

2025-2026 学年七年级数学上学期期末模拟卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(五四制)(2024)第 10 章整式的加减、第 11 章整式的乘除、第 12 章因式分解、第 13 章分式、第 14 章图形的运动。

第一部分(选择题 共 18 分)

一、单选题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 单项式 $-\frac{3a^3b^2}{5}$ 的系数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

【答案】D

【分析】本题考查了单项式的定义, 单项式的系数是指其数字部分, 包括符号。

【详解】解: 单项式 $-\frac{3a^3b^2}{5}$ 的系数是 $-\frac{3}{5}$,

故选: D.

2. 下列等式中, 从左向右的变形为因式分解的是 ()

- A. $x^3 - x = x(x-1)(x+1)$ B. $3x^3 - x + 2 = x\left(3x^2 - 1 + \frac{2}{x}\right)$
C. $a^2(a-1) = a^3 - a^2$ D. $a^2 - b^2 + 1 = (a+b)(a-b) + 1$

【答案】A

【分析】本题主要考查了因式分解的定义, 把一个多项式变形为几个整式的乘积形式叫做因式分解, 据此求解即可。

【详解】解: A、 $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$, 原式是因式分解, 符合题意;

B、等式 $3x^3 - x + 2 = x \left(3x^2 - 1 + \frac{2}{x} \right)$ 中，等式右边不是几个整式的乘积形式，不是因式分解，不符合题意；

C、等式 $a^2(a-1) = a^3 - a^2$ 中，等式右边不是几个整式的乘积形式，不是因式分解，不符合题意；

D、等式 $a^2 - b^2 + 1 = (a+b)(a-b) + 1$ 中，等式右边不是几个整式的乘积形式，不是因式分解，不符合题意；

故选：A.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $3a + 2b = 5ab$ B. $5x^2 - 3x^2 = 2$ C. $7a + a = 7a^2$ D. $3x^2y - 2yx^2 = x^2y$

【答案】D

【分析】本题主要考查了合并同类项，掌握合并同类项的原则是解题的关键.

根据合并同类项的原则逐个选项进行计算判断即可.

【详解】解：A、 $3a + 2b \neq 5ab$ ，不符合题意；

B、 $5x^2 - 3x^2 = 2x^2 \neq 2$ ，不符合题意；

C、 $7a + a = 8a \neq 7a^2$ ，不符合题意；

D、 $3x^2y - 2yx^2 = x^2y$ ，符合题意；

故选：D

4. 下列各式中，是分式方程的是 ()

A. $\frac{16x}{25} = \frac{1}{\pi}$ B. $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$
C. $\frac{x+y}{4} - \frac{1}{9} = 0$ D. $\frac{2}{x} + \frac{2x}{3}$

【答案】B

【分析】本题考查分式方程的识别，解题的关键是掌握分式方程的定义：分母里含有未知数的方程叫做分式方程，注意：仅仅是字母不行，必须是表示未知数的字母. 据此解答即可

【详解】解：A. $\frac{16x}{25} = \frac{1}{\pi}$ 是一元一次方程，故此选项不符合题意；

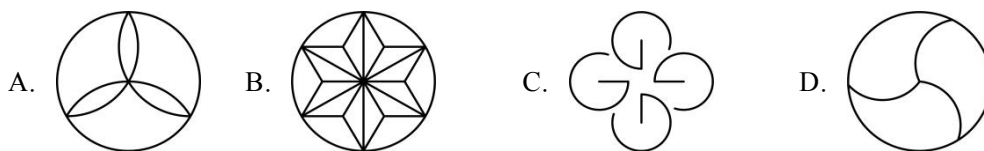
B. $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$ 是分式方程，故此选项符合题意；

C. $\frac{x+y}{4} - \frac{1}{9} = 0$ 是一元一次方程，故此选项不符合题意；

D. $\frac{2}{x} + \frac{2x}{3}$ 是代数式，故此选项不符合题意.

故选：B.

5. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【答案】B

【分析】本题考查了轴对称图形，中心对称图形的识别，解题的关键在于熟练掌握：在平面内，一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形叫做轴对称图形；在平面内，把一个图形绕着某个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形。根据轴对称图形、中心对称图形的定义进行判断即可。

【详解】解：A 选项图是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B 选项图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意；

C 选项图形不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

D 选项图形不是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意。

故选：B。

6. 已知 a, b, c 为自然数，且满足 $2^a \times 3^b \times 4^c = 96$ ，则 $a+2b-3c$ 的取值不可能是（ ）

- A. -3 B. 2 C. 1 D. 7

【答案】C

【分析】本题考查了同底数幂乘法的应用，掌握相关运算法则是解题的关键。

将等式 $2^a \times 3^b \times 4^c = 96$ 化简为 $2^{a+2c} \times 3^b = 2^5 \times 3^1$ ，得到 $a+2c=5$ 且 $b=1$ ，列举所有可能的 (a, c) 自然数组组合，计算 $a+2b-3c$ 的值，判断选项中不可能的结果。

【详解】解：原式可化为： $2^a \times 3^b \times 2^{2c} = 96$ ，

$$\therefore 2^{a+2c} \times 3^b = 96 = 32 \times 3,$$

$$\therefore 2^{a+2c} \times 3^b = 2^5 \times 3^1,$$

$$\therefore a+2c=5, \quad b=1,$$

$$\text{当 } c=0 \text{ 时, } a=5, \quad 5+2 \times 1-3 \times 0=7,$$

$$\text{当 } c=1 \text{ 时, } a=3, \quad 3+2 \times 1-3 \times 1=2,$$

$$\text{当 } c=2 \text{ 时, } a=1, \quad 1+2 \times 1-3 \times 2=-3,$$

$c \geq 3$ 时， a 为负数，不符合自然数条件，

$a+2b-3c$ 可能的结果为 7，2，-3，而 1 不在其中，故 $a+2b-3c$ 的取值不可能是 1。

故选：C。

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 计算: $3x^2 \cdot (-2xy^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $-6x^3y^3 / -6y^3x^3$

【分析】 本题主要考查了单项式乘以单项式, 熟知单项式乘以单项式的计算法则是解题的关键.

【详解】 解: $3x^2 \cdot (-2xy^3) = -6x^3y^3$,

故答案为: $-6x^3y^3$.

8. 计算: $20\frac{1}{7} \times \left(-19\frac{6}{7}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-399\frac{48}{49} / -\frac{19599}{49}$

【分析】 本题考查了平方差公式, 将 $20\frac{1}{7} \times \left(-19\frac{6}{7}\right)$ 变形为 $\left(20 + \frac{1}{7}\right) \times \left[-\left(20 - \frac{1}{7}\right)\right]$, 然后利用平方差公计算即可.

【详解】 解: $20\frac{1}{7} \times \left(-19\frac{6}{7}\right)$
 $= \left(20 + \frac{1}{7}\right) \times \left[-\left(20 - \frac{1}{7}\right)\right]$
 $= -\left(20 + \frac{1}{7}\right) \times \left(20 - \frac{1}{7}\right)$
 $= -\left(400 - \frac{1}{49}\right)$
 $= -399\frac{48}{49}$.

故答案为 $-399\frac{48}{49}$.

9. 如果 A 是整式且满足 $A \div 2ab = 1 - 4a^2$, 那么 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2ab - 8a^3b$

【分析】 本题考查了整式的除法, 准确熟练地进行计算是解题的关键.

根据题意可得 $A = 2ab(1 - 4a^2)$, 然后进行计算即可解答.

【详解】 解: 由题意得: $A = 2ab(1 - 4a^2)$

$$= 2ab - 8a^3b,$$

故答案为: $2ab - 8a^3b$.

10. 因式分解: $-x^2 - 4xy - 4y^2 =$ _____.

【答案】 $-(x+2y)^2$

【分析】 本题考查了整式的因式分解, 选择适当的方法进行因式分解是解题的关键, 先提取公因式, 再利用完全平方公式因式分解即可.

【详解】 解: $-x^2 - 4xy - 4y^2 = -(x^2 + 4xy + 4y^2) = -(x+2y)^2$

故答案为: $-(x+2y)^2$.

11. 将整式 $2x^2y - 5xy^2 + x^3 - y^3$ 按 y 降幂排列: _____.

【答案】 $-y^3 - 5xy^2 + 2x^2y + x^3$

【分析】 本题主要考查了多项式的排列问题, 把原多项式按照 y 的指数从高到低重新排列即可得到答案.

【详解】 解: 将整式 $2x^2y - 5xy^2 + x^3 - y^3$ 按 y 降幂排列为 $-y^3 - 5xy^2 + 2x^2y + x^3$,

故答案为: $-y^3 - 5xy^2 + 2x^2y + x^3$.

12. 计算: $|-2| - (-2)^{-2} =$ _____.

【答案】 $\frac{7}{4}$

【分析】 本题考查了负整数指数幂和绝对值的运算, 熟练掌握运算是解题的关键; 根据绝对值的意义和负整数指数幂的运算法则计算即可.

【详解】 解: $|-2| - (-2)^{-2}$

$$= 2 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{7}{4};$$

故答案为: $\frac{7}{4}$.

13. 化简 $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{a^2-1}$ 的结果是_____.

【答案】 $\frac{1}{a-1}$

【分析】 本题主要考查了分式的加法计算, 先把两个分式通分, 再把分子合并同类项, 最后分子与分母约分化简即可得到答案.

【详解】解： $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{a^2-1}$

$$= \frac{a-1}{(a+1)(a-1)} + \frac{2}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{a+1}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{1}{a-1},$$

故答案为： $\frac{1}{a-1}$.

14. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{k}{x-1} = \frac{x}{x+1}$ 有增根 $x=1$ ，则 $k =$ _____.

【答案】 -2

【分析】 本题考查了分式方程的增根，根据分式方程增根的定义，将分式方程转化为整式方程后，再代入增根到整式方程求解参数 k 即可.

【详解】解： $\frac{2}{x-1} + \frac{k}{x-1} = \frac{x}{x+1}$

去分母，得 $2(x+1) + k(x+1) = x(x-1)$ ，

整理得： $x^2 - (3+k)x - k - 2 = 0$ ，

代入 $x=1$ 到方程 $x^2 - (3+k)x - k - 2 = 0$ 得， $1 - (3+k) - k - 2 = 0$ ，

解得 $k = -2$ ，

故答案为： -2 .

15. 已知二次三项式 $x^2 + mx + n$ 因式分解的结果是 $(x-2)(x-3)$ ，则 $(m+n)^{2024} =$ _____.

【答案】 1

【分析】 本题考查因式分解的应用，利用多项式乘多项式的法则，将 $(x-2)(x-3)$ 展开，求出 m, n 的值，再代入代数式求值即可.

【详解】解： $\because (x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$ ，且 $x^2 + mx + n = (x-2)(x-3)$ ，

$\therefore m = -5, n = 6$ ，

$\therefore (m+n)^{2024} = (-5+6)^{2024} = 1$ ；

故答案为： 1.

16. 已知 b 为正数， a 为 b 的小数部分，且 $a^2 + b^2 = 27$ ，则 ab 的值为_____.

【答案】 1

【分析】此题考查了完全平方公式的应用；利用已知结合完全平方公式得出 b 的取值范围，进而求出 $(a+b)^2$ 的值，即可得出答案.

【详解】解： $\because a^2 + b^2 = 27$

$$\therefore 25 < b^2 < 27 < 36,$$

$$\therefore 5 < b < 6,$$

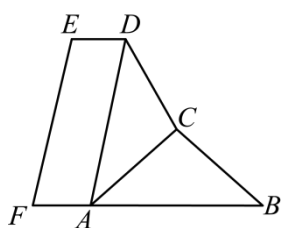
$$\therefore b - a = 5, (b - a)^2 = 25, a^2 + b^2 - 2ab = 25,$$

$$\text{又} \because a^2 + b^2 = 27,$$

$$\therefore ab = 1,$$

故答案为：1.

17. 如图，将 ABC 沿 AC 所在的直线翻折后，使点 B 落在点 D 处，再将线段 AD 沿着射线 BA 向左平移若干单位长度得到 FE ，如果四边形 $ADEF$ 的周长是 10，那么 $BF =$ _____.



【答案】5

【分析】本题主要考查了平移的性质，折叠的性质，先由平移的性质得到 $EF = AD$, $DE = AF$ ，再由四边形周长计算公式推出 $AF + AD = 5$ ，进一步由折叠的性质得到 $AD = AB$ ，据此根据线段的和差关系可得答案.

【详解】解：由平移的性质可得 $EF = AD$, $DE = AF$,

$\because$ 四边形 $ADEF$ 的周长是 10,

$$\therefore AD + DE + EF + AF = 10,$$

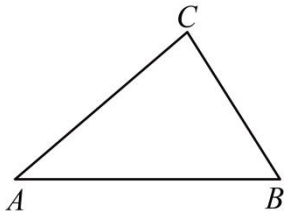
$$\therefore AF + AD = 5,$$

由折叠的性质可得 $AD = AB$,

$$\therefore BF = AB + AF = AD + AF = 5,$$

故答案为：5.

18. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle A = 40^\circ$. 如果将三角形 ABC 绕点 A 旋转后得到三角形 AB_1C_1 ，再将三角形 AB_1C_1 沿直线 AB_1 翻折得到三角形 AB_1C_2 ，如果点 C_2 落在 $\angle BAC$ 内部，且 $\angle CAC_2 = 3\angle BAC_2$ ，那么三角形 ABC 绕点 A 旋转得到三角形 AB_1C_1 的旋转方向和旋转角度数可以是_____.



【答案】逆时针旋转 50° (答案不唯一)

【分析】本题考查了旋转和翻折的性质；

画出图形，根据 $\angle CAC_2 = 3\angle BAC_2$ 求出 $\angle BAC_2 = 10^\circ$ ，根据旋转和翻折的性质可得

$\angle B_1AC_2 = \angle B_1AC_1 = \angle BAC = 40^\circ$ ，求出 $\angle BAB_1$ ，然后可得旋转的方向和角度.

【详解】解：如图， $\because \angle CAC_2 = 3\angle BAC_2$ ， $\angle BAC = 40^\circ$ ，

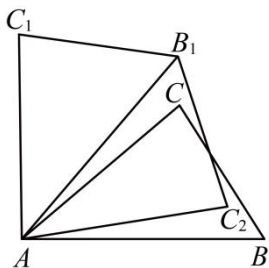
$$\therefore \angle BAC_2 = \frac{1}{4} \times 40^\circ = 10^\circ,$$

由旋转和翻折得： $\angle B_1AC_2 = \angle B_1AC_1 = \angle BAC = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAB_1 = 10^\circ + 40^\circ = 50^\circ,$$

$\therefore$ 旋转方向和旋转角度数可以是逆时针旋转 50° ，

故答案为：逆时针旋转 50° (答案不唯一).



三、解答题 (本大题共 10 小题，满分 58 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

19. (本题 5 分) 计算： $\frac{1}{2}a^2 - (2a^2 - ab + b^2) + \frac{2}{3}b^2$

【答案】 $-\frac{3}{2}a^2 + ab - \frac{1}{3}b^2$

【分析】本题考查了整式的加减运算，解题的关键是掌握运算法则和运算顺序.

先去括号，再合并同类项即可.

【详解】 $\frac{1}{2}a^2 - (2a^2 - ab + b^2) + \frac{2}{3}b^2$
 $= \frac{1}{2}a^2 - 2a^2 + ab - b^2 + \frac{2}{3}b^2$

$$= -\frac{3}{2}a^2 + ab - \frac{1}{3}b^2.$$

20. (本题 5 分) 计算: $(a^3b^3)^n + 2(-a^nb^n)^3 + (ab)^{3n}$

【答案】 0

【分析】 本题考查了积的乘方和幂的乘方, 合并同类项.

先计算积的乘方和幂的乘方, 再合并同类项即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & (a^3b^3)^n + 2(-a^nb^n)^3 + (ab)^{3n} \\ & = a^{3n}b^{3n} - 2a^{3n}b^{3n} + a^{3n}b^{3n} \\ & = 0. \end{aligned}$$

21. (本题 5 分) 分解因式: $4x^2 - 4xy + y^2 - t^2$

【答案】 $(2x - y + t)(2x - y - t)$

【分析】 先把前三项利用完全平方公式变形, 然后再利用平方差公式分解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & 4x^2 - 4xy + y^2 - t^2 \\ & = (4x^2 - 4xy + y^2) - t^2 \\ & = (2x - y)^2 - t^2 \\ & = (2x - y + t)(2x - y - t) \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了因式分解, 因式分解一般有公因式的先提公因式, 再运用公式进行分解, 要分解到不能再分解为止. 本题要先分组, 连续应用公式进行分解.

22. (本题 5 分) 解分式方程: $\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{x}{2 - x} = 1$.

【答案】 $x = -3$

【分析】 本题主要考查了解分式方程, 按照去分母, 去括号, 移项, 合并同类项, 系数化为 1 的步骤解方程, 然后检验即可.

$$\text{【详解】解: } \frac{2}{x^2 - 4} - \frac{x}{2 - x} = 1$$

$$\text{去分母得: } 2 + x(x + 2) = x^2 - 4,$$

$$\text{情况的: } 2 + x^2 + 2x = x^2 - 4$$

$$\text{移项得: } x^2 + 2x - x^2 = -4 - 2,$$

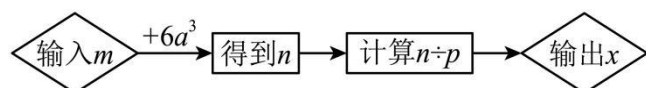
$$\text{合并同类项得: } 2x = -6,$$

系数化为 1 得: $x = -3$,

检验, 当 $x = -3$ 时, $x^2 - 4 \neq 0$,

$\therefore x = -3$ 是原方程的解.

23. (本题 5 分) 已知 m 为 $9a^2 - 3ab$, x 为 $3a$, 根据流程图列式计算, 求 P .



【答案】 $3a - b + 2a^2$

【分析】 本题考查了流程图计算, 多项式除以单项式, 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

根据流程图列式得到 $(9a^2 - 3ab + 6a^3) \div p = 3a$, 即 $p = (9a^2 - 3ab + 6a^3) \div 3a$, 然后根据多项式除以单项式的运算法则计算即可解答.

【详解】 解: 根据题意可知, $(9a^2 - 3ab + 6a^3) \div p = 3a$,

$\therefore p = (9a^2 - 3ab + 6a^3) \div 3a = 3a - b + 2a^2$.

24. (本题 5 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}\right) \div \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 4}$, 再从 $-2, 0, 1, 2$ 中, 选个合适的值作为 x 代入求值.

【答案】 $\frac{1}{x+2}; \frac{1}{3}$

【分析】 本题考查分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 先通分括号内的式子, 同时将括号外的除法转化为乘法, 再约分, 然后从 $-2, 0, 1, 2$ 中, 选一个使得原分式有意义的值代入化简后的式子计算即可.

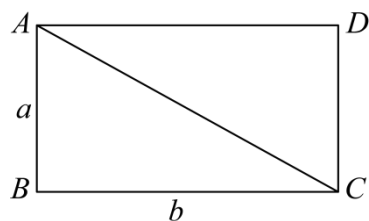
【详解】 解: 原式 $= \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 4x}$
 $= \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{(x-2)^2}{2x(x-2)}$
 $= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{2x(x-2)}$
 $= \frac{1}{x+2},$

$\therefore x+2 \neq 0, x-2 \neq 0, x \neq 0$,

$\therefore -2, 0, 1, 2$ 中, 只有 $x=1$ 符合题意,

当 $x=1$ 时, 原式 $= \frac{1}{3}$.

25. (本题 6 分) 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, 连接 AC , 已知边 $AB = a$, $BC = b (a < b)$.



(1) 画出三角形 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的三角形 CEF (点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F), 不写画法, 写出结论;

(2) 连接 AE 交 CF 于点 G , 用含 a 、 b 的代数式表示三角形 ACE 的面积 S_1 ;

(3) 在 (1) 和 (2) 的条件下, 如果 $a = 2$, 长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2 = 8$, 求 DG 的长.

【答案】 (1) 见详解

(2) $S_1 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

(3) $\frac{4}{3}$

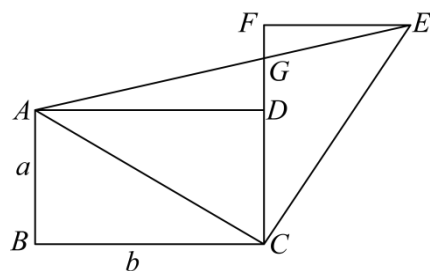
【分析】 本题考查作图—旋转变换, 多项式乘法, 面积法等, 掌握 ab , $a^2 + b^2$ 之间的转换运算利用面积法求线段的长是解题的关键.

(1) 根据旋转的性质作图, 即可求解;

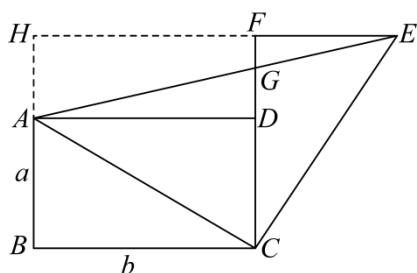
(2) 由旋转得 $\angle ACE = 90^\circ$, $EF = AB = a$, $CF = BC = b$, 由 $S_1 = S_{\text{梯形}BCEH} - S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEH}$ 即可求解;

(3) 由题得可求 $b = 4$, $S_1 = 10$, 再由 $S_1 = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ADG} + S_{\triangle CGE}$, 即可求解.

【详解】 (1) 解: 如图, $\triangle CEF$ 为所求三角形;



(2) 解: 如图, 延长 EF , BA 交于点 H , 则 $FH = BC = b$,



由旋转得 $\angle ACE = 90^\circ$, $EF = AB = a$, $CF = BC = b$,

则 $EH = EF + FH = a + b$, $BH = CF = b$,

由图得: $S_1 = S_{\text{梯形}BCEH} - S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEH}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(b + a + b) \times b - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}(a + b)(b - a) \\ &= b^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}a^2 \\ &= \frac{1}{2}(a^2 + b^2). \end{aligned}$$

(3) 解: 由题意得 $ab = 8$, $a = 2$,

$$\therefore b = 8 \div 2 = 4,$$

$$\therefore AB = CD = EF = 2, \quad BC = AD = CF = 4, \quad S_1 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) = \frac{1}{2} \times (2^2 + 4^2) = 10,$$

由图得: $S_1 = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ADG} + S_{\triangle CGE}$,

$$\therefore 10 = \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{2}AD \cdot DG + \frac{1}{2}(CD + DG) \cdot EF,$$

$$\therefore 10 = 4 + \frac{1}{2} \times 4 \cdot DG + \frac{1}{2}(2 + DG) \times 2,$$

整理得: $10 = 4 + 2DG + 2 + DG$,

$$\text{解得: } DG = \frac{4}{3}.$$

26. (本题 7 分) 深秋的上海佘山清美如画, 小沪和小申都是登山爱好者. 金秋十月, 两人相约去佘山爬山赏景, 挑战西佘山主峰. 小沪沿北线步道上山, 小申沿南线步道上山, 北线步道长度为 1500 m, 南线步道长度为 2950 m. 两人分别从各自步道起点同时出发, 小沪比小申每小时少走 200m, 结果小沪和小申到达各自步道终点所用的时间之比是 3:5, 求两人走完各自步道全程分别用了多少小时.

【答案】 小沪走完步道全程用了 1.35 小时, 小申走完步道全程用了 2.25 小时

【分析】 本题主要考查分式的运用, 理解数量关系, 掌握分式解实际问题的方法是解题的关键.

设小沪走完步道全程用了 $3x$ 小时, 则小申走完步道全程用了 $5x$ 小时, 由此列式求解即可.

【详解】 解: 设小沪走完步道全程用了 $3x$ 小时, 则小申走完步道全程用了 $5x$ 小时,

可列方程: $\frac{2950}{5x} - \frac{1500}{3x} = 200$,

化简得: $\frac{59}{x} - \frac{50}{x} = 20$,

$$59 - 50 = 20x,$$

解得: $x = 0.45$,

检验: $x = 0.45$ 时, $3x \neq 0$ 且 $5x \neq 0$

$\therefore$ 原分式方程的解为 $x = 0.45$,

$$\therefore 3x = 1.35, \quad 5x = 2.25$$

答: 小沪走完步道全程用了 1.35 小时, 小申走完步道全程用了 2.25 小时.

27. (本题 7 分) 如果 $x^n = y$, 那么我们规定 $(x, y) = n$. 例如: 因为 $4^2 = 16$, 所以 $(4, 16) = 2$.

(1) $(-2, 16) =$ _____;

(2) 已知 $(4, 12) = a$, $(4, 5) = b$, $(4, y) = c$, 若 $a + b = c$, 求 y 的值;

(3) 若 $(5, 10) = a$, $(2, 10) = b$, 求 $\frac{2ab}{a+b}$ 的值.

【答案】(1) 4

(2) 60

(3) 2

【分析】本题考查了有理数的乘方、同底数幂相乘、幂的乘方, 熟练掌握运算法则, 理解题意是解此题的关键.

(1) 根据 $(-2)^4 = 16$ 结合题意即可得解;

(2) 由题意可得 $4^a = 12$, $4^b = 5$, $4^c = y$, 由 $a + b = c$ 结合同底数幂相乘的运算法则得出 $4^a \cdot 4^b = 4^c$, 即可得解;

(3) 由题意可得 $5^a = 10$, $2^b = 10$, 由同底数幂的乘法法则结合题意得出 $(5, 10^b) = a + b$, 再由幂的乘方法则结合题意得出 $(5, 10^b) = ab$, 即可得出 $ab = a + b$, 从而得解.

【详解】(1) 解: $\because (-2)^4 = 16$,

$$\therefore (-2, 16) = 4;$$

(2) 解: $\because (4, 12) = a$, $(4, 5) = b$, $(4, y) = c$,

$$\therefore 4^a = 12, \quad 4^b = 5, \quad 4^c = y,$$

$$\therefore a+b=c,$$

$$\therefore 4^a \cdot 4^b = 4^c,$$

$$\therefore y = 12 \times 5 = 60;$$

$$(3) \text{ 解: } \because (5, 10] = a, (2, 10] = b,$$

$$\therefore 5^a = 10, 2^b = 10,$$

$$\therefore 5^a \cdot 5^b = 10 \times 5^b = 2^b \times 5^b = 10^b,$$

$$\therefore 5^{a+b} = 10^b,$$

$$\therefore (5, 10^b] = a+b,$$

$$\therefore (5^a)^b = 10^b,$$

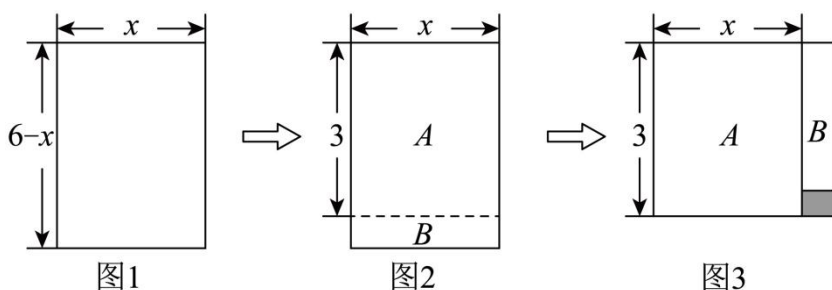
$$\therefore 5^{ab} = 10^b,$$

$$\therefore (5, 10^b] = ab,$$

$$\therefore ab = a+b,$$

$$\therefore \frac{2ab}{a+b} = 2.$$

28. (本题 8 分) 通过小学的学习, 我们知道: 周长一定的长方形中, 正方形的面积最大. 此结论可以利用图形的割补加以说明.



(1) 【方法理解】

已知长方形的周长是 12, 设长方形的一边长是 x , 则相邻一边长是 $(6-x)$.

①当 $0 < x < 6-x$ 时, 如图 1, 将此长方形进行如下割补. 如图 2, 长方形 B 的一边长是 x , 相邻一边长是 _____. 如图 3, 将长方形 B 割补到长方形 A 的右侧, 阴影部分是一个边长为 _____ 的正方形 (以上两空, 均用含 x 的代数式表示). 通过上述割补, 图 1 中长方形的面积可以看成图 8 中两个正方形的面积之差, 所以代数式 $x(6-x)$ 、9、 $(3-x)^2$ 满足的等量关系是 _____;

②当 $0 < 6-x < x$ 时, 类似上述过程进行割补;

③当 $x = 6-x$ 时, $x = 3$, 该长方形即为正方形.

综上所述，周长是 12 的长方形的最大面积是_____；

(2) 【方法迁移】

当 $-2 < x < 6$ 时，仿照上述割补过程，求代数式 $(6-x)(2+x)$ 的最大值.

【答案】(1) $3-x$ ； $3-x$ ； $x(6-x)=9-(3-x)^2$ ；9

(2) 16

【分析】 本题考查了多项式乘多项式与图形面积，完全平方公式，列代数式，理解材料的用意及数形结合是解题的关键.

(1) 根据图形面积的求法整理算式即可得到答案；

(2) 根据题中图形面积的求法画出相应的图形，求出 $(6-x)(2+x)$ 的最大值，即可作答.

【详解】 (1) 解：如图 2，长方形 B 的一边长是 x ，相邻一边长为 $(6-x)-3=3-x$ ，

如图 3，阴影部分是一个边长为 $(3-x)$ 的正方形，长方形 A 、 B 和阴影部分组成一个边长为 3 的正方形，

$$\therefore x(6-x)=9-(x-3)^2$$

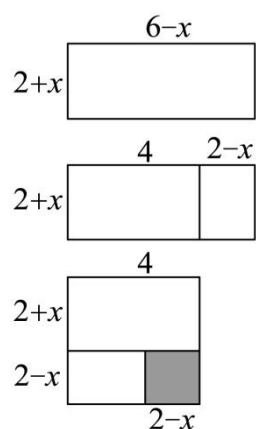
当 $0 < 6-x < x$ 时，用类似上述过程进行割补，可以得到 $x(6-x)=9-(x-3)^2$

综上所述，周长是 12 的长方形的最大面积是 9.

故答案为： $3-x$ ； $3-x$ ； $x(6-x)=9-(3-x)^2$ ；9；

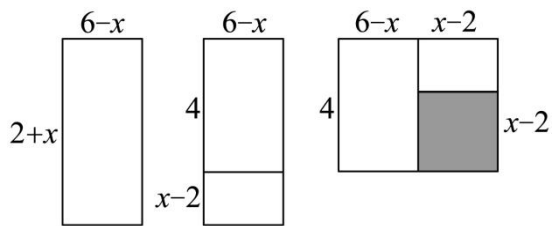
(2) 依题意有，

解：当 $0 < 2+x < 6-x$ 时，如图，阴影部分是边长为 $(2-x)$ 的正方形，



$$\therefore (6-x)(2+x)=4^2-(2-x)^2=16-(2-x)^2,$$

当 $0 < 6-x < 2+x$ 时，如图，阴影部分是边长为 $(x-2)$ 的正方形，



$$\therefore (6-x)(2+x) = 4^2 - (x-2)^2 = 16 - (x-2)^2,$$

当 $x=2$ 时，该长方形为边长是 4 的正方形，

$\therefore$ 边长是 $(6-x)$ 和 $(2+x)$ 的长方形的最大面积是 16，

$\therefore (6-x)(2+x)$ 的最大值为 16.