

七年级数学期末模拟试卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分 沪教版)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 下列计算正确的是 ()

A. $2a^2 + 3a^2 = 6a^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $(3a)^2 = 9a^2$

【答案】D

【分析】本题考查同底数幂除法, 合并同类项, 幂的乘方与积的乘方, 利用同底数幂除法, 合并同类项, 幂的乘方与积的乘方法则逐项判断即可. 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

【详解】解: A、 $2a^2 + 3a^2 = 5a^2$, 故此选项不符合题意,

B、 $a^6 \div a^2 = a^4$, 故此选项不符合题意,

C、 $(a^2)^3 = a^6$, 故此选项不符合题意,

D、 $(3a)^2 = 9a^2$, 故此选项符合题意,

故选: D.

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $x(x-3) = x^2 - 3x$

B. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$

C. $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

D. $x^2 + x = x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

【答案】C

【分析】本题主要考查了因式分解的定义, 能熟记因式分解的定义的内容是解此题的关键. 根据因式分解的概念: 将多项式写成几个整式积的形式, 依据此对各个选项进行分析即可求出答案.

【详解】解: A. $x(x-3) = x^2 - 3x$, 是整式的乘法, 不是因式分解, 故本项不符合题意;

B. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$, 该等式右边不是整式积的形式, 故本项不符合题意;

C. $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$, 符合因式分解的定义, 故本项符合题意;

D. $x^2 + x = x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$, 该等式右边含有分式, 故本项不符合题意;

故选: C.

3. 若 $x^2 + 2kx + 16$ 是完全平方式，则 k 的值为 ()

A. 4

B. 8

C. ± 4

D. ± 8

【答案】C

【分析】本题考查了根据完全平方式的定义求参数，完全平方式： $a^2 \pm 2ab + b^2$ 的特点是首平方，尾平方，首尾底数积的两倍在中央，先根据两平方项确定出这两个数，再根据完全平方式的二倍项即可求解。

【详解】解： $\because x^2 + 2kx + 16 = x^2 + 2kx + 4^2$ 是完全平方式，

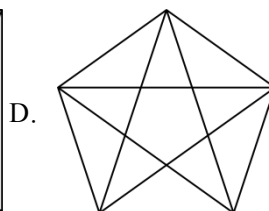
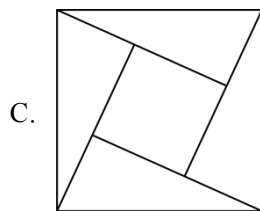
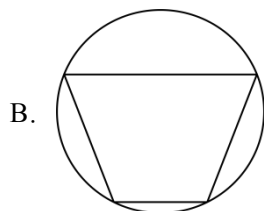
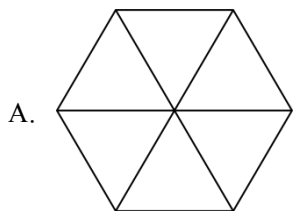
$$\therefore 2k = \pm 2 \times 4,$$

$$\therefore 2k = \pm 8,$$

$$\therefore k = \pm 4.$$

故选：C.

4. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【答案】A

【分析】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合．

根据轴对称图形与中心对称图形的概念进行判断即可．

【详解】解：A、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意．

故选：A.

5. 下列分式中，是最简分式的是 ()

A. $\frac{3ab}{5a^2}$

B. $\frac{x-1}{3x-3}$

C. $\frac{x+y}{x^2+y^2}$

D. $\frac{a+3}{a^2-9}$

【答案】C

【分析】本题主要考查了最简分式的判断，最简分式是指分子和分母没有公因式的分式，通过检查各选项的分子和分母是否有公因式进行判断即可．

【详解】解：A. $\frac{3ab}{5a^2}$ 中，分子和分母有公因式 a ，不是最简分式，故 A 不符合题意；

B. $\frac{x-1}{3x-3}$ 中，分母 $3x-3=3(x-1)$ ，与分子有公因式 $(x-1)$ ，不是最简分式，故 B 不符合题意；

C. $\frac{x+y}{x^2+y^2}$ 中，分子 $x+y$ 与分母 x^2+y^2 没有公因式，是最简分式，故 C 符合题意；

D. $\frac{a+3}{a^2-9}$ 中，分母 $a^2-9=(a+3)(a-3)$ ，与分子有公因式 $(a+3)$ ，不是最简分式，故 D 不符合题意。

故选：C.

6. 一艘轮船在静水中的最大航速为 30 千米/时，它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用时间，与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等，江水的流速为多少？设江水的流速为 x 千米/时，则可列方程（ ）

A. $\frac{100}{30+x} = \frac{60}{30-x}$

B. $\frac{100}{x+30} = \frac{60}{x-30}$

C. $\frac{100}{30-x} = \frac{60}{30+x}$

D. $\frac{100}{x-30} = \frac{60}{x+30}$

【答案】A

【分析】本题主要考查了列分式方程解决行程问题，解题的关键是找出等量关系。

根据时间相等，顺流航行速度为静水速度加水流速度，逆流航行速度为静水速度减水流速度，分别表示顺流和逆流的时间，并令其相等即可得到方程。

【详解】解：设江水的流速为 x 千米/时，则顺流速度 $= 30 + x$ ，逆流速度 $= 30 - x$ ，根据题意得，

$$\frac{100}{30+x} = \frac{60}{30-x},$$

故选：A.

二、填空题

7. 如果 $2^m \times 4^m = 2^{15}$ ，那么 $m =$ ()

【答案】5

【分析】先把 4^m 化成 2^{2m} ，再根据同底数幂乘法计算得出 m 的值即可。

【详解】解： $2^m \times 4^m = 2^{15}$

$$2^m \times 2^{2m} = 2^{15}$$

$$2^{3m} = 2^{15}$$

$$3m = 15$$

$$m = 5$$

故答案为 5.

【点睛】本题是对整式乘法的考查，熟练掌握幂的乘方和同底数幂乘法是解决本题的关键.

8. 若 $(a-2)^0=1$ 有意义，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \neq 2$

【分析】本题考查了零指数幂，熟练掌握零指数幂是解题的关键.

根据 $(a-2)^0=1$ 有意义，可得 $a-2 \neq 0$ ，进一步计算即可.

【详解】解： $\because (a-2)^0=1$ 有意义，

$\therefore a-2 \neq 0$,

$\therefore a \neq 2$,

故答案为： $a \neq 2$.

9. 分解因式 $3a^3-6a^2x+3ax^2=$ _____.

【答案】 $3a(a-x)^2$

【分析】本题考查了因式分解.

先提取公因式 $3a$ ，再利用完全平方公式分解因式.

【详解】解：原式 $=3a(a^2-2ax+x^2)=3a(a-x)^2$.

故答案为： $3a(a-x)^2$.

10. 计算： $(-0.25)^{2024} \times 4^{2025} =$ _____.

【答案】4

【分析】本题考查了积的乘方的逆用，通过将 -0.25 转化为 $-\frac{1}{4}$ ，并利用积的乘方法则进行化简计算即可.

【详解】解： $(-0.25)^{2024} \times 4^{2025} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{2024} \times 4^{2024} \times 4 = \left(\frac{1}{4}\right)^{2024} \times 4^{2024} \times 4 = \left(\frac{1}{4} \times 4\right)^{2024} \times 4 = 4$,

故答案为：4.

11. 由于科技创新与产业结构的优化，某种产品的原材料实现了一定幅度的降价，因而厂家决定对产品进行降价，现有两种方案：①第一次降价 $a\%$ ，第二次降价 $b\%$ ；②第一、二次降价均为 $\frac{a+b}{2}\%$. 其中是 a, b 互不相等的正数，记降价后方案①的产品价格为 A ，方案②的产品价格为 B ，则 A _____ B (填“>”“<”或“=”)

【答案】<

【分析】本题考查了整式混合运算的应用，完全平方公式的运用，作差法比较大小，解题的关键在于理解

题意列出 A , B 的表达式. 记产品原价为 x , 根据题意分别表示出 A , B , 用作差法比较大小, 即可解题.

【详解】解: 记产品原价为 x ,

$$\text{则 } A = (1 - a\%)(1 - b\%)x, \quad B = \left(1 - \frac{a+b}{2}\%\right)^2 x,$$

$$\begin{aligned} & \therefore \left(1 - \frac{a+b}{2}\%\right)^2 x - (1 - a\%)(1 - b\%)x \\ &= \left[\left(1 - \frac{a+b}{200}\right)^2 - \left(1 - \frac{a}{100}\right)\left(1 - \frac{b}{100}\right)\right]x \\ &= \left[\left(\frac{200-a-b}{200}\right)^2 - \frac{(100-a)(100-b)}{10000}\right]x \\ &= \frac{x}{40000} \left[(100-a+100-b)^2 - 4(100-a)(100-b)\right] \\ &= \frac{x}{40000} \left[(100-a)^2 - 2(100-a)(100-b) + (100-b)^2\right] \\ &= \frac{x}{40000} [(100-a) - (100-b)]^2 \\ &= \frac{x}{40000} (b-a)^2, \end{aligned}$$

$\because a, b$ 互不相等的正数,

$$\therefore \frac{x}{40000} (b-a)^2 > 0,$$

$$\therefore A < B,$$

故答案为: $<$.

12. 已知, $M = 12m - 33$, $N = 2m^2 - 4m$, 则 M _____ N . (填 “ $>$ ”, “ $<$ ”或“ $=$ ”)

【答案】 $<$

【分析】本题考查了配方法的应用及整式的加减运算, 熟练掌握运算是解题关键.

通过计算 M 与 N 的差值, 得到 $-2(m-4)^2 - 1 < 0$, 从而判断 M 恒小于 N .

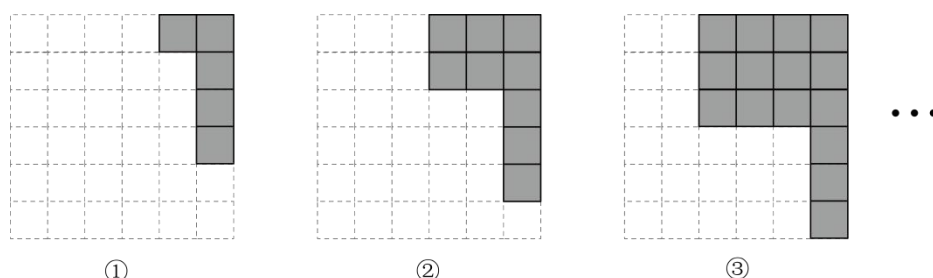
$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } M - N &= (12m - 33) - (2m^2 - 4m) \\ &= 12m - 33 - 2m^2 + 4m \\ &= -2m^2 + 16m - 33 \\ &= -2(m-4)^2 - 1, \\ &\because (m-4)^2 \geq 0, \end{aligned}$$

$$\therefore -2(m-4)^2 - 1 < 0$$

$$\therefore M < N.$$

故答案为：<.

13. 如图，在无限大的正方形网格中，按规律涂色，图①②③中涂色部分小正方形的个数分别为 5, 9, 15. 根据此规律，图④中涂色部分的小正方形的个数是_____.



【答案】423

【分析】本题考查了图形的规律探究，找到序号与涂色部分的小正方形的个数之间的关系是解题的关键.

观察图形可知第 n 个图形涂色部分的小正方形的个数是 $n(n+1)+3$ ，将 $n=20$ 代入求解即可.

【详解】解：因为图①中涂色部分的小正方形的个数是 $1 \times 2 + 3 = 5$ （个），

图②中涂色部分的小正方形的个数是 $2 \times 3 + 3 = 9$ （个），

图③中涂色部分的小正方形的个数是 $3 \times 4 + 3 = 15$ （个），

所以依此类推图④中涂色部分的小正方形的个数是 $20 \times 21 + 3 = 423$ （个）.

故答案为：423.

14. 若分式方程 $\frac{3x}{x-3} = 2 + \frac{m}{x-3}$ 无解，则 m 的值为_____

【答案】9

【分析】本题考查分式方程的解，熟练掌握分式方程的解法，理解方程无解与方程增根的关系是解题的关键. 先解分式方程得 $x = m - 6$ ，再由方程无解可知 $x = m - 6 = 3$ ，解出 m 即可.

【详解】解： $\frac{3x}{x-3} = 2 + \frac{m}{x-3}$,

方程两边同时乘以 $x-3$ 得， $3x = 2x - 6 + m$,

移项，得 $3x - 2x = m - 6$,

合并同类项，得 $x = m - 6$,

$\therefore$ 方程无解，

$$\therefore x = m - 6 = 3,$$

$$\therefore m = 9,$$

故答案为：9.

15. 小明按如图所示的程序计算（其中 k 是常数）：小明发现多次输入不同的 x 值时，输出的值都为相等的固定值，则常数 k 的值是_____.



【答案】-2

【分析】本题考查了代数式的化简与无关变量问题，解题的关键是明确“输出为固定值时，含 x 项的系数为0”.

先根据程序列出输出的代数式并化简，再结合“输出与 x 无关”的条件，令 x 的系数为0，求解得到 k 的值.

【详解】解：根据程序流程，输出的代数式为： $kx+6+2x=(k+2)x+6$.

由于输入不同 x 值时输出为固定值，说明该代数式的值与 x 无关，因此含 x 项的系数必须为0，即：

$k+2=0$ ，解得 $k=-2$.

故答案为：-2.

16. 《九章算术》中记录有这样一道题：今有驿使乘快马、慢马行九百里. 慢马较限期多一日，快马较限期少三日，且快马之速为慢马二倍. 问限期几何？原题译成白话文：现在有驿使骑着快马和慢马行进九百里，慢马比规定时间多用1天，快马比规定时间少用3天，且快马的速度是慢马的2倍. 问规定的时间是多少天？设规定的时间为 x 天，可列分式方程_____.

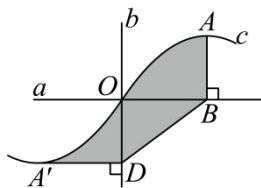
【答案】 $\frac{900}{x-3}=2\times\frac{900}{x+1}$

【分析】本题考查列分式方程，设规定的时间为 x 天，根据“慢马比规定时间多用1天，快马比规定时间少用3天，且快马的速度是慢马的2倍”列方程即可.

【详解】解：设规定的时间为 x 天，列方程为： $\frac{900}{x-3}=2\times\frac{900}{x+1}$,

故答案为： $\frac{900}{x-3}=2\times\frac{900}{x+1}$.

17. 如图，直线 a, b 互相垂直且相交于点 O ，曲线 c 关于点 O 成中心对称，点 A 的对应点是 A' ， $AB \perp a$ 于点 B ， $A'D \perp b$ 于点 D . 若 $OB=3$ ， $OD=2$ ，则阴影部分的面积之和为_____.

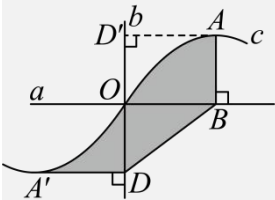


【答案】9

【分析】本题主要考查了长方形的面积及中心对称图形的概念：在同一平面内，如果把一个图形绕某一点

旋转180度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形。根据中心对称图形的概念，以及长方形的面积公式即可解答。

【详解】解：如图所示，过点A作AD'⊥b于点D'，



阴影部分的面积=矩形ABOD'的面积+△BOD的面积，

∵OD'=OD=2，

∴阴影部分的面积为3×2+ $\frac{1}{2}$ ×3×2=9

故答案为：9.

18. 我国南宋数学家杨辉在其所著的《详解九章算术》一书中，给出了 $(a+b)^n$ 的展开式（按a的次数由大到小的顺序）的系数规律，具体如下所示.

行数	$(a+b)^n$ 的展开式	$(a+b)^n$ 的展开式的各项系数
第一行	$(a+b)^0=1$	
第二行	$(a+b)^1=a+b$	
第三行	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	
第四行	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	
第五行	$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	
.....		

观察上面的规律可知， $(a+b)^6$ 的展开式的第三项系数为_____.

【答案】15

【分析】本题考查了数字类规律探索. 观察发现，杨辉三角的第n行与 $(a+b)^{n-1}$ 展开式的各项系数对应，进

而得出 $(a+b)^n$ 的展开式中从左起第三项的系数为 $\frac{n(n-1)}{2}$ ，即可求解.

【详解】解：观察发现，杨辉三角的第 n 行与 $(a+b)^{n-1}$ 展开式的各项系数对应，

$(a+b)^2$ 的展开式中从左起第三项的系数为 1，

$(a+b)^3$ 的展开式中从左起第三项的系数为 $3=1+2$ ，

$(a+b)^4$ 的展开式中从左起第三项的系数为 $6=1+2+3$ ，

.....

观察发现， $(a+b)^n$ 的展开式中从左起第三项的系数为 $1+2+3+\cdots+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}$ ，

则 $(a+b)^6$ 的展开式中从左起第三项的系数为 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ ，

故选：15.

三、解答题

19. 计算

(1) $m \cdot (-m)^5 + (m^2)^3$

(2) $(-4ab^3 + 8a^2b^2) \div (4ab) - (2a+b)(a-b)$

【答案】(1) 0

(2) $-2a^2 + 3ab$

【分析】本题考查整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

(1) 先算幂的乘方和积的乘方，再算同底数幂的乘法，然后合并同类项；

(2) 先根据多项式除以单项式、根据多项式乘以多项式的法则进行计算，再合并同类项即可.

【详解】(1) 解： $m \cdot (-m)^5 + (m^2)^3$

$$= m \cdot (-m^5) + m^6$$

$$= -m^6 + m^6$$

$$= 0$$

(2) $(-4ab^3 + 8a^2b^2) \div (4ab) - (2a+b)(a-b)$

$$= -4ab^3 \div (4ab) + 8a^2b^2 \div (4ab) - (2a^2 - 2ab + ab - b^2)$$

$$= -b^2 + 2ab - 2a^2 + 2ab - ab + b^2$$

$$=-2a^2+3ab$$

20. 先化简，再求值： $(2x+3y)^2-(2x+y)(2x-y)$ 其中 $x=1$ ， $y=-1$ 。

【答案】 $12xy+10y^2$ ， -2

【分析】本题主要考查整式的化简求值，掌握整式的运算法则是解题的关键。

根据完全平方公式和平方差公式先展开合并，再代入求值即可。

【详解】解： $(2x+3y)^2-(2x+y)(2x-y)$

$$=4x^2+12xy+9y^2-4x^2+y^2$$

$$=12xy+10y^2,$$

当 $x=1$ ， $y=-1$ 时，

$$\text{原式}=12\times 1\times (-1)+10\times (-1)^2=-12+10=-2.$$

21. 解方程 $\frac{4}{1-x^2}=1-\frac{x+1}{x-1}$

【答案】无解

【分析】本题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验为解题关键。

分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解。

【详解】解： $\frac{4}{1-x^2}=1-\frac{x+1}{x-1}$ ，

$$\text{去分母得：}-4=x^2-1-(x+1)^2,$$

$$\text{解得：}x=1,$$

$$\text{检验：把 }x=1\text{ 代入得：}(x+1)(x-1)=0,$$

$\therefore$ 分式方程无解。

22. 定义：若 $a+b=3$ ，则称 a 与 b 是关于 3 的实验数。

(1) 4 与 _____ 是关于 3 的实验数，_____ 与 $5-2x$ 是关于 3 的实验数；（用含 x 的代数式表示）

(2) 若 $a=2x^2-3(x^2+x)+7$ ， $b=2x-[3x-(4x+x^2)+2]$ ，判断 a 与 b 是否是关于 3 的实验数，并说明理由；

(3) 若 $c=-2(x-3)-1$ ， $d=4(x+2)-6$ ，且 c 与 d 是关于 3 的实验数，求 x 的值。

【答案】(1) -1 ， $2x-2$

(2) 不是，理由见解析

(3) $x=-2$

【分析】(1) 根据“实验数”的定义，设这个数为 m ，则 $4+m=3$ ，求出未知数即可；设这个数为 n ，则 $n+(5-2x)=3$ ，求出 n 即可；

(2) 首先化简 a 和 b ，然后计算 $a+b$ ，求出 $a+b$ 是不是 3 即可；

(3) 首先化简 c 和 d ，因为 c 与 d 是关于 3 的实验数，所以 $c+d=3$ ，求出结果即可.

本题考查了整式的加减，列代数式，解决本题的关键是熟练运用“实验数”的定义解决问题.

【详解】(1) 解：设这个数为 m ，则：

$$4+m=3,$$

$$\text{解得 } m=-1.$$

设这个数为 n ，则：

$$n+(5-2x)=3,$$

$$\text{解得 } n=3-5+2x=2x-2.$$

故答案为： -1 ， $2x-2$.

$$(2) \text{ 解： } a=2x^2-3(x^2+x)+7$$

$$=2x^2-3x^2-3x+7$$

$$=-x^2-3x+7;$$

$$b=2x-[3x-(4x+x^2)+2],$$

$$=2x-(3x-4x-x^2+2)$$

$$=2x-3x+4x+x^2-2$$

$$=x^2+3x-2;$$

$$a+b=-x^2-3x+7+x^2+3x-2=5,$$

$$5\neq 3,$$

所以 a 与 b 不是关于 3 的实验数.

$$(3) \text{ 解： } c=-2(x-3)-1$$

$$=-2x+6-1$$

$$=-2x+5,$$

$$d=4(x+2)-6$$

$$=4x+8-6$$

$$= 4x + 2,$$

$$c + d = -2x + 5 + 4x + 2 = 2x + 7,$$

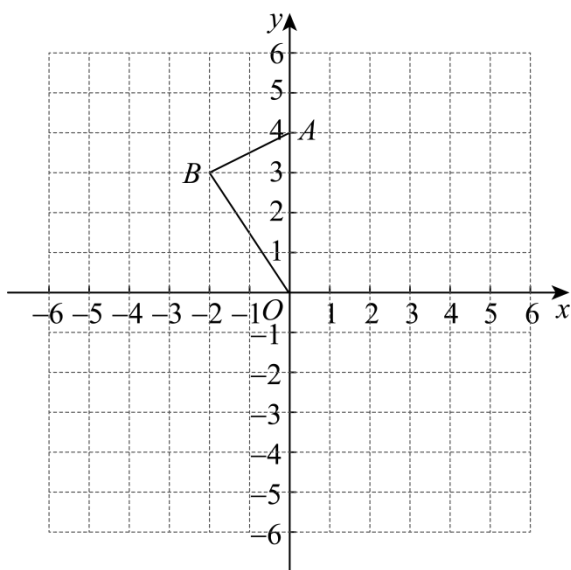
因为 c 与 d 是关于 3 的实验数,

$$\text{所以 } c + d = 3,$$

$$\text{所以 } 2x + 7 = 3,$$

$$\text{得: } x = -2.$$

23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\triangle ABO$, 点 A 的坐标是 $(0, 4)$



(1) 画出 $\triangle A_1B_1O$, 使得 $\triangle A_1B_1O$ 与 $\triangle ABO$ 关于点 O 对称;

(2) 以点 O 为旋转中心, 将 $\triangle ABO$ 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_2B_2O$, 画出 $\triangle A_2B_2O$.

【答案】 (1) 图见解析

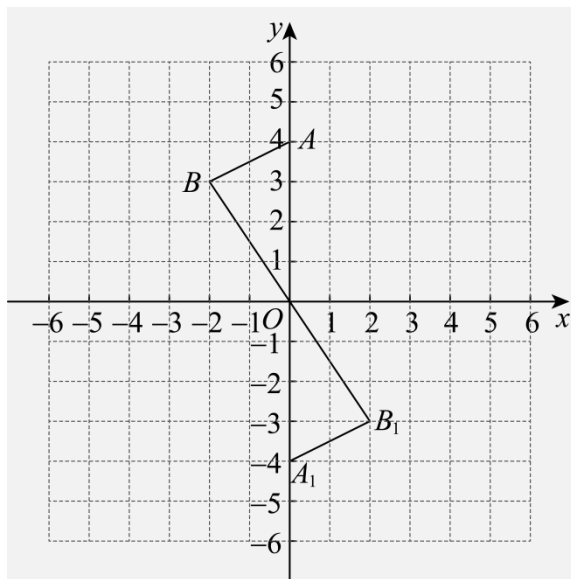
(2) 图见解析

【分析】 本题考查了平面直角坐标系中的对称与旋转作图, 解题的关键是掌握关于原点对称的点的坐标特征以及旋转的性质.

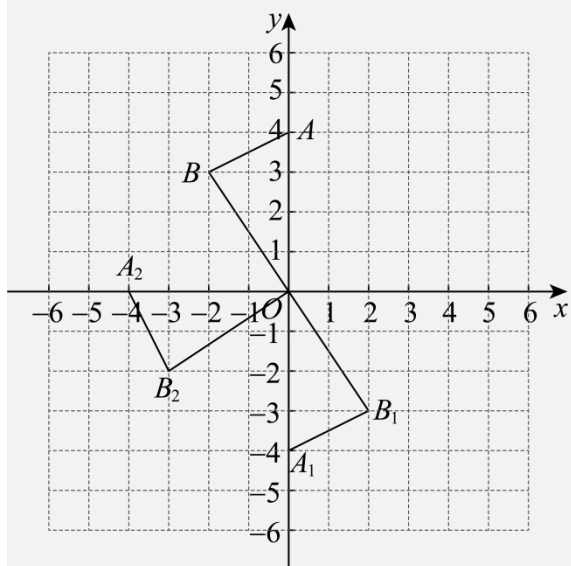
(1) 根据关于原点对称的点的坐标特征, 求出 A 、 B 关于原点对称的点 A_1 、 B_1 的坐标, 再连接画图;

(2) 依据旋转的性质, 确定 A 、 B 逆时针旋转 90° 后的对应点 A_2 、 B_2 的位置, 进而画出图形.

【详解】 (1) 解: 如图所示: $\triangle A_1B_1O$ 即为所画;



(2) 解：如图所示： A_2B_2O 即为所画；



24. 甲、乙两超市分别用 3000 元以相同的进价购进质量相同的脐橙. 甲超市销售方案是：将脐橙按大小分类包装销售，其中大脐橙 300 千克，以进价的 2 倍价格销售，剩下的小脐橙以高于进价的 20% 销售. 乙超市的销售方案是：不将脐橙按大小分类，直接包装销售，价格按甲超市大小两种脐橙售价的平均数定价，若两超市将脐橙全部销售，其中甲超市获得 2040 元（其他成本不计）.

(1) 脐橙进价为每千克多少元？

(2) 乙超市获得多少元？并比较哪种销售方式更合算.

【答案】 (1) 脐橙的进价每千克为 6 元

(2) 乙超市获利 1800 元；脐橙的进价每千克为 6 元

【分析】 此题考查了分式方程的应用，关键是读懂题意，找出题目中的等量关系，根据两超市将脐橙全部

售完，其中甲超市获利 2040 元列出方程，解方程时要注意检验.

(1) 先设脐橙进价为每千克 x 元，根据两超市将脐橙全部售完，其中甲超市获利 2040 元列出方程，求出 x 的值，再进行检验即可求出答案；

(2) 根据 (1) 求出每个超市脐橙总量，再根据大、小脐橙售价分别为 12 元和 7.2 元，求出乙超市获利，再与甲超市获利 2040 元相比较即可.

【详解】(1) 解：设脐橙的进价每千克为 x 元，

则根据题意，得 $300x + 20\%x \left(\frac{3000}{x} - 300 \right) = 2040$ ，

解得 $x = 6$.

经检验知， $x = 6$ 是方程的解，且适合题意，

$\therefore$ 脐橙的进价每千克为 6 元.

(2) 由 (1) 知，脐橙的总量为 $\frac{3000}{6} = 500$ 千克，其中大脐橙每千克 12 元，小脐橙每千克 7.2 元，

$\therefore$ 乙超市获利 $500 \times \left(\frac{12 + 7.2}{2} - 6 \right) = 1800$ 元.

$\because 2040 > 1800$,

$\therefore$ 甲超市销售方式更合算.

25. 观察下列表格中两个代数式及其相应的值，回答问题：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$-2x+5$	...	9	7	5	3	a	...
$3x+8$	...	2	5	8	11	b	...

【初步感知】 $a =$ _____； $b =$ _____；

【归纳规律】表中 $-2x+5$ 的值的规律是： x 的值每增加 1， $-2x+5$ 的值就减少 2. 类似地， $3x+8$ 的值的规律是： x 的值每增加 1， $3x+8$ 的值就 _____；

【问题解决】请直接写出一个含 x 的代数式，要求 x 的值每增加 1，代数式的值就减小 3： _____；

若要求 x 的值每增加 1，代数式的值就增加 5，且当 $x=0$ 时，代数式的值为 -6. 你能找到这样的满足条件的代数式吗？请直接写出这个代数式 _____；

【计算验证】当 x 的值从 a 增加到 $a+1$ 时，猜想关于 x 的代数式 $kx-3$ (k 为一次项的系数)，且 $k>0$ 的值会怎样变化，并通过计算加以说明；

【模型应用】某商店销售一种商品，每件进价为 20 元，当售价为 40 元时，每天仅能售出 20 件．若商店作降价促销，发现每降价 1 元，可多售出 2 件．当售价为_____ (正整数) 元时，每天的销售利润最大．

【答案】【初步感知】1， 14；【归纳规律】增加 3；【问题解决】 $-3x+1$ (答案不唯一)， $5x-6$ ；【计算验证】代数式 $kx-3$ 的 x 的值每增加 1，代数式的值就增加 k ，说明见解析；【模型应用】 35

【分析】本题考查了代数式的值，整式混合运算，解题关键是根据题意，发现规律．

【初步感知】把 $x=2$ 代入相应的代数式求值即可；

【归纳规律】从表中观察 $3x+8$ 的值的规律可得结果；

【问题解决】根据要求写出符合条件的代数式即可；

【计算验证】分别把 $x=a$ 和 $x=a+1$ 代入代数式，通过计算得出结果．

【模型应用】设售价为 x 元，根据题意得出每天销售利润 $= (x-20)[20+2(40-x)]$ 化简后根据偶次方的非负性求解即可．

【详解】解：【初步感知】 $\because$ 当 $x=2$ 时， $-2x+5=-2\times 2+5=1$ ，

$\therefore a=1$ ，

$\because$ 当 $x=2$ 时， $3x+8=3\times 2+8=14$ ，

$\therefore b=14$ ，

故答案为：1，14；

【归纳规律】 $\because$ 当 $x=0$ 时， $3x+8=8$ ，

当 $x=1$ 时， $3x+8=11$ ，

当 $x=2$ 时， $3x+8=14$ ，

.....

$\therefore 3x+8$ 的值的规律是： x 的值每增加 1， $3x+8$ 的值增加 3，

故答案为：增加 3；

【问题解决】代数式 $-3x+1$ ，

$\because$ 当 $x=1$ 时， $-3x+1=-2$ ，

当 $x=2$ 时， $-3x+1=-5$ ，

.....

$\therefore x$ 的值每增加 1，代数式的值就减小 3，

代数式 $5x-6$ ，

$\because$ 当 $x=1$ 时， $5x-6=-1$ ，

当 $x = 2$ 时, $5x - 6 = 4$,

.....,

$\therefore x$ 的值每增加 1, 代数式的值就增加 5,

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $5x - 6 = -6$,

$\therefore$ 代数式 $5x - 6$ 的 x 的值每增加 1, 代数式的值就增加 5, 且当 $x = 0$ 时, 代数式的值为 -6 ,

故答案为: $-3x + 1$ (答案不唯一), $5x - 6$;

【计算验证】猜想: 代数式 $kx - 3$ 的 x 的值每增加 1, 代数式的值就增加 k ,

$\therefore$ 当 $x = a$ 时, $kx - 3 = ka - 3$,

当 $x = a + 1$ 时, $kx - 3 = k(a + 1) - 3 = ka + k - 3$,

$\therefore (ka + k - 3) - (ka - 3) = ka + k - 3 - ka + 3 = k$,

$\therefore$ 代数式 $kx - 3$ 的 x 的值每增加 1, 代数式的值就增加 k ;

【模型应用】设售价为 x 元,

根据题意得: 每天销售利润 $= (x - 20)[20 + 2(40 - x)]$

$$= (x - 20)(-2x + 100)$$

$$= -2x^2 + 140x - 2000$$

$$= -2(x - 35)^2 + 450,$$

$$\therefore (x - 35)^2 \geq 0,$$

$$\therefore -2(x - 35)^2 + 450 \leq 450,$$

$\therefore$ 当 $x = 35$ 时, 每天销售利润有最大值, 最大值为 450,

故答案为: 35.

26. 如图, 有一副直角三角板如图1放置 (其中 $\angle D = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$), PA , PB 与直线 MN 重合, 且三角板 PAC , 三角板 PBD 均可以绕点 P 逆时针旋转.

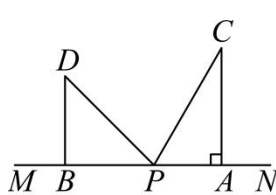


图1

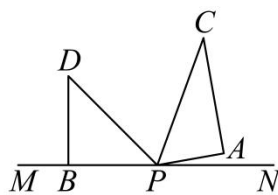


图2

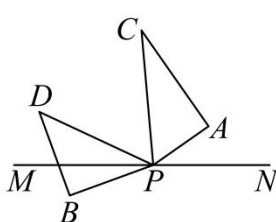


图3

(1) 在图 1 中, $\angle DPC =$ _____;

(2)①如图 2, 若三角板 PBD 保持不动, 三角板 PAC 绕点 P 逆时针旋转, 转速为 $10^\circ/\text{秒}$, 转动一周三角板 PAC 就停止转动, 在旋转的过程中, 当旋转时间为多少时, 有 $PC \parallel DB$ 成立;

②如图 3, 在图 1 基础上, 若三角板 PAC 的边 PA 从 PN 处开始绕点 P 逆时针旋转, 转速为 $3^\circ/\text{秒}$, 同时三角板 PBD 的边 PB 从 PM 处开始绕点 P 逆时针旋转, 转速为 $2^\circ/\text{秒}$, 当 PC 转到与 PM 位置重合时, 两三角板都停止转动, 在旋转过程中, 当 $\angle CPD = \angle BPM$ 时, 求旋转的时间是多少?

【答案】 (1) 75°

(2)①当旋转时间为 3 或 21 秒时, $PC \parallel DB$ 成立; ②当 $\angle CPD = \angle BPM$, 旋转的时间是 25 秒

【分析】 本题考查了三角板中角度的计算, 旋转的性质, 平行线的性质, 三角形的内角和, 识别图形是解题的关键.

(1) 根据三角板的角度进行计算即可得到结论;

(2) ①如图 1, 根据平行线的性质得到 $\angle CPN = \angle DBP = 90^\circ$, 求得 $\angle APN = 30^\circ$, 于是得到结论; 如图 2, 根据平行线的性质得到 $\angle CPB = \angle DBP = 90^\circ$, 根据三角形的内角和得到 $\angle CPA = 60^\circ$, 求得 $\angle APM = 30^\circ$, 于是得到结论;

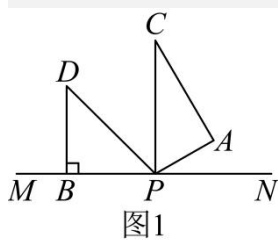
②设旋转的时间为 t 秒, 由题知, $\angle APN = 3t^\circ$, $\angle BPM = 2t^\circ$, 根据周角得到 $\angle CPD = 75^\circ - t^\circ$, 列方程即可得到结论.

【详解】 (1) $\because \angle BPD = \angle D = 45^\circ$; $\angle APC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \angle DPC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$,

故答案为: 75° ;

(2) ①如图 1, 此时, $BD \parallel PC$ 成立,



$\because PC \parallel BD$, $\angle DBP = 90^\circ$,

$\therefore \angle CPN = \angle DBP = 90^\circ$,

$\because \angle C = 30^\circ$,

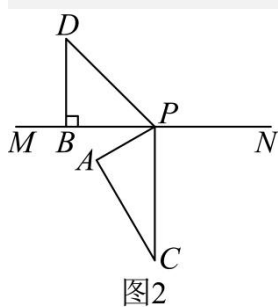
$\therefore \angle CPA = 60^\circ$,

$\therefore \angle APN = 30^\circ$,

$\because$ 转速为 $10^\circ/\text{秒}$,

$\therefore$ 旋转时间为 3 秒;

如图 2, $PC \parallel BD$,



$$\because PC \parallel BD, \angle PBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPB = \angle DBP = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CPA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APM = 30^\circ,$$

$$\because \text{三角板 } PAC \text{ 绕点 } P \text{ 逆时针旋转的角度为 } 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ,$$

$$\because \text{转速为 } 10^\circ / \text{秒},$$

$$\therefore \text{旋转时间为 } 21 \text{ 秒},$$

综上所述, 当旋转时间为 3 或 21 秒时, $PC \parallel DB$ 成立;

$$\textcircled{2} \text{ 设旋转的时间为 } t \text{ 秒, 由题知, } \angle APN = 3t^\circ, \angle BPM = 2t^\circ,$$

$$\therefore \angle BPN = 180^\circ - \angle BPM = 180^\circ - 2t^\circ,$$

$$\therefore \angle CPD = 360^\circ - \angle BPD - \angle BPN - \angle APN - \angle APC$$

$$= 360^\circ - 45^\circ - (180^\circ - 2t^\circ) - (3t^\circ) - 60^\circ = 75^\circ - t^\circ,$$

$$\text{当 } \angle CPD = \angle BPM, \text{ 即 } 2t^\circ = 75^\circ - t^\circ,$$

$$\text{解得: } t = 25,$$

$$\therefore \text{当 } \angle CPD = \angle BPM, \text{ 旋转的时间是 } 25 \text{ 秒}.$$