

2025-2026 学年沪教版（五四制）七年级上期末模拟卷

考试范围：七年级上；考试时间：100 分钟；满分：100 分

学校：_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 没有哪一门学科能像数学这样，利用如此多的符号图形展现一系列完备且完美的世界。下面是由 4 个数学式子绘制成的完美曲线，其中是中心对称图形的是()



2. 下列判断正确的是()

A. $5x^2yz$ 与 yzx^2 不是同类项

B. $\frac{2a^2b}{3}$ 的系数是 2

C. 单项式 $-a^3bc$ 的次数是 5

D. $3m^2 - n + 5mn^5$ 是二次三项式

3. 若单项式 x^2y^{m-2} 与 x^ny 的和仍然是一个单项式，则 m, n 的值是()

A. $m = 2, n = 2$

B. $m = -1, n = 2$

C. $m = 3, n = 2$

D. $m = -3, n = 2$

4. 下列运算正确的是()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $a^7 \div a^3 = a^4$

C. $(-3a)^2 = -6a^2$

D. $(a-1)^2 = a^2 - 1$

5. 下列说法正确的是()

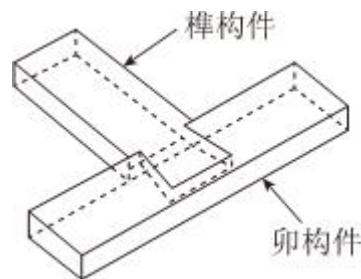
A. 代数式 $\frac{x+4}{\pi}$ 是分式

B. 分式 $\frac{xy}{x-y}$ 中 x, y 都扩大 3 倍，分式的值不变

C. 分式 $\frac{x+1}{x^2+1}$ 是最简分式

D. 分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 有意义

6.古代建筑中,榫(sǔn)卯(mǎo)结构至关重要,它通过凸出的榫和凹进的卯精密配合连接,使得建筑物连接牢固且难以松动.工匠们制作了一种特定的榫卯组合,每个榫需要的木材比每个卯需要的木材多 0.5 千克.已知用 35 千克木材制作榫的数量与用 30 千克木材制作卯的数量相同.设制作 1 个榫需要的木材为 x 千克,符合题意的方程是()



- A. $\frac{35}{x} = \frac{30}{x-0.5}$ B. $\frac{35}{x} = \frac{30}{x} + 0.5$ C. $\frac{35}{x} + 0.5 = \frac{30}{x}$ D. $\frac{35}{x+0.5} = \frac{30}{x}$

二、填空题: 本题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

7.因式分解: $2(x-y) - 3(y-x)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8.关于 x, y 的代数式 $(-3kxy + 3y) + (9xy - 8x + 1)$ 中不含二次项, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

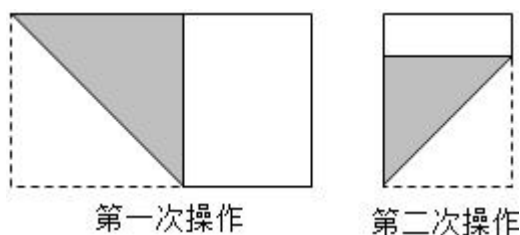
9.已知 $2a + b = 6$, $ab = 3$, 则 $4a^2 + b^2 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10.若 $2^x = 3$, $4^y = 5$, 则 2^{x+2y} 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11.若 $a^2 - b^2 = -\frac{1}{16}$, $a + b = -\frac{1}{4}$, 则 $a - b$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12.已知三张卡片上面分别写有 6, $x-1$, x^2-1 , 从中任选两张卡片, 组成一个最简分式为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出一个分式即可)

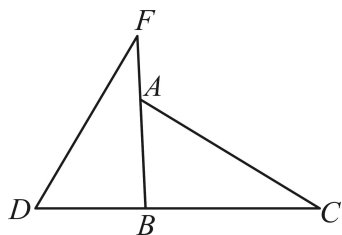
13.长为 20, 宽为 a 的矩形纸片 ($10 < a < 20$), 如图那样折一下, 剪下一个边长等于矩形宽度的正方形 (称为第一次操作); 再把剩下的矩形如图那样折一下, 剪下一个边长等于此时矩形宽度的正方形 (称为第二次操作); 如此反复操作下去, 若在第 n 次操作后, 剩下的矩形为正方形, 则操作停止. 当 $n = 3$ 时, a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14.定义: 若 $a + b = n$, 则称 a 与 b 是关于数 n 的“平衡数”. 比如 3 与 -4 是关于 -1 的“平衡数”, 5 与 12 是关于 17 的“平衡数”. 现有 $a = 6x^2 - 8kx + 12$ 与 $b = -2(3x^2 - 2x + k)$ (k 为常数) 始终是数 n 的“平衡数”, 则它们是关于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的“平衡数”.

15. 下列图形中，绕某个点旋转 180° 能与自身重合的有____. ①正方形；②长方形；③等边三角形；④线段；⑤角；⑥平行四边形.

16. 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBF$ 是形状、大小完全相同的两个直角三角形，点 B 、 C 、 D 在同一条直线上，点 B 、 A 、 F 也在同一条直线上， $\triangle ABC$ 的位置不动，将 $\triangle DBF$ 绕点 B 顺时针旋转 x° ($0 < x < 180$)，点 F 的对应点为点 F_1 ，点 D 的对应点为点 D_1 ，当 $\angle F_1BC = \frac{1}{3}\angle ABF_1$ 时， $\angle D_1BC$ 的度数为_____.



三、计算题：本大题共 4 小题，共 20 分。

17. 计算： $(8a^2b^2 - 4ab^3) \div 4ab + (-2a - b)(2a - b)$.

18. 因式分解： $(a^2 - 4a)^2 + 8(a^2 - 4a) + 16$.

19. $(a - \frac{1}{a}) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a}$.

20. 解方程： $\frac{x+1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = 1$.

四、解答题：本题共 7 小题，共 48 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

21.(本小题 6 分)

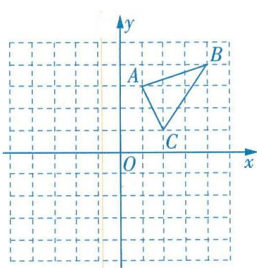
已知 $2^3 = a$, $3^5 = b$, 用 a , b 的代数式表示 6^{30} .

22.(本小题 6 分)

化简求值: $\left[(x+y)(x-y) - (x-y)^2 \right] \div 2y - y(4y-1)$, 其中 $|x-3| + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$.

23.(本小题 6 分)

如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(1,3)$, $B(4,4)$, $C(2,1)$.



(1) 把 $\triangle ABC$ 向左平移 4 个单位长度后得到对应的 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 把 $\triangle ABC$ 绕原点 O 旋转 180° 后得到对应的 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 观察图形可知, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 (____, ____) 中心对称.

24.(本小题 6 分)

问题呈现：借助几何图形探究数量关系是一种重要的解题策略，图 1、图 2 是用边长分别为 a ， b 的两个正方形和长、宽分别为 a ， b 的两个长方形拼成的一个大正方形.

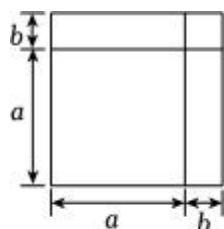


图1

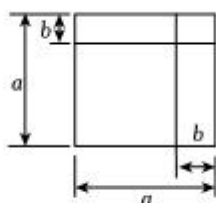


图2

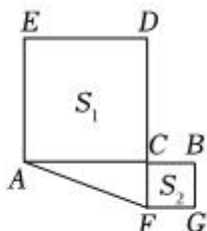


图3

(1)利用图形可以推导出的乘法公式分别是图 1: _____; 图 2: _____. (用字母 a ， b 表示)

数学思考：利用图形推导的数学公式解决问题.

(2)在(1)的条件下若 $a^2 + b^2 = 53$ ， $ab = 14$ ，分别求 $a + b$ 、 $a^2 - b^2$ 的值.

(3)已知 $(2026 - x)(2024 - x) = 2025$ ，求 $(2026 - x)^2 + (x - 2024)^2$ 的值.

拓展运用：

(4)如图 3，点 C 是线段 AB 上一点，以 AC ， BC 为边向两侧作正方形 $ACDE$ 和正方形 $CBGF$ ，面积分别是 S_1 和 S_2 . 若 $AB = m$ ， $S = S_1 + S_2$ ，则直接写出 $Rt \triangle ACF$ 的面积 (用 S ， m 表示).

25.(本小题 8 分)

课本上在面对整式除法的时候告诉了我们长除法的方法，根据因式分解的定义我们可以发现，如果我们知道一个整式其中的一个因式，那么通过长除法得到的余式一定是 0，商式则是这个整式的另一个因式，所以现在我们也可以利用长除法帮助我们一起分解因式.下面请先阅读课本上的材料并解决下列问题.

整式除以整式——长除法

类比于两数相除可以用竖式运算，整式除以整式也可以用竖式运算.其步骤是：

(1)把被除式和除式按同一字母降幂排列(若有缺项用零补齐)；

(2)用竖式进行运算；

(3)当余式的次数低于除式的次数时，运算终止，得到商式和余式.

例如，求 $(5x^4 + 3x^3 + 2x - 4) \div (x^2 + 1)$ 的商式和余式，可以计算：

$$\begin{array}{r}
 \overline{5x^2+3x-5} \\
 x^2+0x+1 \overline{) 5x^4+3x^3+0x^2+2x-4} \\
 \underline{5x^4+0x^3+5x^2} \\
 3x^3-5x^2+2x \\
 \underline{3x^3+0x^2+3x} \\
 -5x^2+x-4 \\
 \underline{-5x^2+0x-5} \\
 -x+1
 \end{array}$$

因此，商式是 $5x^2 + 3x - 5$ ，余式是 $-x + 1$.

(1)小明在对 $2x^4 + 6x^3 + x^2 - 7x - 2$ 进行因式分解后检查答案，答案中有一个因式 $(x \blacksquare 2)$ 中的符号被墨水遮挡看不清了，请使用长除法来帮助小明判断这个因式是什么？

(2)已知整式 $3x^5 + 9x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 15x - 10$ 有一个因式是 $(x^2 + x + 1)$ ，请试着运用长除法将整式 $3x^5 + 9x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 15x - 10$ 进行因式分解.

(3)①已知 $2x^4 + 5x^3 - 5x - \star$ 有一个因式是 $(x - 1)$ ，请问 $\star$ 处的数字应该是几？

②已知整式 $5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + px^2 + qx + m$ 有一个因式是 $(x + 1)$ ，求 p, q, m 之间存在的关系.

26.(本小题 8 分)

某商场家电专柜购进一批甲、乙两种电器，甲种电器共用了 16000 元，乙种电器共用了 10000 元，甲种电器的件数是乙种电器的 2 倍，甲种电器每件的进价比乙种电器每件的进价少 50 元.

(1)甲、乙两种电器各购进多少件?

(2)商场购进两种电器后,按进价提高 30%后标价销售,很快全部售完,求售完这批电器商场共获利多少元?

27.(本小题 8 分)

如图，在长方形 $ABCD$ 中，连接 AC ，已知边 $AB = a$ ， $BC = b$ ($a < b$).

(1)画出三角形 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的三角形 CEF (点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F)，不写画法，写出结论；

(2)连接 AE 交 CF 于点 G ，用含 a 、 b 的代数式表示三角形 ACE 的面积 S_1 ；

(3)在 (1) 和 (2) 的条件下，如果 $a = 2$ ，长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2 = 8$ ，求 DG 的长.

