

期末押题卷 2025-2026 学年七年级数学上学期

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。

如

需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。

写

在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教五四版(2024) 第 10 章整式的加减~第 14 章图形的运动。
5. 难度系数: 0.75。

一、选择题

1. (25-26 七年级上·上海·月考) 在代数式 3 , $4+a$, a^2-b^2 , $\frac{ab^2}{5}$, $\frac{a^2+b^2}{4}$ 中, 单项式的个数是 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【答案】A

【知识点】单项式的判断

【分析】本题考查单项式的定义, 解题的关键是明确单项式的概念, 即由数与字母的积组成的代数式叫做单项式, 单独的一个数或一个字母也叫做单项式。

根据单项式的定义, 逐一分析所给代数式, 判断哪些是单项式。

【详解】解: 代数式 3 : 是单独的一个数, 属于单项式;

代数式 $4+a$: 是由 4 和 a 相加组成, 属于多项式, 不是单项式;

代数式 a^2-b^2 : 是由 a^2 和 $-b^2$ 相加组成, 属于多项式, 不是单项式;

代数式 $\frac{ab^2}{5}$: 是数 $\frac{1}{5}$ 与字母 a 、 b^2 的积, 属于单项式;

代数式 $\frac{a^2+b^2}{4}$: 是由 $\frac{a^2}{4}$ 和 $\frac{b^2}{4}$ 相加组成, 属于多项式, 不是单项式;

综上, 单项式有 3 和 $\frac{ab^2}{5}$, 共 2 个,

故选：A.

2. (24-25 七年级·上海·期中) 下列计算正确的是 ()

A. $(-a^5)^2 = a^{10}$

B. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

C. $a^8 \div a^4 = a^2$

D. $a^2 + a^3 = a^5$

【答案】A

【知识点】运用完全平方公式进行运算、同底数幂的除法运算、幂的乘方运算、合并同类项

【分析】本题主要考查了幂的乘方计算，同底数幂除法计算，完全平方公式和合并同类项，熟知相关计算法则是解题的关键.

【详解】解：A、 $(-a^5)^2 = a^{10}$ ，原式计算正确，符合题意；

B、 $(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$ ，原式计算错误，不符合题意；

C、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 a^2 与 a^3 不是同类项，不能合并，原式计算错误，不符合题意；

故选：A.

3. (24-25 七年级·上海·期中) 一个多项式加 $2x$ 得 $x^2 - 3x + 6$ ，则这个多项式为 ()

A. $x^2 + 4$

B. $x^2 + 3x + 4$

C. $x^2 - 5x + 6$

D. $x^2 - 6x$

【答案】C

【知识点】整式的加减运算

【分析】本题考查整式的加减，根据合并同类项法则求解即可.

【详解】解： $x^2 - 3x + 6 - 2x = x^2 - 5x + 6$

故选：C.

4. (25-26 七年级上·上海黄浦·月考) 若 $x^2 + kx + 12 = (x+a)(x+b)$ ，且 a 、 b 、 k 均为整数，则 k 的值不可能是 ()

A. 6；

B. 7；

C. 8；

D. -13.

【答案】A

【知识点】 $(x+p)(x+q)$ 型多项式乘法、已知因式分解的结果求参数

【分析】本题考查的是多项式的整数解问题，灵活运用因式分解和整数的性质是解题的关键. 由等式右边展开得 $x^2 + (a+b)x + ab$ ，与左边比较系数，得 $ab=12$ 和 $a+b=k$. 由于 a 、 b 为整数，枚举所有整数对 (a,b) 满足 $ab=12$ ，计算 $k=a+b$ ，即可确定 k 的

可能值.

【详解】 $\because x^2 + kx + 12 = (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$,

$\therefore$ 比较系数, 得 $ab=12$, $a+b=k$,

$\because a, b$ 为整数, 且 $ab=12$,

$\therefore$ 所有整数对 (a, b) 为:

$(1, 12)$, $k=13$;

$(2, 6)$, $k=8$;

$(3, 4)$, $k=7$;

$(-1, -12)$, $k=-13$;

$(-2, -6)$, $k=-8$;

$(-3, -4)$, $k=-7$.

(其余对为重复值, 略)

$\therefore k$ 的可能值为 $13, 8, 7, -13, -8, -7$.

选项 A.6 不在可能值中, 故不可能.

5. (23-24 七年级上·上海浦东新·期末) 下列说法正确的是()

A. $4xy - 2\pi^2x^2 + x^2$ 是四次三项式

B. 若 $2^m = 3$, $2^n = 9$, 则 $2^{3m-n} = 1$

C. $x^2 - x + \frac{1}{4}$ 是完全平方式

D. 把分式 $\frac{3xy}{x+y}$ 的分子和分母中的 x 和 y 同时

扩大 2 倍, 分式的值不变

【答案】C

【知识点】利用分式的基本性质判断分式值的变化、求完全平方式中的字母系数、同底数幂的除法运算、幂的乘方运算

【分析】本题考查多项式的定义, 幂的乘方和同底数幂的除法, 完全平方式, 分式的性质等知识, 根据多项式的定义判断 A 选项, 根据幂的乘方和同底数幂的除法判断 B 选项, 根据完全平方式的定义判断 C 选项, 利用分式的性质判断 D, 掌握相关知识点是解题的关键.

【详解】解: A、 $4xy - 2\pi^2x^2 + x^2$ 是两次多项式, 此选项错误, 不符合题意;

B、由于 $2^m = 3$, $2^n = 9$, 故 $2^{3m-n} = 2^{3m} \div 2^n = (2^m)^3 \div 2^n = 3^3 \div 9 = 3$, 此选项错误, 不符合题意;

C、 $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ，是完全平方式，此选项正确，符合题意；

D、把分式 $\frac{3xy}{x+y}$ 的分子和分母中的 x 和 y 同时扩大2倍，可得： $\frac{3 \times 2x \cdot 2y}{2x+2y} = 2 \cdot \frac{3xy}{x+y}$ ，故分式的值扩大两倍，此选项错误，不符合题意；

故选：C.

6. (24-25 七年级·上海·期末) 下表是学习分式方程应用时，老师提出的问题和两名同学用两种方法列出的正确方程.

问题：甲、乙两地相距1400km，搭乘高铁列车从甲地到乙地比搭乘普通列车少用9小时，已知高铁列车的平均行驶速度是普通列车的2.8倍.	小明： $\frac{1400}{x} - \frac{1400}{2.8x} = 9$ 小红： $\frac{1400}{y} = 2.8 \times \frac{1400}{y+9}$
--	--

下列判断正确的是（ ）

- A. 小明假设的未知数是高铁列车的平均速度
- B. 高铁列车的平均速度为100千米/时
- C. 小红假设的未知数是搭乘普通列车从甲地到乙地的时间
- D. 普通列车从甲地到乙地的时间是14个小时

【答案】D

【知识点】分式方程的行程问题

【分析】本题考查分式方程的应用，关键是理解路程、速度、时间的关系，并通过方程求解，小明的方程中未知数 x 是普通列车的速度，小红的方程中未知数 y 是高铁的时间；通过求解方程可得普通列车时间为14小时，理解题意，找准等量关系是解此题的关键.

【详解】解：小明的方程为 $\frac{1400}{x} - \frac{1400}{2.8x} = 9$ ，根据时间=路程÷速度，可得 $\frac{1400}{x}$ 表示乘普通列车从甲地到乙地的时间， $\frac{1400}{2.8x}$ 表示乘高铁从甲地到乙地的时间，故 x 表示普通列车速度，故A错误；

解方程 $\frac{1400}{x} - \frac{1400}{2.8x} = 9$ 可得 $x = 100$ ，故高铁列车的平均速度为 $2.8x = 280$ 千米/时；故B错误；

小红的方程为 $\frac{1400}{y} = 2.8 \times \frac{1400}{y+9}$ ，其中 $\frac{1400}{y}$ 表示乘高铁列车从甲地到乙地的速度， $\frac{1400}{y+9}$ 表示乘普通列车从甲地到乙地的速度，故小红假设的未知数 y 是搭乘高铁列车从甲地到乙地的时

间，故 C 错误；

解 $\frac{1400}{y} = 2.8 \times \frac{1400}{y+9}$ 可得： $y = 5$ ，

$\therefore y+9 = 14\text{h}$ ，即普通列车从甲地到乙地的时间是 14 个小时，故 D 正确；

故选：D.

二、填空题

7. (23-24 七年级·上海·月考) 计算： $(\sqrt{3}-1)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 10

【知识点】 负整数指数幂、零指数幂

【分析】 本题考查零次幂、负整数次幂，根据任何非 0 数的零次幂等于 1， $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$ 进行计算即可.

【详解】 解： $(\sqrt{3}-1)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$
 $= 1 + \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}$
 $= 1 + 9$
 $= 10,$

故答案为：10.

8. (23-24 七年级上·上海普陀·期中) 将多项式 $-2x^2y + xy^2 + 6 - 5x^3y^3$ 按字母 x 升幂排列： $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $6 + xy^2 - 2x^2y - 5x^3y^3$

【知识点】 将多项式按某个字母升幂（降幂）排列

【分析】 按字母 x 升幂排列即按照字母 x 次数从低到高进行排序，据此求解即可.

【详解】 解：将多项式 $-2x^2y + xy^2 + 6 - 5x^3y^3$ 按字母 x 升幂排列为：

$$6 + xy^2 - 2x^2y - 5x^3y^3,$$

故答案为： $6 + xy^2 - 2x^2y - 5x^3y^3$

【点睛】 本题主要考查了多项式的升幂排列，熟知升幂排列的定义是解题的关键.

9. (25-26 七年级上·上海松江·期中) 若关于 x 的整式 $(m+4)x^{|m|}+x^2$ 是关于 x 的四次二项式, 则 $m =$ _____.

【答案】

4

【知识点】多项式的项、项数或次数

【分析】本题主要考查了多项式的项和次数, 根据四次二项式的定义, 多项式的次数为 4, 且项数为 2, 解答即可.

【详解】解: $\because$ 多项式 $(m+4)x^{|m|}+x^2$ 是关于 x 的四次二项式,

$\therefore |m|=4$, 且 $m+4 \neq 0$,

解得 $m = \pm 4$, $m \neq -4$,

$\therefore m = 4$.

故答案为: 4.

10. (24-25 七年级·上海·模拟) 分解因式: $y^2-x^2-4x-4 =$ _____.

【答案】 $(y+x+2)(y-x-2)$

【知识点】综合提公因式和公式法分解因式

【分析】将原式变形为 $y^2-(x^2+4x+4)$, 再根据平方差公式即可求解.

【详解】解: y^2-x^2-4x-4

$= y^2-(x^2+4x+4)$

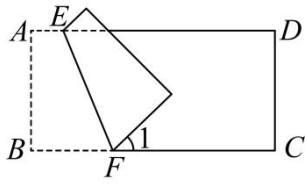
$= y^2-(x+2)^2$

$= (y+x+2)(y-x-2)$,

故答案为: $(y+x+2)(y-x-2)$.

【点睛】本题主要考查平方差公式的应用, 掌握提取公因式法和乘法公式进行因数分解是解题的关键.

11. (24-25 七年级上·上海·月考) 如图, 把长方形 $ABCD$ 沿 EF 对折, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle BFE =$ _____.

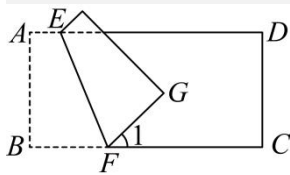


【答案】 $65^\circ/65$ 度

【知识点】 折叠问题

【分析】 本题主要考查折叠的性质，根据折叠的性质，得 $\angle BFE = \angle EFG$ ，然后根据平角的定义计算即可.

【详解】 解：如图，根据折叠的性质，



可得 $\angle BFE = \angle EFG$,

$$\because \angle BFE + \angle EFG + \angle 1 = 180^\circ, \quad \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BFE + 50^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = 65^\circ,$$

故答案为： 65° .

12. (24-25 七年级上·上海浦东新·期中) 若 $2^x \cdot 2^{2x+1} = 16$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【知识点】 同底数幂相乘

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法法则，根据题意得出 $2^{3x+1} = 2^4$ ，即可求解.

【详解】 解： $\because 2^x \cdot 2^{2x+1} = 2^{3x+1} = 16 = 2^4$

$$\therefore 3x+1=4,$$

解得： $x=1$,

故答案为： 1.

13. (23-24 七年级上·上海金山·期末) 如果 $x^2 - mxy + 4y^2$ 是完全平方式，那么 m 的值是_____.

【答案】 ± 4

【知识点】 求完全平方式中的字母系数

【分析】 本题主要考查了完全平方式的定义，根据完全平方式的定义解答即可.

【详解】解：∵ $x^2 - mxy + 4y^2$ 是完全平方式，

∴ $-m = \pm 4$ ，即 $m = \pm 4$

故答案为： ± 4 .

14. (25-26 七年级上·上海·期中) 已知关于 x 的方程 $\frac{a+x}{x+1} - 3 = 0$ 的根是负数，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a < 3$ 且 $a \neq 1$

【知识点】 根据分式方程解的情况求值

【分析】 本题考查根据分式方程的解情况求参数，将原方程去分母并解得 x 的值，然后根据题意得到关于 a 的不等式，解不等式即可.

【详解】解：原方程去分母并整理得： $a + x - 3x - 3 = 0$,

解得： $x = \frac{a-3}{2}$

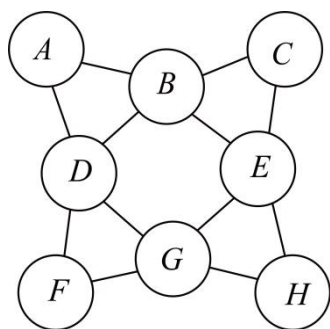
∵ 原方程的根是负数，

∴ $\frac{a-3}{2} < 0$ 且 $\frac{a-3}{2} \neq -1$,

解得： $a < 3$ 且 $a \neq 1$,

故答案为： $a < 3$ 且 $a \neq 1$.

15. (24-25 七年级上·上海·期中) 幻方是一类数字方阵，是流行于欧亚的世界性文化，在如图所示的图形中，每个字母分别代表不同的代数式，每个三角形的三个顶点上的代数式之和都与中间正方形四个顶点上的代数式之和相等，若 $A = 2n - 1$, $C = 4n + 1$, $F = 2n$, 则 $H =$ _____.



【答案】 $4n + 2$

【知识点】 整式加减的应用

【分析】 先表示 $E = A + D - C = D - 2n - 2$, $G = A + B - F = 2n - 1 + B - 2n = B - 1$, 再利用 $H = A + B + D - G - E$ 可得答案.

【详解】解： $\because A = 2n - 1, C = 4n + 1, F = 2n,$

$$\therefore A + B + D = C + B + E = F + D + G,$$

$$\therefore E = A + D - C = 2n - 1 + D - 4n - 1 = D - 2n - 2,$$

$$G = A + B - F = 2n - 1 + B - 2n = B - 1,$$

$$\therefore A + B + D = H + G + E,$$

$$\therefore H = A + B + D - G - E$$

$$= 2n - 1 + B + D - (B - 1) - (D - 2n - 2)$$

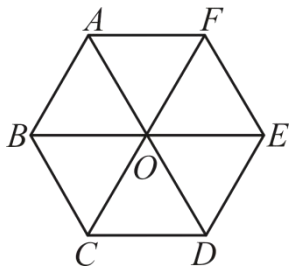
$$= 4n + 2$$

故答案为： $4n + 2$.

【点睛】 本题考查幻方，整式的加减运算，解题的关键是根据幻方的特点，列方程得到

$$E = D - 2n - 2, G = B - 1.$$

16. (2024 七年级上·上海·专题练习) 如图，正六边形 $ABCDEF$ 是由边长为 2 厘米的六个等边三角形拼成，那么图中



(1) 三角形 AOB 沿着_____方向平移_____厘米能与三角形 FEO 重合；

(2) 三角形 AOB 绕着点_____顺时针旋转_____度后能与三角形 EOF 重合；

(3) 三角形 AOB 沿着 BE 所在直线翻折后能与_____重合；

(4) 写一对中心对称的三角形：_____.

【答案】 射线 BO 2 O 120 $\triangle COB$ AOB 与 $\triangle DOE$

【知识点】 利用平移的性质求解、根据成轴对称图形的特征进行求解、根据旋转的性质求解、成中心对称

【分析】 (1) 根据平移的性质解答即可；

(2) 根据旋转的定义，结合图形即可得出答案；

(3) 根据轴对称的定义，结合图形可得出翻折后与 $\triangle CBO$ 重合；

(4) 根据中心对称的定义，结合图形写出一对即可.

【详解】 解： (1) $\because \triangle AOB$ 经过平移得到 $\triangle FEO$,

$\therefore$ 平移的方向是沿着射线 BO 方向, 点 A 与点 F 是一组对应点,

$\therefore$ 平移的距离为 AF 的长,

$\therefore \triangle AOF$ 是边长为 2 厘米的等边三角形,

$\therefore AF = 2$ 厘米,

$\therefore$ 三角形 AOB 沿着射线 BO 的方向平移 2 厘米能与三角形 FEO 重合,

故答案为: 射线 BO , 2;

(2) 三角形 AOB 绕着点 O 顺时针旋转 120° 后能与三角形 EOF 重合,

故答案为: O 、 120° ;

(3) 三角形 AOB 沿着 BE 所在直线翻折后能与 $\triangle COB$ 重合,

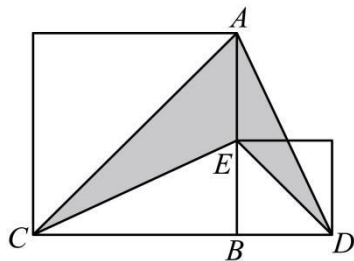
故答案为: $\triangle COB$;

(4) AOB 与 $\triangle DOE$ 是中心对称的两个三角形,

故答案为: AOB 与 $\triangle DOE$ (答案不唯一).

【点睛】本题考查了几何变换的类型, 涉及的知识点有: 图形的平移、旋转、轴对称、中心对称, 属于基础题, 熟练掌握几种变换的定义和特点是解题的关键.

17. (24-25 七年级·上海·期中) 如图, 大正方形边长为 a , 小正方形边长为 b , 大正方形与小正方形的面积之差是 30, 则阴影部分的面积是 _____.



【答案】15

【知识点】平方差公式与几何图形

【分析】由题意得出 $a^2 - b^2 = 30$, 再根据阴影部分的面积等于 $S_{\triangle AEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}(a-b)(a+b)$

即可得出结果.

【详解】解: 由题意得, $a^2 - b^2 = 30$, $AB = BC = a$, $BE = BD = b$,

$\therefore AE = a - b$,

$\therefore$ 阴影部分的面积等于 $S_{\triangle AEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}(a-b)(a+b) = \frac{1}{2}(a^2 - b^2) = 15$,

故答案为: 15.

【点睛】本题考查平方差公式和几何图形的面积. 熟练掌握平方差公式, 是解题的关键.

18. (25-26 七年级上·上海·月考) 某工程, 甲队独做所需天数是乙、丙两队合作所需天数的 a 倍, 乙队独做所需天数是甲、丙两队合作所需天数的 b 倍, 丙队独做所需天数是甲、乙两队合作所需天数的 c 倍, 则 $\frac{1}{2a+2} + \frac{1}{2b+2} + \frac{1}{2c+2}$ 的值是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}/0.5$

【知识点】分式化简求值、分式方程的工程问题

【分析】本题考查分式方程在工程问题中的应用及分式的加法运算, 通过设甲、乙、丙单独完成工程所需天数, 利用工作效率与工作时间的关系, 推导出 a, b, c 的表达式, 进而计算给定分式的值.

【详解】解: 设甲、乙、丙单独完成这项工程各需 x 天、 y 天、 z 天,

根据题意, 甲队独做所需天数是乙、丙两队合作所需天数的 a 倍, 乙、丙合作所需天数为

$$\frac{1}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = \frac{yz}{y+z},$$

$$\text{所以 } x = a \cdot \frac{yz}{y+z},$$

$$\text{整理得 } a = \frac{x(y+z)}{yz} = \frac{xy+xz}{yz},$$

$$\text{于是 } a+1 = \frac{xy+xz+yz}{yz},$$

$$\text{因此 } \frac{1}{a+1} = \frac{yz}{xy+yz+xz},$$

$$\text{同理, } \frac{1}{b+1} = \frac{xz}{xy+yz+xz}, \quad \frac{1}{c+1} = \frac{xy}{xy+yz+xz},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = \frac{yz+xz+xy}{xy+yz+xz} = 1,$$

给定表达式

$$\frac{1}{2a+2} + \frac{1}{2b+2} + \frac{1}{2c+2} = \frac{1}{2(a+1)} + \frac{1}{2(b+1)} + \frac{1}{2(c+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

三、解答题

19. (24-25 七年级·上海·作业) 化简:

$$(1) (-2x^2y)^3 \div (2y) \cdot \frac{1}{2}y^2$$

$$(2) (21x^4y^3 - 35x^3y^2 + 7x^2y^2) \div (-7x^2y)$$

$$(3) (2x-1)^2 - (2x+5)(2x-5).$$

【答案】(1) $-2x^6y^4$

$$(2) -3x^2y^2 + 5xy - y$$

$$(3) -4x + 26$$

【知识点】多项式除以单项式、积的乘方运算、运用平方差公式进行运算、运用完全平方公式进行运算

【分析】(1) 先计算积的乘方运算，再计算单项式的除法运算，最后计算单项式的乘法运算即可；

(2) 把多项式中的每一项分别除以单项式即可；

(3) 先按照完全平方公式与平方差公式进行整式的乘法运算，再合并同类项即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】(1) 解: } & (-2x^2y)^3 \div (2y) \cdot \frac{1}{2}y^2 \\ & = -8x^6y^3 \div (2y) \cdot \frac{1}{2}y^2 \\ & = -4x^6y^2 \cdot \frac{1}{2}y^2 \\ & = 2x^6y^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 解: } & (21x^4y^3 - 35x^3y^2 + 7x^2y^2) \div (-7x^2y) \\ & = -3x^2y^2 + 5xy - y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) 解: } & (2x-1)^2 - (2x+5)(2x-5) \\ & = 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 25 \\ & = -4x + 26 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查的是积的乘方运算，单项式除以单项式，多项式除以单项式，单项式的乘法，完全平方公式与平方差公式的应用，掌握以上基础运算的运算法则是解本题的关键.

20. (24-25 七年级·上海·期末) 解分式方程:

$$(1) \frac{2}{2x+1} = \frac{3}{x-1}$$

$$(2) \frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{1-x^2} = 1$$

【答案】(1) $x = -\frac{5}{4}$

(2) 原方程无解

【知识点】解分式方程（化为一元一次）

【分析】(1) 把原方程化为 $2x-2=6x+3$ ，再解整式方程，然后进行检验确定原方程的解；

(2) 把原方程化为 $x^2+2x+1-4=x^2-1$ ，再解整式方程，然后进行检验确定原方程的

【详解】(1) 解：方程两边同时乘以 $(2x+1)(x-1)$ 得

$$2x-2=6x+3,$$

解得 $x = -\frac{5}{4}$.

检验：把 $x = -\frac{5}{4}$ 代入 $(2x+1)(x-1) \neq 0$

$\therefore x = -\frac{5}{4}$ 是原方程的根.

(2) 解：原方程可化为 $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{(x+1)(x-1)} = 1$

方程两边同时乘以 $(x+1)(x-1)$ 得

$$x^2+2x+1-4=x^2-1,$$

解得 $x=1$

检验：把 $x=1$ 代入 $(x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=1$ 是增根，舍去

$\therefore$ 原方程无解.

【点睛】本题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

21. (24-25 七年级上·上海·期末) 云南苹果含糖量高，风味浓，肉质脆，比较细嫩，美味可口，今年李叔叔家种植的昭通苹果又获得丰收，先人工采摘了1800公斤苹果，然后引入采摘机器采摘了5400公斤，已知机器采摘的效率（单位：公斤/天）是人工采摘效率的5倍，机器采摘用时比人工采摘还少2天

(1) 求机器采摘苹果的效率；

(2) 李叔叔把这两次采摘的苹果批发给销售商，批发单价为15元/公斤，单独人工采摘费用为每天500元，引入采摘机器后人工和机器合计每天900元，求除去采摘费用，获得的利润为多少元？

【答案】(1) 2250 公斤/天

(2) 104200 元

【知识点】有理数加减混合运算的应用、分式方程的经济问题

【分析】本题考查了分式方程的应用，正确理解题意是解题关键.

(1) 设人工采摘效率为 x 公斤/天, 则机器采摘效率为 $5x$ 公斤/天, 由题意得: $\frac{1800}{x} - 2 = \frac{5400}{5x + x}$,

据此即可求解;

(2) 由 (1) 计算出单独人工采摘和引入采摘机器后人工和机器采摘的天数即可求解;

【详解】(1) 解: 设人工采摘效率为 x 公斤/天, 则机器采摘效率为 $5x$ 公斤/天,

由题意得: $\frac{1800}{x} - 2 = \frac{5400}{5x + x}$,

解得: $x = 450$;

经检验, $x = 450$ 是原分式方程的解,

$\therefore 5x = 2250$,

$\therefore$ 机器采摘苹果的效率和为 2250 公斤/天;

(2) 解: $15 \times (1800 + 5400) - 500 \times \frac{1800}{450} - 900 \times \frac{5400}{5 \times 450 + 450} = 104200$,

$\therefore$ 除去采摘费用, 获得的利润为 104200 元

22. (25-26 八年级上·上海·期中) 解关于 x 的方程: $\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+5}{x+4} = \frac{x+3}{x+2} + \frac{x+4}{x+3}$.

【答案】 $x = -\frac{5}{2}$

【知识点】解分式方程 (化为一元一次)

【分析】本题主要考查解分式方程, 灵活掌握解方程的方法是做题的关键. 根据方程的构成发现规律, 将原方程变形再计算即可.

【详解】解: 原方程变形得, $1 + \frac{1}{x+1} + 1 + \frac{1}{x+4} = 1 + \frac{1}{x+2} + 1 + \frac{1}{x+3}$,

化简得, $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$,

$\therefore \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}$,

$\therefore \frac{(x+2)-(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x+4)-(x+3)}{(x+3)(x+4)}$,

$\therefore \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{(x+3)(x+4)}$,

$\therefore (x+1)(x+2) = (x+3)(x+4)$,

即 $x^2 + 3x + 2 = x^2 + 7x + 12$,

解得, $x = -\frac{5}{2}$,

经检验, $x = -\frac{5}{2}$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解为 $x = -\frac{5}{2}$.

23. (24-25 七年级上·上海·期末) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-6a+9}{a-2} \div \left(a+2+\frac{5}{2-a}\right)$, 其中 a 是不大于 3 的正整数.

【答案】 $\frac{a-3}{a+3}$, $-\frac{1}{2}$

【知识点】 分式化简求值

【分析】 本题考查了分式的化简求值问题. 注意 $a-2 \neq 0, (a+3)(a-3) \neq 0$, 取合适的值即可求解;

【详解】 解: 原式 $= \frac{(a-3)^2}{a-2} \div \left(a+2-\frac{5}{a-2}\right)$

$$= \frac{(a-3)^2}{a-2} \div \frac{(a+3)(a-3)}{a-2}$$

$$= \frac{(a-3)^2}{a-2} \times \frac{a-2}{(a+3)(a-3)}$$

$$= \frac{a-3}{a+3}$$

$$\because a-2 \neq 0, (a+3)(a-3) \neq 0,$$

$$\therefore a \neq 2 \text{ 且 } a \neq 3 \text{ 且 } a \neq -3,$$

$\therefore a$ 是不大于 3 的正整数.

$$\therefore a = 1,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}$$

24. (24-25 七年级上·上海宝山·期中) 已知 $x \neq 1$, 计算:

$$(1+x)(1-x) = 1-x^2, \quad (1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3, \quad (1-x)(1+x+x^2+x^3) = 1-x^4.$$

(1) 观察以上各式并猜想: $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) = \underline{\quad}$. (n 为正整数)

(2) 根据你的猜想, 计算:

$$\textcircled{1} (1-2)(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\textcircled{2} 2+2^2+2^3+\cdots+2^n = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n \text{ 为正整数}).$$

$$\textcircled{3} (x-1)(x^{99}+x^{98}+x^{97}+\cdots+x^2+x+1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 (1) $1-x^{n+1}$

(2) ① -63 , ② $2^{n+1}-2$, ③ $x^{100}-1$

【知识点】 已知字母的值，求代数式的值、多项式乘法中的规律性问题

【分析】 此题考查了代数式求值及多项式乘多项式规律问题.

(1) 根据题意易得 $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) = 1-x^{n+1}$;

(2) ①把 $n=5$, $x=2$ 代入 (1) 中规律计算即可;

②把 $x=2$ 代入 (1) 中规律计算即可;

③把 $n=99$ 代入 (1) 中规律计算即可;.

【详解】 (1) 解: $(1+x)(1-x) = 1-x^2$,

$$(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3,$$

$$(1-x)(1+x+x^2+x^3) = 1-x^4$$

$$\therefore (1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) = 1-x^{n+1};$$

故答案为: $1-x^{n+1}$;

(2) 解: ①把 $n=5$, $x=2$ 代入 $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) = 1-x^{n+1}$ 可得

$$(1-2)(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5) = 1-2^6 = 1-64 = -63;$$

②把 $x=2$ 代入 $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) = 1-x^{n+1}$ 可得 $(1-2)(1+2+2^2+\cdots+2^n) = 1-2^{n+1}$,

$$\therefore -(1+2+2^2+\cdots+2^n) = 1-2^{n+1},$$

$$\therefore 1+2+2^2+\cdots+2^n = 2^{n+1}-1,$$

$$\therefore 2+2^2+\cdots+2^n = 2^{n+1}-2;$$

③把 $n=99$ 代入 $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) = 1-x^{n+1}$ 可得 $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^{99}) = 1-x^{100}$,

$$\therefore (x-1)(x^{99}+x^{98}+x^{97}+\cdots+x^2+x+1) = x^{100}-1.$$

故答案为: -63 , $2^{n+1}-2$, $x^{100}-1$.

25. (24-25 七年级上·上海·期末) 阅读下面的材料, 并解答后面的问题.

材料: 将分式 $\frac{3x^2+4x-1}{x+1}$ 拆分成一个整式与一个分式 (分子为整数) 的和 (差) 的形式.

解: 由分母为 $x+1$, 可设 $3x^2+4x-1=(x+1)(3x+a)+b$.

因为 $(x+1)(3x+a)+b=3x^2+ax+3x+a+b=3x^2+(a+3)x+a+b$,

所以 $3x^2+4x-1=3x^2+(a+3)x+a+b$.

所以 $\begin{cases} a+3=4 \\ a+b=-1 \end{cases}$, 解之, 得 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$.

所以 $\frac{3x^2+4x-1}{x+1}=\frac{(x+1)(3x+1)-2}{x+1}=\frac{(x+1)(3x+1)}{x+1}-\frac{2}{x+1}=3x+1-\frac{2}{x+1}$

这样, 分式 $\frac{3x^2+4x-1}{x+1}$ 就被拆分成了一个整式 $3x+1$ 与一个分式 $\frac{2}{x+1}$ 的差的形式.

(1) 请将分式 $\frac{2x^2+3x+6}{x-1}$ 拆分成一个整式与一个分式 (分子为整数) 的和 (差) 的形式;

(2) 请将分式 $\frac{5x^4+9x^2-3}{x^2+2}$ 拆分成一个整式与一个分式 (分子为整数) 的和 (差) 的形式.

【答案】 (1) $\frac{2x^2+3x+6}{x-1}=2x+5+\frac{11}{x-1}$

(2) $\frac{5x^4+9x^2-3}{x^2+2}=5x^2-1-\frac{1}{x^2+2}$

【知识点】 构造二元一次方程组求解、分式加减混合运算、计算多项式乘多项式

【分析】 本题考查了分式的加减法, 解决本题的关键是理解阅读材料内容, 并会运用.

(1) 根据阅读材料内容进行拆分: 由分母为 $x-1$, 可设 $2x^2+3x+6=(x-1)(2x+a)+b$ 计算即可;

(2) 根据阅读材料进行拆分: 由分母为 x^2+2 , 可设 $5x^4+9x^2-3=(x^2+2)(5x^2+a)+b$ 进行计算即可.

【详解】 (1) 解: 由分母为 $x-1$, 可设 $2x^2+3x+6=(x-1)(2x+a)+b$,

因为 $(x-1)(2x+a)+b=2x^2+ax-2x-a+b=2x^2+(a-2)x-a+b$,

所以 $2x^2+3x+6=2x^2+(a-2)x-a+b$,

$\therefore \begin{cases} a-2=3 \\ -a+b=6 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} a=5 \\ b=11 \end{cases},$$

$$\begin{aligned} & \backslash \frac{2x^2+3x+6}{x-1} \\ &= \frac{(x-1)(2x+5)+11}{x-1} \\ &= 2x+5+\frac{11}{x-1}; \end{aligned}$$

(2) 由分母为 x^2+2 , 可设 $5x^4+9x^2-3=(x^2+2)(5x^2+a)+b$,

$$\text{因为 } (x^2+2)(5x^2+a)+b$$

$$= 5x^4+ax^2+10x^2+2a+b$$

$$= 5x^4+(a+10)x^2+2a+b,$$

$$\text{所以 } 5x^4+9x^2-3=5x^4+(a+10)x^2+2a+b,$$

$$\therefore \begin{cases} a+10=9 \\ 2a+b=-3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases},$$

$$\begin{aligned} & \backslash \frac{5x^4+9x^2-3}{x^2+2} \\ &= \frac{(x^2+2)(5x^2-1)-1}{x^2+2} \\ &= 5x^2-1-\frac{1}{x^2+2}. \end{aligned}$$