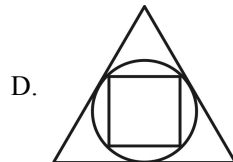
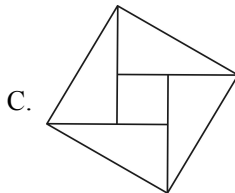


# 上海市黄浦区 2025-2026 学年七年级（上）期末复习数学练习卷

## 一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

1. 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了轴对称图形、中心对称图形，解题关键是理解其定义与区别. 在平面内，如果一个图形沿着一条直线对折后，直线两旁的部分能够完全重合，那么这个图形就叫做轴对称图形，这条直线叫做它的对称轴；在平面内，如果一个图形绕着一个点旋转 $180^\circ$ 后，能与自身完全重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点叫做它的对称中心.

根据轴对称图形和中心对称图形的定义判断即可.

【详解】解：A、此图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故该选项不符合题意；

B、此图形是轴对称图形，也是中心对称图形，故该选项符合题意；

C、此图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故该选项不符合题意；

D、此图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故该选项不符合题意.

故选：B.

2. 下列计算正确的是（ ）

A.  $a^4 + a^2 = a^6$

B.  $a^5 \cdot a^2 = a^7$

C.  $(ab^5)^2 = ab^{10}$

D.  $a^{10} \div a^2 = a^5$

【答案】B

【解析】

【分析】根据合并同类项法则、幂的运算法则逐项计算即可判断.

【详解】解：A.  $a^4$ 、 $a^2$  不是同类项，不能合并，不符合题意；

B.  $a^5 \cdot a^2 = a^7$ ，符合题意；

C.  $(ab^5)^2 = a^2b^{10}$ ，不符合题意；

D.  $a^{10} \div a^2 = a^8$ ，不符合题意；

故选：B.

【点睛】 本题考查了合并同类项和幂的运算，掌握相关法则是解题关键.

3. 若分式  $\frac{4-x^2}{x-2}$  的值为 0，则  $x$  的值是 ( )

- A. 2                                  B. -2                                  C. 0                                  D.  $\pm 2$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值，直接利用分式的值为零则分子为零，分母不为零，进而得出答案，熟知分式的值为 0 时要满足的条件是解题的关键.

【详解】 解：  $\because$  分式  $\frac{4-x^2}{x-2}$  的值为 0，

$$\therefore \begin{cases} 4-x^2=0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases},$$

解得:  $x = -2$ ,

故选: B.

4. 下列各式由左到右的变形中，属于因式分解的是 ( )

A.  $a(m+n) = am + an$

B.  $ax^2 - bx = x(ax - b)$

C.  $a^2 - b^2 - c^2 = (a+b)(a-b) - c^2$

D.  $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，解决本题的关键是明确因式分解的定义. 把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解.

【详解】 解:  $a(m+n) = am + an$  是乘法运算，不是因式分解，则 A 不符合题意；

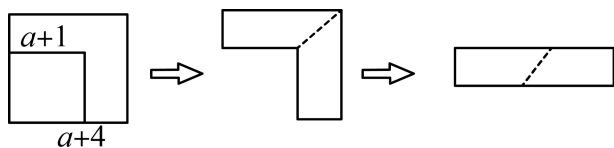
$ax^2 - bx = x(ax - b)$  符合因式分解的定义，则 B 符合题意；

$a^2 - b^2 - c^2 = (a+b)(a-b) - c^2$  中，等号右边不是积的形式，则 C 不符合题意；

$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$  是乘法运算，不是因式分解，则 D 不符合题意；

故选：B.

5. 如图，从边长为  $(a+4)cm$  的大正方形纸片中剪去一个边长为  $(a+1)cm$  的小正方形  $(a>0)$ ，剩余部分沿虚线剪开，拼成一个矩形（不重叠无缝隙），则矩形的面积为（ ）



A.  $a(2a+5)cm^2$

B.  $3(2a+5)cm^2$

C.  $3(2a+1)cm^2$

D.  $a(2a+1)cm^2$

【答案】B

【解析】

【分析】利用大正方形的面积减去小正方形的面积即可，解题时注意平方差公式的运用.

【详解】解：长方形的面积为：

$$\begin{aligned} & (a+4)^2 - (a+1)^2 \\ &= (a+4+a+1)(a+4-a-1) \\ &= 3(2a+5), \end{aligned}$$

故选 B.

【点睛】此题考查了平方差公式的几何背景，图形的剪拼，关键是根据题意列出式子，运用平方公式进行计算，要熟记公式.

6. 《庄子·天下篇》中有一句名言“一尺之棰，日取其半，万世不竭”，其意为：一尺木棍，第一天截取它的一半，以后每天截取剩下部分的一半，那么永远也截取不尽. 照这样推算，前  $n$  天截取的木棍总长度为（ ）尺

A.  $\frac{1}{2^{n-1}}$

B.  $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

C.  $\frac{1}{2^n}$

D.  $1 - \frac{1}{2^n}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的乘方的意义，数字类规律的应用，熟练掌握有理数的乘方的意义是解题的关键.

根据题意，第一天截取  $\frac{1}{2}$ ，第二天截取  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ，第三天截取  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ，依次类推即可， $n$  天后剩余长度为  $\frac{1}{2^n}$ ，

因此前  $n$  天截取总长度 1 减去剩余长度.

【详解】解：第一天截取 $\frac{1}{2}$ ，则剩下 $\frac{1}{2}$ ；

第二天截取 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，则剩下 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ；

第三天截取 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ，则剩下 $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ ；

.....

由此可以得到第 $n$ 天截取 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ，剩下 $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^n}$ ，

$\therefore$  前 $n$ 天截取的木棍总长度为 $1 - \frac{1}{2^n}$ 。

故选：D。

## 二、填空题：本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分。

7. 石墨烯是由石墨烯纤维纺织而成的，是目前已知世界上最薄、最坚硬，同时也是导热性和导电性最好的纳米材料。其厚度约为 0.00000003 厘米。将数据 0.00000003 用科学记数法可以表示为\_\_\_\_\_。

【答案】 $3 \times 10^{-8}$

【解析】

【分析】本题考查了科学记数法的表示方法，掌握其一般形式是解题的关键。用科学记数法可以表示绝对值小于 1 的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为正整数，与较大数的科学记数法不同的是其使用的是负指数幂，指数由原数左边第一个不为零的数字前面的 0 的个数决定，据此即可获得答案。

【详解】解：数据 0.00000003 可以用科学记数法表示为 $3 \times 10^{-8}$ ，

故答案为： $3 \times 10^{-8}$ 。

8. 已知单项式 $-\frac{4}{3}a^{n+1}b^3$ 与单项式 $3a^2b^{m-2}$ 是同类项，则 $m+n=$ \_\_\_\_\_。

【答案】6。

【解析】

【分析】由这两个单项式为同类项值 $a$ 、 $b$ 的指数相同，故可列出方程即可求解。

【详解】依题意 $n+1=2, 3=m-2$ ,

$\therefore n=1, m=5$ ,

故 $m+n=6$ 。

【点睛】此题主要考查同类项的定义。

9. 化简 $\frac{2a}{a-2} + \frac{4}{2-a}$ 的结果是\_\_\_\_\_。

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的加法计算，先把原式变形为  $\frac{2a}{a-2} - \frac{4}{a-2}$ ，再根据同分母分式减法计算法则求解即可.

$$\begin{aligned}\text{【详解】 解: } & \frac{2a}{a-2} + \frac{4}{2-a} \\ &= \frac{2a}{a-2} - \frac{4}{a-2} \\ &= \frac{2a-4}{a-2} \\ &= \frac{2(a-2)}{a-2}\end{aligned}$$

$$= 2,$$

故答案为: 2.

10. 计算:  $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $a+1$

【解析】

【分析】 本题考查分式的减法及化简，原式为两个同分母分式的减法运算，直接合并分子后，利用平方差公式因式分解，再约分即可化简.

$$\text{【详解】 解: 原式} = \frac{a^2-1}{a-1} = \frac{(a-1)(a+1)}{a-1} = a+1,$$

故答案为:  $a+1$ .

11. 已知:  $a+b=3$ ,  $ab=\frac{2}{3}$ , 化简  $(a-1)(b-1)$  的结果是\_\_\_\_\_.

【答案】  $-\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算和求值的应用. 先算乘法，再变形，最后整体代入求出即可.

$$\text{【详解】 解: } \because a+b=3, \quad ab=\frac{2}{3},$$

$$\therefore (a-1)(b-1)$$

$$= ab - a - b + 1$$

$$= ab - (a + b) + 1$$

$$= \frac{2}{3} - 3 + 1$$

$$= -\frac{4}{3},$$

故答案为:  $-\frac{4}{3}$ .

12. 如果关于  $x$  的二次三项式是一个多项式  $x^2 - mx + 81$  的平方, 则  $m$  等于\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\pm 18$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了完全平方公式的定义, 根据完全平方公式的定义求解即可, 掌握完全平方公式的定义是解题的关键.

**【详解】** 解:  $\because$  关于  $x$  的二次三项式是一个多项式  $x^2 - mx + 81$  的平方,

$$\therefore x^2 - mx + 81 = (x \pm 9)^2,$$

$$\therefore -m = \pm 18,$$

$$\therefore m = \pm 18,$$

故答案为:  $\pm 18$ .

13. 计算:  $(12ax^3 - 27ax) \div (-3ax) =$ \_\_\_\_\_.

**【答案】**  $-4x^2 + 9$

**【解析】**

**【分析】** 用多项式的每一项除以单项式即可求解.

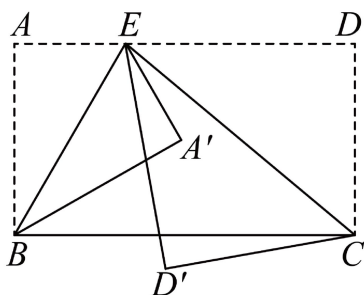
**【详解】**  $(12ax^3 - 27ax) \div (-3ax)$

$$= 12ax^3 \div (-3ax) - 27ax \div (-3ax)$$

$$= -4x^2 + 9$$

**【点睛】** 本题考查多项式除以单项式, 解题的关键是掌握多项式除以单项式的运算法则.

14. 如图, 长方形纸片  $ABCD$ ,  $E$  为边  $AD$  上一点, 将纸片沿  $EB$ ,  $EC$  折叠, 点  $A$  落在  $A'$  位置, 点  $D$  落在  $D'$  位置, 若  $\angle A'ED' = 10^\circ$ , 则  $\angle BEC =$ \_\_\_\_\_°.



【答案】 85

【解析】

【分析】 本题考查了翻折变换（折叠问题），角的计算，根据折叠的性质得到  $\angle AEB = \angle A'EB$ ， $\angle CED = \angle CED'$ ，根据已知条件和角的和差即可得到结论，熟练掌握折叠的性质是解题的关键．

【详解】 解：  $\because$  将纸片沿  $EB$ ， $EC$  折叠，点  $A$  落在  $A'$  位置，点  $D$  落在  $D'$  位置，

$$\therefore \angle AEB = \angle A'EB, \quad \angle CED = \angle CED',$$

$$\therefore \angle A'ED' = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle A'EB + \angle CED' - \angle A'ED' = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 10^\circ) = 85^\circ,$$

故答案为： 85.

15. 若分式方程  $\frac{m}{x-1} + 3 = \frac{x}{x-1}$  有增根，则  $m =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查根据分式方程的解的情况求参数．先将分式方程转化为整式方程，根据增根是使整式方程成立，使分式方程无意义的方程的解，得到  $x = 1$ ，把  $x = 1$  代入整式方程，求出  $m$  的值即可．掌握增根的定义，是解题的关键．

$$\text{【详解】 解： } \because \frac{m}{x-1} + 3 = \frac{x}{x-1},$$

$$\therefore m + 3(x-1) = x,$$

$\therefore$  方程有增根，

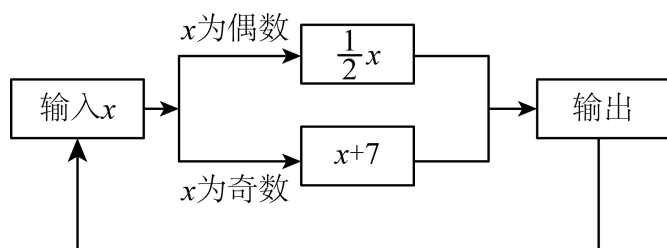
$$\therefore x - 1 = 0,$$

$$\therefore x = 1,$$

$$\therefore m = x = 1;$$

故答案为： 1.

16. 下图是一种数值转换机的运算程序，若输入 2，则第 2025 次输出的数是\_\_\_\_\_.



【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查程序流程图，数字类规律探索，解题的关键是根据程序图得到数字的一般规律，分别计算出前几次的结果，总结出规律为每 4 次为一个循环，再根据  $2025 \div 4 = 506 \cdots 1$ ，得出第 2025 次输出的结果与第 1 次输出的结果相同，即可得解.

【详解】 解：由运算程序可知：第 1 次输出的结果为：  $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ ；

第 2 次输出的结果为：  $1 + 7 = 8$ ；

第 3 次输出的结果为：  $\frac{1}{2} \times 8 = 4$ ；

第 4 次输出的结果为：  $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ ；

第 5 次输出的结果为：  $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ ；

……，

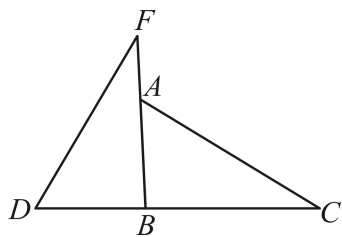
所以每 4 次为一个循环.

因为  $2025 \div 4 = 506 \cdots 1$ ，

所以第 2025 次输出的结果与第 1 次输出的结果相同，即为 1.

故答案为： 1.

17. 如图，已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle DBF$  是形状、大小完全相同的两个直角三角形，点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  在同一条直线上，点  $B$ 、 $A$ 、 $F$  也在同一条直线上，  $\triangle ABC$  的位置不动，将  $\triangle DBF$  绕点  $B$  顺时针旋转  $x^\circ (0 < x < 180)$ ，点  $F$  的对应点为点  $F_1$ ，点  $D$  的对应点为点  $D_1$ ，当  $\angle F_1BC = \frac{1}{3} \angle ABF_1$  时，  $\angle D_1BC$  的度数为\_\_\_\_\_.

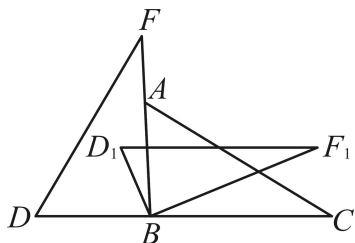


【答案】  $112.5^\circ$  或  $45^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质，根据题意分类讨论；当  $BF_1$  在  $\angle ABC$  内部时，得出  $\angle F_1BC = 22.5^\circ$ ，当  $BF_1$  在  $\angle ABC$  外部时，  $\angle F_1BC = 45^\circ$  结合图形，即可求解.

【详解】 解： 如图所示，当  $BF_1$  在  $\angle ABC$  内部时，

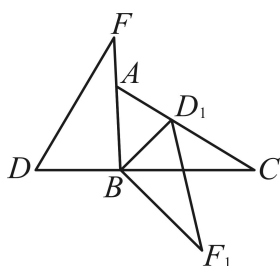


$$\because \angle F_1BC = \frac{1}{3} \angle ABF_1, \quad \angle F_1BC + \angle ABF_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F_1BC = \frac{90^\circ}{4} = 22.5^\circ$$

$$\therefore \angle D_1BC = \angle D_1BF_1 + \angle F_1BC = 90^\circ + 22.5^\circ = 112.5^\circ,$$

如图所示，当  $BF_1$  在  $\angle ABC$  外部时，



$$\because \angle F_1BC = \frac{1}{3} \angle ABF_1, \quad \angle ABF_1 - \angle F_1BC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F_1BC = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\therefore \angle D_1BC = \angle D_1BF_1 - \angle F_1BC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

综上所述，  $\angle D_1BC$  的度数为  $112.5^\circ$  或  $45^\circ$ .

故答案为：  $112.5^\circ$  或  $45^\circ$ .

三、计算题： 本大题共 5 小题， 共 25 分.

18. 计算：  $(-1)^{2024} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$ .

【答案】  $\frac{17}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了零指数幂，负整数指数幂和含乘方的有理数混合计算，先计算零指数幂，负整数指数幂和乘方，再计算加减法即可得到答案.

【详解】 解：  $(-1)^{2024} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$$= 1 + \frac{9}{4} - 1 - \frac{1}{8}$$
$$= \frac{17}{8}.$$

19. 分解因式：  $x^2 + 4y^2 - 4xy - 25$

【答案】  $(x - 2y - 5)(x - 2y + 5)$

【解析】

【分析】 先根据完全平方公式将前三项分解，再根据平方差公式分解即可.

【详解】 解： 原式  $= (x - 2y)^2 - 25$

$$= (x - 2y + 5)(x - 2y - 5).$$

【点睛】 本题主要考查了根据公式法因式分解，掌握完全平方公式和平方差公式是解题的关键. 注意：因式分解要分到不能再分为止.

20. 解方程：  $\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{2}{x-x^2}$

【答案】  $x = -1$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，解题的关键是掌握分式方程的解法. 根据去分母、去括号、合并同类项、化系数为1，即可求解.

【详解】 解：  $\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{2}{x-x^2}$

$$\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{2}{x(1-x)}$$
$$3(1-x) + 4x = 2$$
$$3 - 3x + 4x = 2$$
$$x = 2 - 3$$
$$x = -1$$

经检验,  $x = -1$  是原方程的解,

$$\therefore x = -1.$$

21. 先化简, 再求值:

$$\left[ (x-y)^2 + (-x+2y)(x+2y) - y(x+3y) \right] \div (-6y), \text{ 其中 } (x-8)^2 + |y+6| = 0.$$

【答案】  $-\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}x$ , 6

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的混合运算, 非负数的性质, 利用整式的相应的法则对式子进行化简, 再结合非负数的性质确定  $x, y$  的值, 再代入运算即可.

【详解】 解:  $\left[ (x-y)^2 + (-x+2y)(x+2y) - y(x+3y) \right] \div (-6y)$   
 $= (x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + 4y^2 - xy - 3y^2) \div (-6y)$   
 $= (2y^2 - 3xy) \div (-6y)$   
 $= -\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}x$

$$\because (x-8)^2 + |y+6| = 0,$$

$$\therefore x-8=0, y+6=0,$$

$$\text{解得: } x=8, y=-6,$$

$$\therefore \text{原式} = -\frac{1}{3} \times (-6) + \frac{1}{2} \times 8 = 6.$$

22. 先化简  $\left( a + 1 - \frac{3}{a-1} \right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a-1}$ , 再选取一个合适的数作为  $a$  的值代入求值.

【答案】  $\frac{a+2}{a-2}$ , 当  $a=0$  时, 原式  $= -1$  (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值, 熟练掌握分式的混合运算法则是解题的关键.

先运用分式的混合运算法则化简, 然后将  $a=0$  代入计算即可解答.

【详解】 解:  $\left( a + 1 - \frac{3}{a-1} \right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a-1}$   
 $= \frac{(a+1)(a-1)-3}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(a-2)^2}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^2 - 4}{a - 1} \cdot \frac{a - 1}{(a - 2)^2} \\
&= \frac{(a + 2)(a - 2)}{a - 1} \cdot \frac{a - 1}{(a - 2)^2} \\
&= \frac{a + 2}{a - 2},
\end{aligned}$$

$\because a \neq 1$  且  $a \neq 2$ ,

$\therefore$  当  $a = 0$  时, 原式  $= -1$ .

**四、解答题: 本题共 5 小题, 共 33 分.**

23. 先化简, 再求值.  $\left(x - 2 + \frac{3}{x + 2}\right) \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$ , 其中  $x = 2$ .

**【答案】**  $\frac{x - 1}{x + 1}, \frac{1}{3}$ .

**【解析】**

**【分析】** 先化简分式, 然后将  $x$  的值代入计算.

$$\begin{aligned}
\text{【详解】解: 原式} &= \frac{x^2 - 4 + 3}{x + 2} \div \frac{(x + 1)^2}{x + 2} \\
&= \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 2} \times \frac{x + 2}{(x + 1)^2} \\
&= \frac{x - 1}{x + 1}
\end{aligned}$$

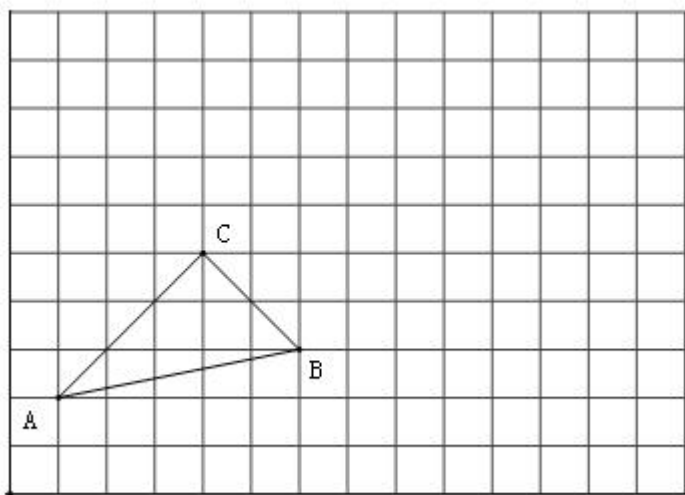
当  $x = 2$  时,

$$\text{原式} = \frac{2 - 1}{2 + 1} = \frac{1}{3}.$$

**【点睛】** 本题考查了分式的计算, 掌握分式化简得方法再代入求值是解题的关键.

24. 如图,  $\triangle ABC$  是格点三角形 (各顶点是网格线的交点), 每个小方格都是边长为 1 个单位长度的小正方形.

- (1) 将  $\triangle ABC$  向右平移 6 个单位长度, 画出平移后的  $\triangle A_1B_1C_1$ .
- (2) 将平移后的  $\triangle A_1B_1C_1$  绕点  $B_1$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 画出旋转后的  $\triangle A_2B_1C_2$ .
- (3) 将  $\triangle ABC$  沿直线  $BC$  翻折, 画出翻折后的  $\triangle A_3BC$ .
- (4) 试问  $\triangle ABC$  能否经过一次旋转后与  $\triangle A_2B_1C_2$  重合, 若能, 请在图中用字母  $O$  表示旋转中心并写出旋转角的大小; 若不能, 请说明理由.



【答案】(1) 见解析；(2) 见解析；(3) 见解析；(4) 旋转角 90 度

【解析】

【分析】(1) 利用网格特点和平移的性质画出点 A, B, C 的对应点分别是点  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  即可；

(2) 利用网格特点和旋转的性质画出点 A, C 的对应点分别是点  $A_2$ ,  $C_2$  即可；

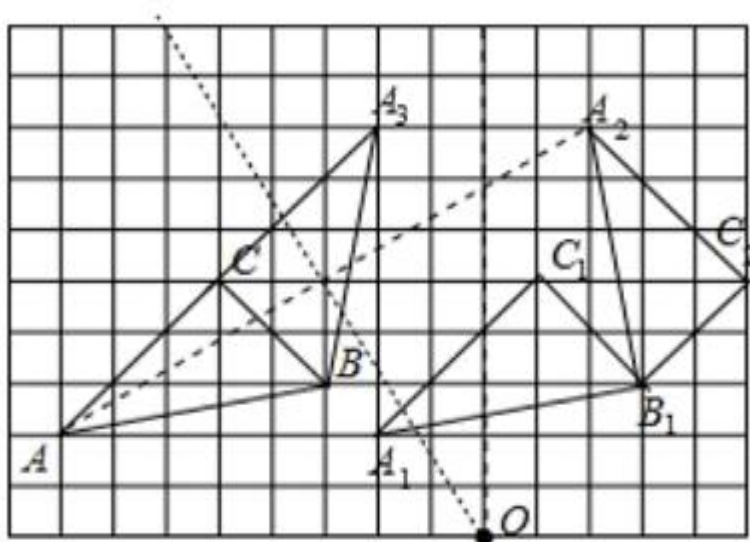
(3) 利用网格特点和轴对称的性质点 A 的对应点  $A_3$  即可；

(4) 作  $BB_1$ 、 $AA_2$  的垂直平分线得到点 O, 则  $\angle AOA_2$  为旋转角.

【详解】(1) 如图,  $\triangle A_1B_1C_1$  为所作；

(2) 如图,  $\triangle A_2B_1C_2$  为所作；

(3) 如图,  $\triangle A_3BC$  为所作；



(4)  $\triangle ABC$  能经过一次旋转后与  $\triangle A_2B_1C_2$  重合.

如图, 点 O 为所作, 旋转角为  $90^\circ$ .

【点睛】本题考查了作图-旋转变换: 根据旋转的性质可知, 对应角都相等都等于旋转角, 对应线段也相等,

由此可以通过作相等的角, 在角的边上截取相等的线段的方法, 找到对应点, 顺次连接得出旋转后的图形. 也考查了轴对称和平移变换.

25. 某化工厂要在规定的时间内搬运 1800 千克化工原料, 现有  $A$ ,  $B$  两种机器人可供选择, 已知  $A$  型机器人每小时完成的工作量是  $B$  型机器人的 1.5 倍,  $A$  型机器人单独完成所需的时间比  $B$  型机器人少 10 小时. 求两种机器人每小时分别搬运多少千克化工原料.

【答案】 $A$  型机器人每小时搬运 90 千克,  $B$  型机器人每小时搬运 60 千克

【解析】

【分析】设  $B$  型机器人每小时搬运  $x$  千克, 则  $A$  型机器人每小时搬运  $1.5x$  千克, 根据题意列出分式方程求解, 然后检验即可.

【详解】解: 设  $B$  型机器人每小时搬运  $x$  千克, 则  $A$  型机器人每小时搬运  $1.5x$  千克,

根据题意得:  $\frac{1800}{x} - \frac{1800}{1.5x} = 10$ ,

解得:  $x = 60$ ,

经检验:  $x = 60$  为分式方程的解,

则  $1.5x = 90$ ,

$\therefore A$  型机器人每小时搬运 90 千克,  $B$  型机器人每小时搬运 60 千克.

【点睛】题目主要考查分式方程的应用, 理解题意列出方程是解题关键.

26. 如图 1, 点  $A$  为直线  $MN$  上一点,  $AD$  为射线,  $\angle DAN = 45^\circ$ , 将一个三角板的直角顶点放在点  $A$  处, 一边  $AB$  在射线  $AN$  上, 另一边  $AC$  与  $AD$  都在直线  $MN$  的上方.

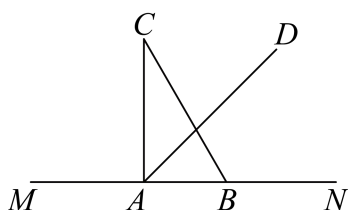


图1

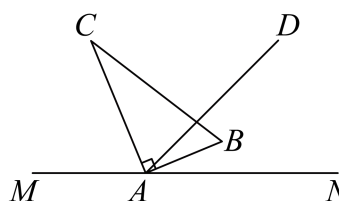
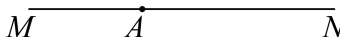


图2



备用图

- (1) 将三角板绕点  $A$  逆时针旋转, 若  $AC$  恰好平分  $\angle DAM$  (如图 2), 则  $\angle BAN =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ ;
- (2) 将三角板绕点  $A$  在直线  $MN$  上方逆时针旋转, 当  $AB$  落在  $\angle DAM$  内部, 且  $\angle BAD = \frac{1}{4}\angle CAM$  时, 则  $\angle CAN =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ ;
- (3) 将图 1 中的三角板和射线  $AD$  同时绕点  $A$ , 分别以每秒  $2^\circ$  和每秒  $5^\circ$  的速度顺时针分别旋转一周后停止, 求第几秒时, 射线  $AB$  恰好与射线  $AD$  成  $30^\circ$  角?

【答案】(1) 22.5

(2) 144      (3) 第 5 秒或 25 秒或 142.5 秒或 172.5 秒

【解析】

【分析】本题是几何变换的综合题，考查了一元一次方程的应用，角平分线定义，角度的计算，正确画出图形并分类讨论是解题的关键.

(1) 根据角的平分线的定义和平角的定义即可解答;

(2) 根据  $\angle BAD = \frac{1}{4}\angle CAM$  设未知数，由  $\angle DAM = 135^\circ$  列方程即可解答;

(3) 正确画图，分三种情况讨论，列一元一次方程即可解答.

【小问 1 详解】

解:  $\because \angle DAN = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle DAM = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ ,

$\because AC$  平分  $\angle DAM$ ,

$\therefore \angle CAM = \frac{1}{2}\angle DAM = \frac{1}{2} \times 135^\circ = 67.5^\circ$ ,

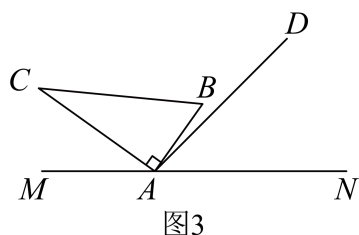
$\because \angle CAB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAN = 180^\circ - 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$ ;

故答案为: 22.5;

【小问 2 详解】

解: 如图 3, 设  $\angle BAD = x^\circ$ , 则  $\angle CAM = (4x)^\circ$ ,



由 (1) 知:  $\angle DAM = 135^\circ$ ,

$\therefore x + 90 + 4x = 135$ ,

$\therefore x = 9$ ,

$\therefore \angle CAN = 180^\circ - (4x)^\circ = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ ,

故答案为: 144;

【小问 3 详解】

解：三角板运动时间为：  $t_1 = \frac{360}{2} = 180\text{s}$ ，

射线  $AD$  运动时间为：  $t_2 = \frac{360}{5} = 72\text{s}$ ，

设运动时间为  $t$  秒，

当射线  $AD$  与  $AB$  重合时，如图 4，

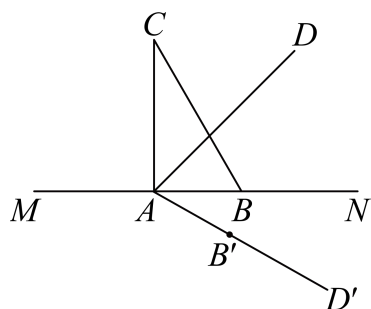


图4

有  $2t + 45 = 5t$ ，

$\therefore t = 15$ ；

当射线  $AB$  恰好与射线  $AD$  成  $30^\circ$  角时，存在以下三种情况：

①当  $0 < t < 15$  时，如图 5，有  $5t + 30 = 2t + 45$ ，

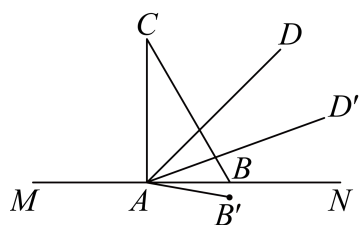
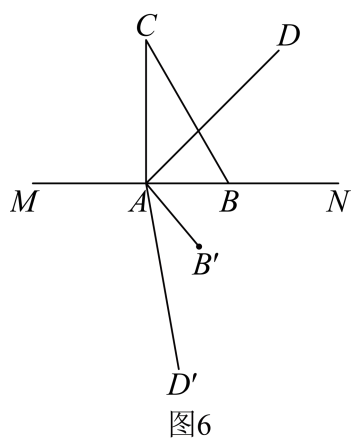


图5

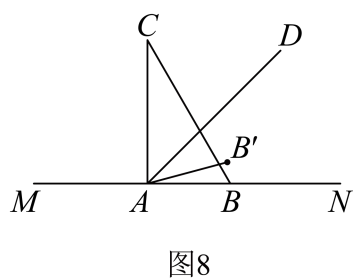
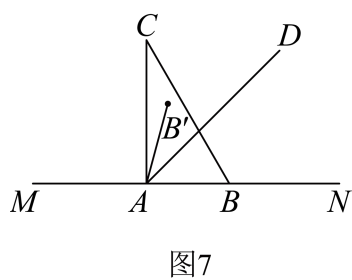
$\therefore t = 5$ ；

②当  $15 < t < 72$  时，如图 6，有  $5t = 2t + 45 + 30$ ，



$\therefore t = 25$ ;

③ 72s 后, 射线  $AD$  停止, 三角板继续旋转,



有  $2t + 30 + 45 = 360$  (如图 7) 或  $2t + (45 - 30) = 360$  (如图 8),

$\therefore t = 142.5$  和  $t = 172.5$ ;

综上, 第 5 秒或 25 秒或 142.5 秒或 172.5 秒时, 射线  $AB$  恰好与射线  $AD$  成  $30^\circ$  角.