用完全平方公式变形计算即可。

【详解】解：∵ 正方形 $ABCD$ ，

$$\therefore BC = CD,$$

$$\therefore CE + BE = CF + DF,$$

$$\therefore CE = CF + 2,$$

设 $CF = x$ ，则： $CE = x + 2$ ，

$$\therefore S_1 = x^2, S_2 = (x + 2)^2,$$

$$\therefore x^2 + (x + 2)^2 = 60,$$

$$\therefore x + 2 - x = 2,$$

$$\therefore (x + 2 - x)^2 = (x + 2)^2 - 2x(x + 2) + x^2 = 4,$$

$$\therefore 2x(x + 2) = (x + 2)^2 + x^2 - 4 = 56,$$

$$\therefore x(x + 2) = 28,$$

即： $CE \cdot CF = 28$ ，

$$\therefore S_3 = 28.$$

故答案为： 28.

17. 观察下列方程及其解：① $x + \frac{2}{x} = 3$ ，② $x + \frac{6}{x} = 5$ ，③ $x + \frac{12}{x} = 7$ 。（①由 $x + \frac{1 \times 2}{x} = 1 + 2$ ，得 $x = 1$ 或 $x = 2$ ，②由 $x + \frac{2 \times 3}{x} = 2 + 3$ ，得 $x = 2$ 或 $x = 3$ ，③由 $x + \frac{3 \times 4}{x} = 3 + 4$ ，得 $x = 3$ 或 $x = 4$ 。）找出其中的规律，求关于 x 的方程 $x + \frac{n^2 + n}{x - 3} = 2n + 4$ （ n 为正整数）的解是_____。

【答案】 $x = n + 3$ 或 $x = n + 4$

【分析】先写出第 n 个方程及其解，将所求方程转化为 $(x - 3) + \frac{n(n + 1)}{x - 3} = n + (n + 1)$ ，再将 $(x - 3)$ 作为整体写出方程的解即可。

【详解】解：根据题意，得：

$$\text{第 } n \text{ 个方程为 } x + \frac{n(n + 1)}{x} = n + (n + 1) = 2n + 1,$$

解为： $x = n$ 或 $x = n + 1$ ，

方程 $x + \frac{n^2 + n}{x - 3} = 2n + 4$ 可化为：

$$(x-3) + \frac{n^2+n}{x-3} = 2n+4-3 \text{ 即 } (x-3) + \frac{n(n+1)}{x-3} = n + (n+1),$$

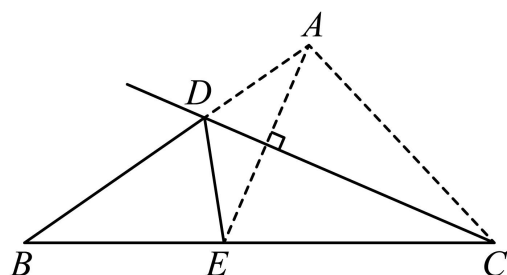
$$\backslash x-3=n \text{ 或 } x-3=n+1,$$

$$\text{解得: } x=n+3 \text{ 或 } x=n+4.$$

$$\text{故答案为: } x=n+3 \text{ 或 } x=n+4.$$

【点睛】本题考查了解分式方程及分式方程的解，弄清楚题目中的规律再由整体思想进行解方程是解题关键.

18. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，沿着过点 C 的直线折叠这个三角形，使顶点 A 落在 BC 边上的点 E 处，折痕为 CD ，并联结 DE 。如果 $BC = 9\text{cm}$ ，且满足 $\frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{6}$ ，边 $AC =$ _____



$$\text{【答案】 } \frac{45}{7} / 6\frac{3}{7}$$

【分析】过点 D 作 $DH \perp BC$ 于点 H ，根据 $\triangle DEC$ 是由 $\triangle ABC$ 折叠得到， $S_{\triangle DEC} = S_{\triangle ADC}$ ，根据 $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times BE \times BH$ ， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BDE} + 2S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} \times BE \times BH + EC \times BH$ ，再根据 $\frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{6}$ ，即可.

【详解】如图：

$\because \triangle DEC$ 是由 $\triangle ABC$ 折叠得到，

$$\therefore S_{\triangle DEC} = S_{\triangle ADC}, \quad AC = EC,$$

$\because$ 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于点 H ，

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times BE \times BH, \quad S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BDE} + 2S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} \times BE \times BH + EC \times BH,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{6},$$

$$\therefore 6S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore 3 \times BE \times BH = \left(\frac{BE}{2} + EC \right) \times BH,$$

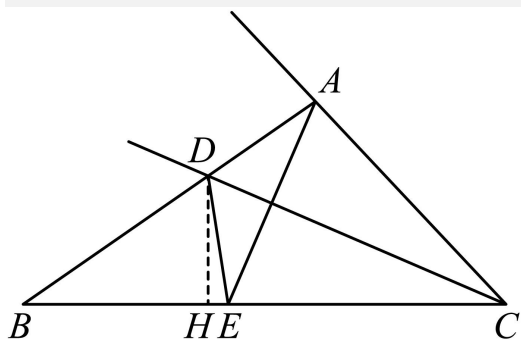
$$\therefore BC = BE + EC = 9,$$

$$\therefore BE = \frac{18}{7},$$

$$\therefore EC = \frac{45}{7},$$

$$\therefore AC = \frac{45}{7}.$$

故答案为: $\frac{45}{7}$.



【点睛】本题考查图形折叠的知识，解题的关键是掌握折叠的性质，等面积法的运用.

三、解答题：(本大题共 11 题，共 58 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)

19. 计算:

$$(1)[(a^2)^5 \cdot (-a^2)^3] \div (-a^4)^4;$$

$$(2)(a-b)^3 \div (b-a)^2 + (-a-b)^5 \div (a+b)^4$$

【答案】(1) -1

(2) -2b

【分析】(1) 先运用积的乘方将括号内的幂的乘方进行化简，再进行同底数幂的乘除法运算即可；

(2) 先将括号内的算式看做一个整体，运用同底数幂的乘除法运算法则进行化简即可.

【详解】(1) 解: $[(a^2)^5 \cdot (-a^2)^3] \div (-a^4)^4$

$$=[a^{10} \cdot (-a^6)] \div a^{16}$$

$$=-a^{16} \div a^{16}$$

$$=-1;$$

(2) 解: $(a-b)^3 \div (b-a)^2 + (-a-b)^5 \div (a+b)^4$

$$=(a-b)^3 \div (a-b)^2 + [-(a+b)^5] \div (a+b)^4$$

$$=a-b+[-(a+b)]$$

$$= a - b - a - b$$

$$= -2b;$$

【点睛】 本题考查幂的运算，能够运用整体思想简化运算过程是解决本题的关键.

20. 计算: $(2x - 3y - 1)(2x + 3y - 1)$

【答案】 $4x^2 - 4x + 1 - 9y^2$

【分析】 先将 $(2x - 1)$ 看作一个整体，然后利用平方差公式和完全平方公式计算即可.

【详解】 解: $(2x - 3y - 1)(2x + 3y - 1)$

$$= [(2x - 1) - 3y][(2x - 1) + 3y]$$

$$= (2x - 1)^2 - (3y)^2$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - 9y^2.$$

【点睛】 此题考查的是整式的乘法，解题关键是将 $(2x - 1)$ 看作一个整体，然后利用平方差公式和完全平方公式计算.

21. 分解因式:

(1) $2ab^2 - 6a^2b^2 + 4a^3b^2$;

(2) $(1 - a^2)(1 - b^2) - 4ab$.

【答案】 (1) $2ab^2(1 - 2a)(1 - a)$

(2) $(1 - ab + a + b)(1 - ab - a - b)$

【分析】 本题主要考查了因式分解法则；熟悉因式分解的一般步骤，并正确运用其法则是解题的关键.

(1) 本题先用提公因式法提出公因式，再运用十字相乘法进行因式分解；

(2) 本题先进行分组，再运用平方差公式进行因式分解.

【详解】 (1) 解: $2ab^2 - 6a^2b^2 + 4a^3b^2$

$$= 2ab^2(1 - 3a + 2a^2)$$

$$= 2ab^2(1 - 2a)(1 - a)$$

$$\begin{aligned}
& (1-a^2)(1-b^2)-4ab \\
& =1+a^2b^2-a^2-b^2-4ab \\
(2) \quad & =1+a^2b^2-2ab-(a^2+b^2+2ab) \\
& =(1-ab)^2-(a+b)^2 \\
& =(1-ab+a+b)(1-ab-a-b)
\end{aligned}$$

22. 解方程: $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{3(x+1)} - 1$.

【答案】 $x = -6$

【分析】 本题考查了解分式方程，先把分式方程化为整式方程，最后注意验根，即可作答.

【详解】 解: $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{3(x+1)} - 1$

$$9 = x - 3(x+1)$$

$$2x = -9 - 3$$

$$x = -6$$

经检验: $x = -6$ 是原分式方程的解

23. 先化简，再求值: $\left(a - \frac{a^2}{a-1}\right) \div \left(a+1 - \frac{1}{1-a}\right)$, 其中 $a = -3^{-1}$.

【答案】 $-\frac{1}{a}$; 3

【分析】 本题考查分式的化简求值、负整数指数幂，先将括号内的式子通分，再将除法转化为乘法，然后约分，最后将 a 的值代入化简后的式子计算即可，熟练掌握运算是解答本题的关键.

【详解】 解: $\left(a - \frac{a^2}{a-1}\right) \div \left(a+1 - \frac{1}{1-a}\right)$

$$\begin{aligned}
& = \frac{a(a-1) - a^2}{a-1} \div \frac{(a+1)(a-1) + 1}{a-1} \\
& = \frac{a^2 - a - a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a^2 - 1 + 1} \\
& = \frac{-a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a^2} \\
& = -\frac{1}{a},
\end{aligned}$$

当 $a = -3^{-1} = -\frac{1}{3}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$.

24. 已知 $a^m = 7, a^n = 3, b^m = 2$, 求下列各式的值.

(1) a^{m+2n}

(2) $(ab)^{2m}$

【答案】 (1)63

(2)196

【分析】 本题考查幂的运算, 解题的关键是掌握同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方的运算法则.

(1) 利用同底数幂的乘法法则和幂的乘方法则, 将 a^{m+2n} 转化为 $a^m \cdot (a^n)^2$, 再代入已知值计算;

(2) 利用积的乘方法则和幂的乘方法则, 将 $(ab)^{2m}$ 转化为 $a^{2m} \cdot b^{2m} = (a^m)^2 \cdot (b^m)^2$, 再代入已知值计算.

【详解】 (1) 解: $a^{m+2n} = a^m \cdot a^{2n} = a^m \cdot (a^n)^2$

已知 $a^m = 7, a^n = 3$, 代入得:

$$7 \times 3^2 = 7 \times 9 = 63;$$

(2) 解: $(ab)^{2m} = a^{2m} \cdot b^{2m} = (a^m)^2 \cdot (b^m)^2$

已知 $a^m = 7, b^m = 2$, 代入得:

$$7^2 \times 2^2 = 49 \times 4 = 196.$$

25. 随着5G通信技术的迅猛发展, 5G手机越来越受到消费者的青睐. 5G手机信息传输的速度更快, 每秒比4G手机多下载95MB. 下载一部1000MB的电影, 5G手机比4G手机要快190秒, 求5G手机的下载速度.

【答案】 5G手机的下载速度为100MB/秒

【分析】 本题主要考查了分式方程的应用, 根据题意正确列出分式方程成为解题的关键.

设5G手机的下载速度为 x MB/秒, 则4G手机的下载速度为 $(x-95)$ MB/秒, 然后根据题意列分式方程求解即可.

【详解】 解: 设5G手机的下载速度为 x MB/秒, 则4G手机的下载速度为 $(x-95)$ MB/秒,

$$\frac{1000}{x-95} - \frac{1000}{x} = 190,$$

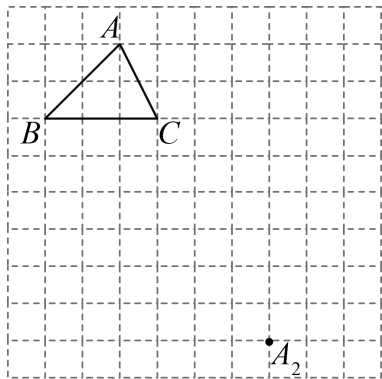
$$x^2 - 95x - 500 = 0,$$

$$x_1 = 100, x_2 = -5,$$

经检验: $x_1 = 100, x_2 = -5$ 都为方程的解, 但 $x_2 = -5$ 不符合实际, 舍去.

答: 5G 手机的下载速度为 100MB/ 秒.

26. 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, 三角形 ABC 的顶点都在格点上.



(1) 画出三角形 ABC 向右平移 5 个单位之后的三角形 $A_1B_1C_1$;

(2) 将三角形 ABC 绕一点旋转 180° , 得到三角形 $A_2B_2C_2$, 已知点 A 与点 A_2 是对应点 (如图所示), 请画出三角形 $A_2B_2C_2$.

(3) 三角形 $A_1B_1C_1$ 与三角形 $A_2B_2C_2$ 的位置关系是_____对称.

【答案】(1)见解析

(2)见解析

(3)中心

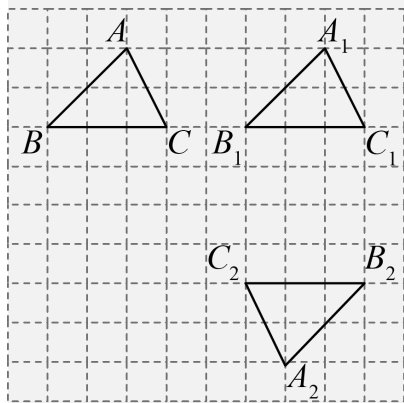
【分析】 本题考查了平移、旋转作图, 熟练掌握各作图方法是解题关键.

(1) 先根据平移的性质画出点 A_1 、 B_1 、 C_1 , 再顺次连接即可得;

(2) 先根据旋转的性质画出点 A_2 、 B_2 、 C_2 , 再顺次连接点即可得;

(3) 根据三角形的位置确定位置关系是中心对称.

【详解】 (1) 解: 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所作;



(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所作;

(3) 由 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置可得, 位置关系是中心对称.

故答案为: 中心.

27. 我们知道, “整式乘法”与“因式分解”是方向相反的变形. 类似的, “几个分式相加”与“将一个分式化成几个分式之和的形式”也是方向相反的变形, 我们称这种与“几个分式相加”方向相反的变形为“分式分解”.

例如, 将 $\frac{2x-1}{x(x-1)}$ 分式分解: $\frac{2x-1}{x(x-1)} = \frac{x+(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x}{x(x-1)} + \frac{x-1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$.

(1) 将 $\frac{2x+1}{x(x+1)}$ 分式分解的结果为_____;

(2) 若 $\frac{5x-4}{mx^2-3x+1}$ 可以分式分解为 $\frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$ (其中 m, p, q 是常数), 则 $p =$ _____, $q =$ _____;

(3) 当 $0 < x < 1$ 时, 判断 $\frac{2x+1}{x(x+1)}$ 与 $\frac{2x}{x^2-1}$ 的大小关系, 并写出你的证明过程.

【答案】(1) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$

(2) 1, 3

(3) $\frac{2x+1}{x(x+1)} > \frac{2x}{x^2-1}$, 证明过程见详解

【分析】本题考查新定义下分式的加减及分式的大小比较, 理解题中新定义、熟练掌握作差法是解题的关键.

(1) 根据题中示例进行变形即可得出答案;

(2) 将 $\frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$ 通分, 即可求得 m 及关于 p, q 的方程组, 解之即可得答案;

(3) 根据作差法求出两个分式的差再判断出差的正负即可得出答案.

【详解】(1) 解: $\because \frac{2x+1}{x(x+1)} = \frac{x+(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$,

故答案为: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$;

(2) 解: $\because \frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$
 $= \frac{p(2x-1)}{(x-1)(2x-1)} + \frac{q(x-1)}{(x-1)(2x-1)}$
 $= \frac{2px - p + qx - q}{(x-1)(2x-1)}$
 $= \frac{(2p+q)x - p - q}{(x-1)(2x-1)},$

$$\frac{5x-4}{mx^2-3x+1} = \frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1},$$

$$\therefore \begin{cases} 2p+q=5 \\ -p-q=-4 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} p=1 \\ q=3 \end{cases},$

故答案为：1，3；

$$(3) \frac{2x+1}{x(x+1)} > \frac{2x}{x^2-1}$$

证明： $\frac{2x+1}{x(x+1)} - \frac{2x}{x^2-1}$

$$= \frac{x+x+1}{x(x+1)} - \frac{x+1+x-1}{x^2-1}$$

$$= \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} - \frac{x+1}{x^2-1} - \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$$

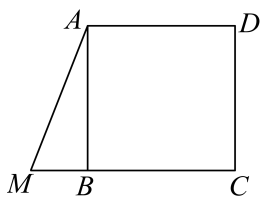
$$= \frac{x-1}{x(x-1)} - \frac{x}{x(x-1)}$$

$$= \frac{-1}{x(x-1)},$$

当 $0 < x < 1$ 时， $x-1 < 0$ ， $x(x-1) < 0$ ， $\frac{-1}{x(x-1)} > 0$ ，

$$\therefore \frac{2x+1}{x(x+1)} > \frac{2x}{x^2-1}.$$

28. 如图，正方形 $ABCD$ ，点 M 是线段 CB 延长线一点，连结 AM ， $AB = a$ ， $AM = b$



- (1) 将线段 AM 沿着射线 AD 运动，使得点 A 与点 D 重合，用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积.
- (2) 将三角形 ABM 绕着点 A 旋转，使得 AB 与 AD 重合，点 M 落在点 N ，用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积.
- (3) 将三角形 ABM 顺时针旋转，使旋转后的三角形有一边与正方形的一边完全重合（第 (2) 小题的情况除外），请在如图中画出符合条件的 3 种情况，并写出相应的旋转中心和旋转角

【答案】(1) a^2 ; (2) $\frac{1}{4}\pi b^2$ 或 $\frac{3}{4}\pi b^2$; (3) 见解析

【分析】(1) 根据平移的性质和平行四边形的面积计算即可;

(2) 根据扇形的面积计算即可;

(3) 根据旋转的性质画出图形得出旋转中心和角度即可.

【详解】解: (1) $AD \cdot DC = a^2$

答: 线段 AM 扫过的平面部分的面积为 a^2

(2) 三角形 ABM 绕着点 A 旋转, 使得 AB 与 AD 重合, 则三角形 ABM 旋转的角度是 90° 或 270°

$$\therefore S_{\text{扇形}AMN} = \frac{90^\circ \times \pi b^2}{360^\circ} \text{ 或 } S_{\text{扇形}AMN} = \frac{270^\circ \times \pi b^2}{360^\circ}$$

$$\therefore S_{\text{扇形}AMN} = \frac{1}{4}\pi b^2 \text{ 或 } \frac{3}{4}\pi b^2$$

答: 扇形 AMN 的面积为 $\frac{1}{4}\pi b^2$ 或 $\frac{3}{4}\pi b^2$

(3) 如图 1, 旋转中心: AB 边的中点为 O , 顺时针 180°

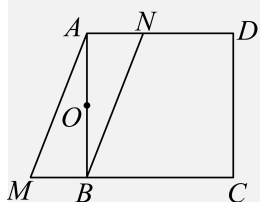


图1

如图 2, 旋转中心: 点 B , 顺时针旋转 90°

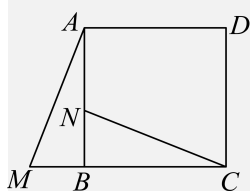


图2

如图 3, 旋转中心: 正方形对角线交点 O , 顺时针旋转 90°

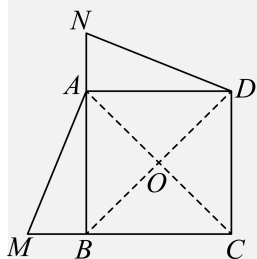


图3

【点睛】本题考查了旋转的性质, 关键是根据旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角解答.

29. 【阅读材料】

“数形结合”是一种非常重要的数学思想方法. 比如: 北师大版七年级下册教材在学习“完全平方公式”时, 通过构造几何图形, 用几何直观的方法解释了完全平方公式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (如图 1). 利用“数形结合”的思想方法, 可以从代数角度解决图形问题, 也可以用图形关系解决代数问题.

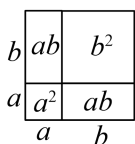


图1

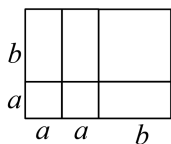


图2

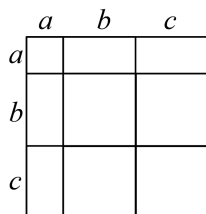


图3

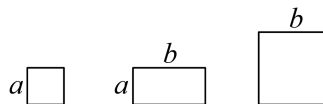


图4

【方法应用】

根据以上材料提供的方法, 完成下列问题:

(1)由图 2 可得等式: _____; 由图 3 可得等式: _____;

(2)利用图 3 得到的结论, 解决问题: 若 $a+b+c=15$, $ab+ac+bc=35$, 则 $a^2+b^2+c^2=_____$;

(3)如图 4, 若用其中 x 张边长为 a 的正方形, y 张边长为 b 的正方形, z 张边长分别为 a, b 的长方形纸片拼出一个面积为 $(2a+b)(a+2b)$ 长方形 (无空隙、无重叠地拼接).

①请画出拼出后的长方形;

② $x+y+z=_____$;

(4)如图 4, 若有 3 张边长为 a 的正方形纸片, 4 张边长分别为 a, b 的长方形纸片, 5 张边长为 b 的正方形纸片. 从中取出若干张纸片, 每种纸片至少取一张. 把取出的这些纸片拼成一个正方形 (无空隙、无重叠地拼接), 则拼成的正方形的边长最长可以为 _____.

【答案】 (1) $(2a+b)(a+b) = 2a^2 + b^2 + 3ab$, $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

(2) 155

(3) ①见解析; ② 9

(4) $a+2b$

【分析】 (1) 用两种不同的方法表示出大长方形的面积, 以及大正方形的面积, 即可得出结论;

(2) 利用 (1) 中的结论进行求解即可;

(3) ①根据 $(2a+b)(a+2b) = 2a^2 + 4ab + ab + 2b^2 = 2a^2 + 5ab + 2b^2$, 得到大长方形是由 2 张边长为 a 的正方形, 2 张边长为 b 的正方形, 5 张边长分别为 a, b 的长方形纸片拼成, 画图即可; ②根据①可知 x, y, z 的值, 代入求解即可;

(4) 根据拼接成的是正方形, 得到选取的纸片的面积和必须构成完全平方式, 进行讨论求解即可.

【详解】(1) 解：由图 2 知， $\therefore$ 大长方形的面积 $= (2a+b)(a+b)$ ，

大长方形的面积 $= 3$ 个小正方形的面积 $+ 3$ 个小长方形的面积 $= a^2 + a^2 + b^2 + 3ab = 2a^2 + b^2 + 3ab$ ，

$$\therefore (2a+b)(a+b) = 2a^2 + b^2 + 3ab；$$

由图 3 知， $\therefore$ 大正方形的面积 $= (a+b+c)^2$ ，

大正方形的面积 $= 3$ 个正方形的面积 $+ 2$ 个小长方形的面积 $+ 2$ 个小长方形的面积 $+ 2$ 个小长方形的面积 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ ，

$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc；$$

故答案为： $(2a+b)(a+b) = 2a^2 + b^2 + 3ab$ ， $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ 。

$$(2) \therefore \text{由 (1) 知：} (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc，$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - (2ab + 2ac + 2bc)，$$

$$= (a+b+c)^2 - 2(ab + ac + bc)，$$

把 $a+b+c=15$, $ab+ac+bc=35$ 代入，

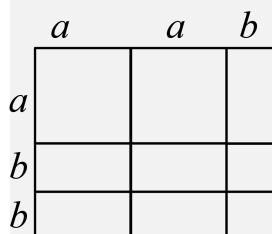
$$a^2 + b^2 + c^2 = 15^2 - 2 \times 35 = 225 - 70 = 155。$$

故答案为：155。

$$(3) \textcircled{1} \therefore (2a+b)(a+2b) = 2a^2 + 4ab + ab + 2b^2 = 2a^2 + 5ab + 2b^2，$$

$2a^2 + 5ab + 2b^2$ 可以看成 2 张边长为 a 的正方形，2 张边长为 b 的正方形，5 张边长分别为 a 、 b 的长方形纸片拼成的大长方形的面积，

如图：



$$\textcircled{2} \text{由} \textcircled{1} \text{知：} x=2, y=2, z=5，$$

$$\therefore x+y+z=9。$$

故答案为：9。

(4) 3 张边长为 a 的正方形纸片的面积为 $3a^2$ ，4 张边长分别为 ab 的长方形纸片的面积为 $4ab$ ，5 张边长为 b 的正方形纸片的面积为 $5b^2$ ，要想从中取出若干张纸片拼成一个正方形（无空隙、无重叠地拼接），则选取

的纸片的面积和必须构成完全平方式,

$\therefore$ 可以选取 1 张边长为 a 的正方形纸片、2 张边长分别为 a, b 的长方形纸片、1 张边长为 b 的正方形纸片, 此时围成的正方形面积为 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, 此时正方形的边长 $= a + b$,

也可以选取 1 张边长为 a 的正方形纸片、4 张边长分别为 ab 的长方形纸片、4 张边长为 b 的正方形纸片, 此时围成的正方形面积为 $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a + 2b)^2$, 此时正方形的边长 $= a + 2b$,

$\therefore$ 拼成的正方形的边长最长为 $a + 2b$.

故答案为: $a + 2b$.

【点睛】 本题考查完全平方公式的几何背景以及多项式乘多项式与几何图形的面积. 熟练掌握完全平方公式以及多项式乘以多项式的法则, 是解题的关键.