

2025-2026 学年七年级上学期期末模拟卷 01

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

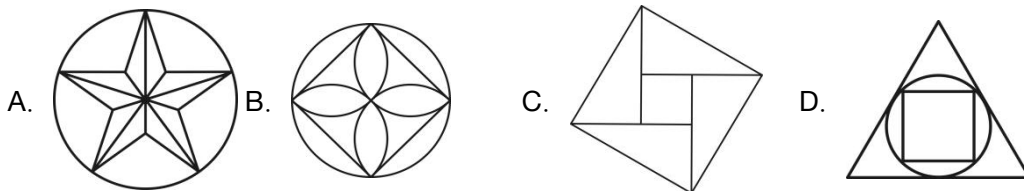
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材七年级上册 (整式加减+整式乘除+因式分解+分式+图形的运动)。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



【答案】B

【详解】解: A、此图形是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故该选项不符合题意;

B、此图形是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故该选项符合题意;

C、此图形不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故该选项不符合题意;

D、此图形是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故该选项不符合题意.

故选: B.

2. 下列变形属于因式分解的是 ()

A. $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

B. $(-2x+3y)(2x+3y) = -4x^2 + 9y^2$

C. $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$

D. $3x^2y - xy = xy(3x-1)$

【答案】D

【详解】解：A、 $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$ ，不属于因式分解，不符合题意；

B、 $(-2x+3y)(2x+3y) = -4x^2 + 9y^2$ ，是整式的乘法运算，不属于因式分解，不符合题意；

C、 $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$ ，不属于因式分解，不符合题意；

D、 $3x^2y - xy = xy(3x-1)$ ，属于因式分解，符合题意；

故选：D。

3. 对于分式 $\frac{3xy}{3x-y}$ ，当 x 、 y 都扩大到原来的3倍时，分式的值（ ）

A. 不变

B. 扩大到原来的3倍

C. 扩大到原来的9倍

D. 不能确定

【答案】B

【详解】解：分式 $\frac{3xy}{3x-y}$ ，当 x 、 y 都扩大到原来的3倍，

$$\therefore \text{扩大后的分式为} = \frac{3 \cdot (3x) \cdot (3y)}{3 \cdot (3x) - 3y} = \frac{27xy}{3(3x-y)} = 3 \cdot \frac{3xy}{3x-y},$$

$\therefore$ 扩大到原来的3倍，

故选：B。

4. 下列计算结果正确的是（ ）

A. $(-a^5)^{-4} = -a^{-20}$

B. $3a^3 - 2a^2 = a$

C. $a^6 \div 2a^3 = \frac{1}{2}a^3$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【答案】C

【详解】解：A、 $(-a^5)^{-4} = a^{-20} \neq -a^{-20}$ ，故本选项不符合题意；

B、 $3a^3$ 与 $2a^2$ 是同类项，不能合并，故本选项不符合题意；

C、 $a^6 \div 2a^3 = \frac{1}{2}a^3$ ，故本选项符合题意；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq a^2 + b^2$ ，故本选项不符合题意；

故选：C。

5. 现有一杯浓度为30%的食盐水 500g，要将食盐水浓度提升到40%，需要加入多少克食盐？如果设要加入 x 克食盐，那么根据题意可列出的方程是（ ）

A. $\frac{x}{500} = 40\%$

B. $\frac{x}{500+x} = 40\%$

C. $\frac{500 \times 30\% + x}{500} = 40\%$

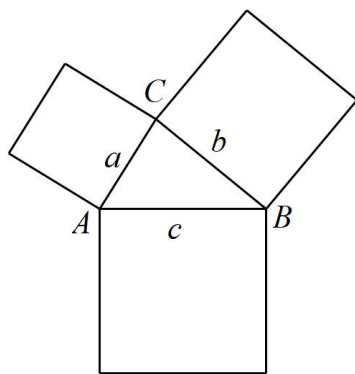
D. $\frac{500 \times 30\% + x}{500+x} = 40\%$

【答案】D

【详解】解：由题意得： $\frac{500 \times 30\% + x}{500+x} = 40\%$,

故选：D.

6. 根据整式与整式相乘，可以得到等式： $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$. 试利用这个等式解决以下问题：如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，分别以 AC 、 BC 、 AB 为边向外侧作正方形. 如果 AC 、 BC 、 AB 的长分别是 a 、 b 、 c ，且 $a+b+c=12$ ， $ab+ac+bc=37$ ，那么这三个正方形的面积和是 ()



A. 70

B. 107

C. 60

D. 83

【答案】A

【详解】解：由公式得： $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc) = 12^2 - 2 \times 37 = 70$,

$\therefore$ 这三个正方形的面积和是 70,

故选：A.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分)

7. 计算 $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^3$ 的结果是_____.

【答案】 $-\frac{8}{27}x^3y^6$

【详解】解： $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^3 = -\frac{8}{27}x^3y^6$,

故答案为: $-\frac{8}{27}x^3y^6$.

8. 化简: $3x^2y - x^2y - z^4 - 2yx^2 + z^4 =$ _____.

【答案】 0

【详解】解: $3x^2y - x^2y - z^4 - 2yx^2 + z^4$
 $= (3x^2y - x^2y - 2yx^2) + (z^4 - z^4)$
 $= 0 + 0$
 $= 0,$

故答案为: 0.

9. 计算: $\frac{a}{a^2-1} + \frac{1}{1-a^2} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{a+1}$

【详解】解: $\frac{a}{a^2-1} + \frac{1}{1-a^2}$
 $= \frac{a}{a^2-1} - \frac{1}{a^2-1}$
 $= \frac{a}{(a+1)(a-1)} - \frac{1}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{a-1}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{1}{a+1}.$

故答案为: $\frac{1}{a+1}$.

10. 计算 $(a-b+c)^2 =$ _____.

【答案】 $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

【详解】原式 $= [(a-b) + c]^2$
 $= (a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2.$

故答案为: $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

11. 计算: $\left(\frac{2}{3}m^6 + \frac{3}{4}m^4 - \frac{5}{6}m^3\right) \div \frac{1}{12}m^3 =$ _____.

【答案】 $8m^3 + 9m - 10$

【详解】解： $\left(\frac{2}{3}m^6 + \frac{3}{4}m^4 - \frac{5}{6}m^3\right) \div \frac{1}{12}m^3$
 $= \frac{2}{3}m^6 \div \frac{1}{12}m^3 + \frac{3}{4}m^4 \div \frac{1}{12}m^3 - \frac{5}{6}m^3 \div \frac{1}{12}m^3$
 $= 8m^3 + 9m - 10,$

故答案为： $8m^3 + 9m - 10$.

12. 分解因式： $x^3 - 4x^2 + 4x =$ _____.

【答案】 $x(x-2)^2$

【详解】解： $x^3 - 4x^2 + 4x = x(x^2 - 4x + 4) = x(x-2)^2,$

故答案为： $x(x-2)^2$.

13. 将 $2x^{-2}y^{-1}(x+y)$ 表示成只含正整数指数幂的形式是_____.

【答案】 $\frac{2x+2y}{x^2y}$

【详解】解： $x^{-2}y^{-1}(x+y) = \frac{2(x+y)}{x^2y} = \frac{2x+2y}{x^2y}$

故答案为： $\frac{2x+2y}{x^2y}$.

14. 已知整式 $x^2 + mx - 3$ 可以因式分解为 $(x+p)(x+q)$ ，如果 m 、 p 、 q 都为整数，那么 m 的值为_____.

【答案】 ± 2

【详解】解：由题意可得 $x^2 + mx - 3 = (x+p)(x+q),$

则 $pq = -3, \quad m = p + q,$

$\because m, p, q$ 都为整数,

$\therefore p = 1, \quad q = -3$ 或 $p = -1, \quad q = 3,$

则 $m = 1 - 3 = -2$ 或 $m = -1 + 3 = 2,$

故答案为： ± 2 .

15. 一件工作，甲单独干需 x 天全部完成，乙单独干需 y 天全部完成，若甲乙合干，需要的天数为_____.

【答案】 $\frac{xy}{x+y}$

【详解】解：把工作总量看作单位1，则

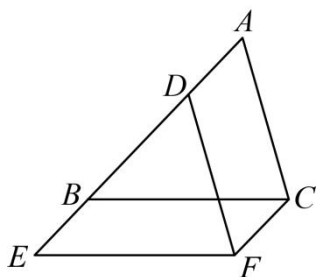
甲的工作效率是 $\frac{1}{x}$ ，乙的工作效率是 $\frac{1}{y}$ ，

$\therefore$ 甲乙的工作效率和为 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y},$

∴ 甲乙合干，需要的天数为 $1 \div \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = \frac{xy}{x+y}$.

故答案为: $\frac{xy}{x+y}$.

16. 如图，将一个周长为 a 厘米的三角形 ABC 沿射线 AB 方向平移后得到三角形 DEF ，点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 D 、 E 、 F . 连接 CF ，已知四边形 $AEFC$ 的周长为 b 厘米，那么平移的距离是_____厘米. (用含 a 、 b 的代数式表示结果).



【答案】 $\frac{b-a}{2}$

【详解】解: ∵ 将一个周长为 a 厘米的 ABC 沿射线 AB 方向平移后得到 $\triangle DEF$,

∴ $AD = BE = CF$, $BC = EF$,

∵ $\triangle ABC$ 的周长为 a 厘米,

∴ $AB + BC + AC = a$,

∵ 四边形 $AEFC$ 的周长为 b 厘米,

∴ $AB + BE + EF + CF + AC = b$, 即 $AB + BC + AC + 2BE = b$,

∴ $BE = \frac{b-a}{2}$,

即平移的距离是 $\frac{b-a}{2}$,

故答案为: $\frac{b-a}{2}$.

17. 若关于 x 的方程 $\frac{mx+1}{x-4} + 2 = \frac{1}{x-4}$ 无解，则 m 的值为_____.

【答案】 0 或 -2

【详解】解: $\frac{mx+1}{x-4} + 2 = \frac{1}{x-4}$

方程两边同时乘以 $x-4$ 得: $mx+1+2(x-4)=1$,

解得: $x = \frac{8}{m+2}$,

∴ 关于 x 的方程 $\frac{mx+1}{x-4} + 2 = \frac{1}{x-4}$ 无解,

∴ $m+2=0$ 或 $x-4=0$,

∴ $m=-2$, $x=4$,

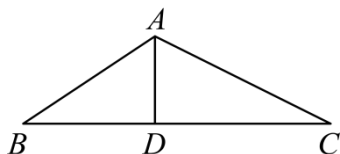
当 $x=4$ 时, $4 = \frac{8}{m+2}$,

解得: $m=0$,

综上所述: m 的值为 0 或 -2 ,

故答案为: 0 或 -2 .

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AD \perp BC$, $AD=2$, $BD=3$, $CD=4$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 D 旋转, 使得点 A 的对应点 A' 落在边 BC 上, 点 B 、 C 的对应点分别是点 B' 、 C' , 则 $\triangle A'B'C$ 的面积等于 _____.



【答案】 3 或 9

【详解】解: ∵ 点 D 在边 BC 上, $AD \perp BC$,

∴ $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$,

如图 1, 点 A' 落在线段 CD 上,

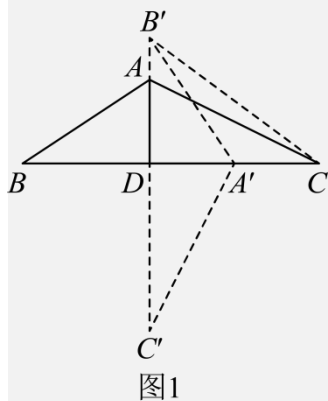


图1

由旋转得 $\angle A'DB' = \angle ADB = \angle B'DC = 90^\circ$, $B'D = BD = 3$,

∴ $B'D \perp A'C$,

∵ $CD=4$, $A'D=AD=2$,

∴ $A'C = CD - A'D = 4 - 2 = 2$,

∴ $S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$;

如图 2, 点 A' 落在线段 BD 上,

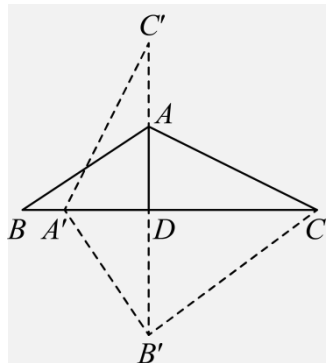


图2

由旋转得 $\angle A'DB' = \angle ADB = 90^\circ$, $B'D = BD = 3$, $A'D = AD = 2$,

$\therefore B'D \perp A'C$,

$\therefore A'C = CD + A'D = 4 + 2 = 6$,

$\therefore S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$,

综上所述, $\triangle A'B'C$ 的面积等于 3 或 9,

故答案为: 3 或 9.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 58 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (4 分) 解分式方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{x-3}{2-x} = 1$.

【详解】解: $\frac{x}{x-2} + \frac{x-3}{x-2} = 1$

$x + x - 3 = x - 2 \cdots \cdots (2 \text{ 分})$

$\therefore x = 1 \cdots \cdots (3 \text{ 分})$

经检验: $x = 1$ 是方程的解,

故原方程的解为 $x = 1 \cdots \cdots (4 \text{ 分})$

20. (4 分) 计算: $\frac{x-1}{x^2-4} \div \left(\frac{5x-4}{x-2} + 1 \right)$.

【详解】解: 原式 $= \frac{x-1}{(x+2)(x-2)} \div \frac{5x-4+x-2}{x-2}$

$= \frac{x-1}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{6(x-1)} \cdots \cdots (2 \text{ 分})$

$= \frac{1}{6x+12} \cdots \cdots (4 \text{ 分})$

21. (4 分) 因式分解: $8ax - by + 4ay - 2bx$

【详解】 $8ax - by + 4ay - 2bx$

$= 8ax + 4ay - (2bx + by) \cdots \cdots (2 \text{ 分})$

$$= 4a(2x+y) - b(2x+y) \cdots \cdots (3 \text{ 分})$$

$$= (2x+y)(4a-b). \cdots \cdots (4 \text{ 分})$$

22. (6分) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a+1}$, 其中 $a = -\frac{1}{2}$.

【详解】解: 原式 $= \left(1 - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a+1}$

$$= \left(\frac{a+1}{a+1} - \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{(a-1)^2}{a+1}$$

$$= \frac{a-1}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-1)^2}$$

$$= \frac{1}{a-1}, \cdots \cdots (4 \text{ 分})$$

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= \frac{1}{a-1} = -\frac{2}{3}$. $\cdots \cdots (6 \text{ 分})$

23. (6分) 先化简, 再求值: $(ab+1)(ab-2) - 2a^2b^2 + 2ab$, 其中, $a = \frac{3}{5}$, $b = -\frac{10}{7}$.

【详解】解: $[(ab+1)(ab-2) - 2a^2b^2 + 2ab] \div \left(-\frac{1}{2}ab\right)$

$$= [a^2b^2 - 2ab + ab - 2 - 2a^2b^2 + 2] \div \left(-\frac{1}{2}ab\right)$$

$$= (a^2b^2 - ab - 2a^2b^2) \div \left(-\frac{1}{2}ab\right)$$

$$= (-a^2b^2 - ab) \div \left(-\frac{1}{2}ab\right)$$

$$= (-a^2b^2) \div \left(-\frac{1}{2}ab\right) + (-ab) \div \left(-\frac{1}{2}ab\right)$$

$$= 2ab + 2 \cdots \cdots (4 \text{ 分})$$

将 $a = \frac{3}{5}$, $b = -\frac{10}{7}$ 代入上式:

$$2 \times \frac{3}{5} \times \left(-\frac{10}{7}\right) + 2$$

$$= 2 \times \left(-\frac{6}{7}\right) + 2$$

$$= -\frac{12}{7} + \frac{14}{7}$$

$$= \frac{2}{7}. \cdots \cdots (6 \text{ 分})$$

24. (10分) (1) 已知 $a+b=-7$, $ab=12$, 求 $(a-b)^2$ 的值.

(2) 已知 $a+b-c=5$, $a-b+c=-3$, 求 $a^2-b^2+2bc-c^2$ 的值.

【详解】解： $\because a+b=-7, ab=12,$

$$\therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = (-7)^2 - 4 \times 12 = 1; \dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$(2) \because a+b-c=5, a-b+c=-3,$$

$$\therefore a^2 - b^2 + 2bc - c^2$$

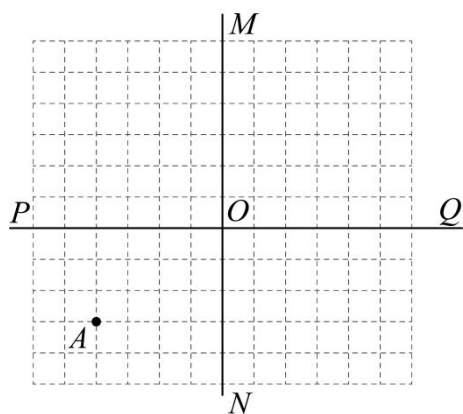
$$= a^2 - (b-c)^2$$

$$= [a - (b-c)][a + (b-c)]$$

$$= (a-b+c)(a+b-c)$$

$$= -3 \times 5 = -15. \dots\dots (10 \text{ 分})$$

25. (12 分) 作图题 (保留作图痕迹, 不必写出画法):

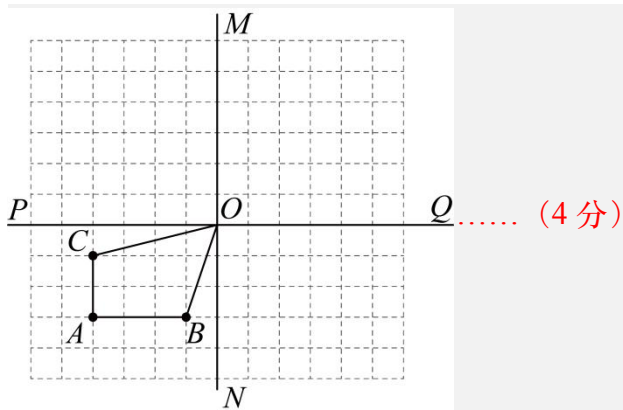


(1) 将点 A 向右平移 3 个单位可到达点 B , 将点 A 向上平移 2 个单位可到达点 C , 标出点 B 、点 C , 并连接 AB 、 AC 、 OB 和 OC ;

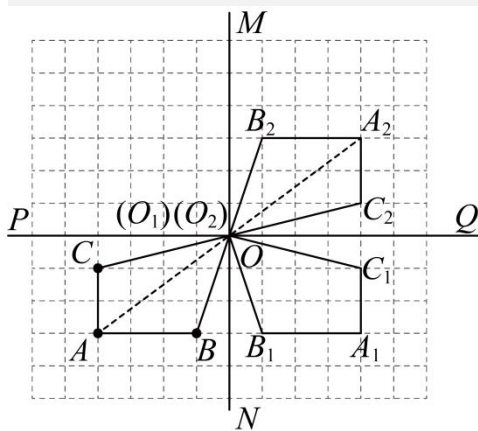
(2) 在方格图中分别画出四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$, 使四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $OBAC$ 关于直线 MN 成轴对称; 四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 和四边形 $OBAC$ 关于点 O 成中心对称;

(3) 四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 有没有对称关系? 如果有, 成怎样的对称关系?

【详解】(1) 解: 如图, 点 B 、点 C , AB 、 AC 、 OB 和 OC 即为所求.



(2) 解：如图，四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 即为所求. …… (8 分)



(3) 解：由图可知，四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 关于直线 PQ 成轴对称. …… (12 分)

26. (12 分) 阅读：如果两个分式 A 与 B 的和为常数 k ，且 k 为正整数，则称 A 与 B 互为“关联分式”，常数 k 称为“关联值”. 如分式 $A = \frac{x}{x-1}$ ， $B = \frac{-1}{x-1}$ ， $A + B = \frac{x-1}{x-1} = 1$ ，则 A 与 B 互为“关联分式”，“关联值” $k = 1$.

(1) 若分式 $A = \frac{x-4}{x-3}$ ， $B = \frac{x-2}{x-3}$ ，判断 A 与 B 是否互为“关联分式”，若不是，请说明理由；若是，请求出“关联值” k ；

(2) 已知分式 $C = \frac{2x-1}{x-3}$ ， $D = \frac{M}{x^2-9}$ ， C 与 D 互为“关联分式”，且“关联值” $k = 2$.

① $M = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 x 的式子表示)；

② 若 x 为正整数，且分式 D 的值为正整数，则 x 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

【详解】解：(1) A 与 B 是互为“关联分式”，理由如下：

$$\because A = \frac{x-4}{x-3}, B = \frac{x-2}{x-3},$$

$$\therefore A + B = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{2x-6}{x-3} = 2.$$

$\therefore A$ 与 B 是互为“关联分式”，“关联值” $k = 2$ ；…… (4 分)

$$(2) \text{ ①} \because C = \frac{2x-1}{x-3}, \quad D = \frac{M}{x^2-9},$$

$$\therefore C+D = \frac{(2x-1)(x+3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{M}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x^2+5x-3+M}{(x-3)(x+3)},$$

$\because C$ 与 D 互为“关联分式”，且“关联值” $k=2$ ，

$$\therefore 2x^2+5x-3+M = 2(x-3)(x+3) = 2x^2-18,$$

$$\therefore M = 2x^2-18-(2x^2+5x-3) = -15-5x; \quad \cdots \cdots (8 \text{ 分})$$

$$\text{②} \because D = \frac{M}{x^2-9} = \frac{-5(x+3)}{(x+3)(x-3)} = -\frac{5}{x-3}, \text{ 且分式 } D \text{ 的值为正整数, } x \text{ 为正整数,}$$

$$\therefore x-3 = -1 \text{ 或 } x-3 = -5,$$

$$\therefore x = 2 \quad (x = -2 \text{ 舍去}). \quad \cdots \cdots (12 \text{ 分})$$