

七年级数学

(满分 100 分，考试时间 90 分钟)

一. 选择题 (本大题共 6 小题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 关于整式的概念，下列说法错误的是 ()

A. $1-a-ab$ 是二次三项式

B. $\frac{3}{4}\pi x^2$ 的系数是 $\frac{3}{4}$

C. x^3y 是四次单项式

D. -2^2a^2b 的次数是 3

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了多项式和单项式的相关概念：单项式系数是指单项式中与字母相乘的数字因数，单项式次数是所有字母指数的和，多项式是几个单项式的和，多项式的次数是指次数最高项的次数，逐一判断即可解答.

【详解】 解：A、 $1-a-ab$ 是二次三项式，故 A 不符合题意；

B、 $\frac{3}{4}\pi x^2$ 的系数是 $\frac{3}{4}\pi$ 不是 $\frac{3}{4}$ ，故 B 符合题意；

C、 x^3y 是四次单项式，故 C 不符合题意；

D、 -2^2a^2b 的次数是 3，故 D 不符合题意.

故选：B.

2. 下列从左到右的变形属于因式分解的是 ()

A. $x^2 - 2x + 2 = x\left(x - 2 + \frac{2}{x}\right)$

B. $6a^3b = 3a^2 \cdot 2ab$

C. $a^2 + 3a = a(a + 3)$

D. $(x - 4)(x + 2) = x^2 - 2x - 8$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的定义，能熟记因式分解的定义是解此题的关键，注意：把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解. 根据因式分解的定义，判断各选项是否将多项式化为整式的积的形式.

【详解】 解：A、右边含分式 $\frac{2}{x}$ ，不是整式；

B、左边 $6a^3b$ 是单项式，不是多项式；

C、 $a^2 + 3a = a(a + 3)$ 满足定义；

D、是整式乘法；

故选：C.

3. 已知 $3x - 4y = 3$ (x, y 均为正整数), 则 $27^x \div 9^{2y}$ 的值为 ()

A. 3

B. 9

C. 27

D. 81

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了逆用幂的乘方法则、同底数幂的除法法则等知识点, 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

将 27 和 9 分别表示为 3 的幂, 利用同底数幂的运算法则简化表达式, 再代入已知条件求值即可.

【详解】解: $\because 27 = 3^3, 9 = 3^2,$

$$\therefore 27^x = (3^3)^x = 3^{3x},$$

$$\therefore 9^{2y} = (3^2)^{2y} = 3^{4y},$$

$$\therefore 27^x \div 9^{2y} = 3^{3x} \div 3^{4y} = 3^{3x-4y} = 3^3 = 27,$$

故选 C.

4. 下列各式从左到右变形正确的是 ()

A. $\frac{-b}{-2a} = \frac{b}{2a}$

B. $\frac{a+2}{a+3} = \frac{2}{3}$

C. $\frac{1-a}{a-1} = 1$

D. $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了分式的基本性质.

根据分式的基本性质, 逐项判断变形是否正确.

【详解】解: A: $\frac{-b}{-2a} = \frac{(-1) \cdot b}{(-1) \cdot 2a} = \frac{b}{2a}$, 变形正确;

B: $a \neq 0$ 时, $\frac{a+2}{a+3} \neq \frac{2}{3}$, 即变形并非恒成立, 变形错误;

C: $\frac{1-a}{a-1} = \frac{-(a-1)}{a-1} = -1 \neq 1$, 变形错误;

D: $a \neq b$ 且 $b \neq 0$ 时, $\frac{b}{a} \neq \frac{b^2}{a^2}$, 即变形并非恒成立, 变形错误;

故选: A.

5. 小张学习分式的基本性质时, 将 $\frac{3xy}{2x^2 + \square}$ 中的 x 和 y 都扩大 2 倍, 得到的分式的值不变, 请你推测, $\square$

代表的代数式可以是 ()

A. 5

B. y

C. $2y$

D. y^2

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了分式的基本性质，根据分式的分子与分母同乘（或除以）一个不等于0的整式，分式的值不变，逐项计算进行判断求解即可.

【详解】解： $\frac{3xy}{2x^2 + \square}$ 中的 x 和 y 都扩大2倍，分子 $3xy$ 变为 $3 \times (2x) \times (2y) = 12xy$ ，扩大了4倍，

A、分母若为 $2x^2 + 5$ ， x 扩大2倍，分母变为 $8x^2 + 5$ ，没有扩大4倍，分数值改变，不符合题意；

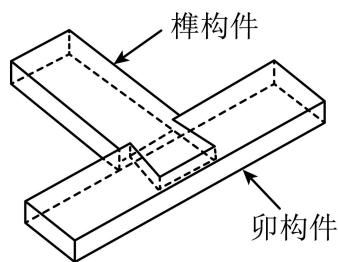
B、分母若为 $2x^2 + y$ ， x 和 y 都扩大2倍，分母变为 $8x^2 + 2y$ ，没有扩大4倍，分数值改变，不符合题意；

C、分母若为 $2x^2 + 2y$ ， x 和 y 都扩大2倍，分母变为 $8x^2 + 4y = 4(2x^2 + y)$ ，没有扩大4倍，分数值改变，不符合题意；

D、分母若为 $2x^2 + y^2$ ， x 和 y 都扩大2倍，分母变为 $8x^2 + 4y^2 = 4(2x^2 + y^2)$ ，扩大4倍，分数值不变，符合题意；

故选：D.

6. 古代建筑中，榫(sǔ)卯(mǎo)结构至关重要，它通过凸出的榫和凹进的卯精密配合连接，使得建筑物连接牢固且难以松动. 工匠们制作了一种特定的榫卯组合，每个榫需要的木材比每个卯需要的木材多0.5千克. 已知用35千克木材制作榫的数量与用30千克木材制作卯的数量相同. 设制作1个榫需要的木材为 x 千克，符合题意的方程是 ()



A. $\frac{35}{x} = \frac{30}{x-0.5}$

B. $\frac{35}{x} = \frac{30}{x} + 0.5$

C. $\frac{35}{x} + 0.5 = \frac{30}{x}$

D. $\frac{35}{x+0.5} = \frac{30}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，设制作1个榉需要的木材为 x 千克，则每个卯需要的木材为 $(x-0.5)$ 千克，结合35千克木材制作榉的数量与用30千克木材制作卯的数量相同，列出方程即可，解题的关键是明确题意，列出相应的分式方程.

【详解】解：设制作1个榉需要的木材为 x 千克，则每个卯需要的木材为 $(x-0.5)$ 千克，

由题意可得， $\frac{35}{x} = \frac{30}{x-0.5}$ ，

故选：A.

二. 填空题 (本大题共 12 小题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 将多项式 $4x^2y^2 - 4x^3y - 3x + 12$ 按 x 的升幂排列，从左到右第二项是_____.

【答案】 $-3x$

【解析】

【分析】本题考查了多项式的排列. 按字母 x 的升幂排列，即按照 x 的指数从小到大排列多项式各项.

【详解】解：多项式 $4x^2y^2 - 4x^3y - 3x + 12$ 中，各项关于 x 的指数分别为： $4x^2y^2$ 的指数是2， $-4x^3y$ 的指数是3， $-3x$ 的指数是1，12的指数是0.

按 x 的升幂排列为： $12 - 3x + 4x^2y^2 - 4x^3y$ ，

故从左到右第二项是 $-3x$.

故答案为： $-3x$.

8. 若 $-5x^3y^{n-2}$ 与 $3x^{m+2}y^2$ 是同类项，则 $m+n=$ _____.

【答案】5

【解析】

【分析】本题考查了同类项的定义.

根据同类项的定义，所含字母相同且相同字母的指数也相同的项是同类项，因此需使 x 和 y 的指数分别相等.

【详解】 $\because -5x^3y^{n-2}$ 与 $3x^{m+2}y^2$ 是同类项，

$\therefore 3 = m + 2, \quad n - 2 = 2,$

解得 $m = 1, \quad n = 4,$

因此 $m + n = 5.$

故答案为：5.

9. 计算： $(x-y)^3 \cdot (y-x)^2 =$ _____。（结果用幂的形式表示）

【答案】 $(x-y)^5$

【解析】

【分析】 运用同底数幂运算法则即可求解，本题主要考查同底数幂的乘法运算，掌握其运算法则是解题的关键.

$$\begin{aligned}\text{【详解】 解: } & (x-y)^3 \cdot (y-x)^2 \\ &= (x-y)^3 \cdot (x-y)^2 \\ &= (x-y)^5,\end{aligned}$$

故答案为: $(x-y)^5$.

10. $(2a^3b - ab^2 + ab) \div ab = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $2a^2 - b + 1$

【解析】

【分析】 根据考查整式的除法运算，熟练掌握多项式与单项式的除法运算法则是解题的关键.
将多项式中的每一项分别除以单项式 ab ，利用同底数幂的除法法则计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【详解】 解: } & (2a^3b - ab^2 + ab) \div ab \\ &= (2a^3b \div ab) - (ab^2 \div ab) + (ab \div ab) \\ &= 2a^2 - b + 1\end{aligned}$$

故答案为: $2a^2 - b + 1$.

11. 计算: $(-x-y)(-x-y) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $x^2 + 2xy + y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式. 利用完全平方公式计算，即可求解.

$$\text{【详解】 解: } (-x-y)(-x-y) = (-x-y)^2 = [-(x+y)]^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

故答案为: $x^2 + 2xy + y^2$.

12. 已知二次三项式 $x^2 - 4x + m$ 有一个因式是 $(x-3)$ ，则 m 值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】根据二次三项式 $x^2 - 4x + m$ 有一个因式是 $(x-3)$ ，且

$x^2 - 4x + m = x^2 - 3x - x + m = x(x-3) - (x-m)$ ，即可得到 m 的值.

【详解】解：∵ 二次三项式 $x^2 - 4x + m$ 有一个因式是 $(x-3)$ ，

$x^2 - 4x + m = x^2 - 3x - x + m = x(x-3) - (x-m)$ ，

∴ $x - m = x - 3$ ，

$m = 3$ ，

故答案为 3.

【点睛】本题考查分组分解法因式分解，解题的关键是凑因式 $(x-3)$ 。

13. 当 x _____ 时，分式 $\frac{x+1}{2x-1}$ 有意义.

【答案】 $\neq \frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】分母不为零时，分式有意义.

【详解】当 $2x - 1 \neq 0$ ，即 $x \neq \frac{1}{2}$ 时，分式 $\frac{x+1}{2x-1}$ 有意义.

故答案为 $\neq \frac{1}{2}$.

【点睛】本题考点：分式有意义.

14. 利用负整数指数幂将 $\frac{2}{m+n}$ 写成不含分母的形式为_____.

【答案】 $2(m+n)^{-1}$

【解析】

【分析】本题考查的是负整数指数幂的含义，根据 $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$ ，再解答即可.

【详解】解：由题意可得： $\frac{2}{m+n} = 2(m+n)^{-1}$ ，

故答案为： $2(m+n)^{-1}$

15. 已知三张卡片上面分别写有 6, $x-1$, x^2-1 ，从中任选两张卡片，组成一个最简分式为_____。（写出一个分式即可）

【答案】 $\frac{6}{x-1}$ ## $\frac{6}{x^2-1}$

【解析】

【分析】直接利用分式的基本性质以及最简分式的定义形如 $\frac{A}{B}$ ， A 、 B 是整式， B 中含有字母且 B 不等于 0 的式子叫做分式，一个分式的分子与分母没有非零次的公因式时叫最简分式分析得出答案.

【详解】解：6 为分母时不是分式，

$\frac{x^2-1}{x-1}=x+1$ 不是分式，
 $\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{1}{x-1}, \frac{x-1}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$ 不是最简分式，
 $\frac{6}{x-1}$ 是最简分式，

故答案为： $\frac{6}{x-1}$.

【点睛】 本题考查分式的基本性质以及最简分式的定义，解题的关键是掌握分式的基本性质以及最简分式的定义.

16. 若方程 $\frac{2}{x-1}-\frac{k}{1-x}=1$ 有增根，则 $k=$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根问题；将分式方程去分母后，将 $x=1$ 代入求出 k 值即可.

【详解】解：去分母得 $2+k=x-1$

∵ 方程有增根，

∴ 最简公分母 $x-1=0$ ，即增根是 $x=1$ ，把 $x=1$ 代入整式方程，得 $k=-2$.

故答案为： -2 .

17. 小明读到关于某城际铁路的新闻报道后，搜集该线路的相关信息制作了下表：

区间段	区间近似里程 (km)	区间设计最高时速 (km/h)	相应所用时间 (h)
$A-B$	48	v	t_1
$B-C$	88	$1.1v$	t_2

表中两个区间段（线路的一部分）以最高时速运行时相应所用的时间 t_1 比 t_2 约少 0.1h，那么区间设计最高

时速 $v = \underline{\hspace{2cm}}$ km/h.

【答案】 320

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的实际应用，读懂题意，找出等量关系，列出方程是解题的关键. 由题意得

$$\frac{88}{1.1v} - \frac{48}{v} = 0.1, \text{ 然后解方程并检验即可.}$$

【详解】 解：由题意得， $\frac{88}{1.1v} - \frac{48}{v} = 0.1$,

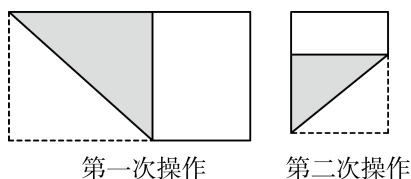
解得： $v = 320$,

经检验： $v = 320$ 是原方程的解，

$\therefore$ 区间设计最高时速 $v = 320\text{km/h}$,

故答案为： 320.

18. 把长为 20，宽为 a 的长方形纸片($10 < a < 20$)，如图那样折一下，剪下一个边长等于长方形宽度的正方形(称为第一次操作)；再把剩下的长方形如图那样折一下，剪下一个边长等于此时长方形宽度的正方形(称为第二次操作)；如此反复操作下去，若在第 n 次操作后，剩下的长方形为正方形，则操作停止. 当 $n=3$ 时， a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 12 或 15

【解析】

【分析】 根据操作步骤，可知每一次操作时所得正方形的边长都等于原矩形的宽. 所以首先需要判断矩形相邻的两边中，哪一条边是矩形的宽. 当 $10 < a < 20$ 时，矩形的长为 20，宽为 a ，所以第一次操作时所得正方形的边长为 a ，剩下的矩形相邻的两边分别为 $20-a$ ， a . 由 $20-a < a$ 可知，第二次操作时所得正方形的边长为 $20-a$ ，剩下的矩形相邻的两边分别为 $20-a$ ， $a - (20-a) = 2a-20$. 由于 $(20-a) - (2a-20) = 40-3a$ ，所以 $(20-a)$ 与 $(2a-20)$ 的大小关系不能确定，需要分情况进行讨论. 又因为可以进行三次操作，故分两种情况：① $20-a > 2a-20$ ；② $20-a < 2a-20$. 对于每一种情况，分别求出操作后剩下的矩形的两边，根据剩下的矩形为正方形，列出方程，求出 a 的值.

【详解】 由题意，可知当 $10 < a < 20$ 时，第一次操作后剩下的矩形的长为 a ，宽为 $20-a$ ，所以第二次操作时正方形的边长为 $20-a$ ，

第二次操作以后剩下的矩形的两边分别为 $20-a$ ， $2a-20$. 此时，分两种情况：

①如果 $20-a > 2a-20$, 即 $a < \frac{40}{3}$, 那么第三次操作时正方形的边长为 $2a-20$.

$\therefore$ 经过第三次操作后所得的矩形是正方形,

$\therefore$ 矩形的宽等于 $20-a$,

$$\text{即 } 2a-20 = (20-a) - (2a-20),$$

解得 $a=12$;

②如果 $20-a < 2a-20$, 即 $a > \frac{40}{3}$, 那么第三次操作时正方形的边长为 $20-a$.

$$\text{则 } 20-a = (2a-20) - (20-a),$$

解得 $a=15$.

故答案为 12 或 15.

三. 简答题 (本大题共 6 小题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $-1^4 + (2008 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-2^3)$

【答案】 17

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂, 零指数幂, 有理数的乘方; 根据负整数指数幂, 零指数幂, 有理数的乘方进行计算即可求解.

$$\text{【详解】 解: } -1^4 + (2008 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-2^3)$$

$$= -1 + 1 + 9 - (-8)$$

$$= 17$$

20. 计算: $(a-2)(a+3) - (a-1)^2$.

【答案】 $3a-7$

【解析】

【分析】 本题考查整式的乘法运算, 根据多项式乘多项式和完全平方公式, 以及合并同类项进行计算即可求解.

$$\text{【详解】 解: } (a-2)(a+3) - (a-1)^2$$

$$= (a^2 + a - 6) - (a^2 - 2a + 1)$$

$$= a^2 + a - 6 - a^2 + 2a - 1$$

$$= 3a - 7.$$

21. 因式分解: $2xy - x^2 + 1 - y^2$.

【答案】 $(1+x-y)(1-x+y)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解. 先对式子进行分组, 再利用完全平方公式和平方差公式进行因式分解.

【详解】 解: $2xy - x^2 + 1 - y^2$

$$= 1 - (x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= 1 - (x - y)^2$$

$$= (1+x-y)(1-x+y).$$

22. 因式分解: $(x-1)(x-5)+4$.

【答案】 $(x-3)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解.

先计算多项式的乘法, 再根据完全平方公式分解因式即可.

【详解】 解: $(x-1)(x-5)+4$

$$= x^2 - 6x + 5 + 4$$

$$= x^2 - 6x + 9$$

$$= (x-3)^2.$$

23. 计算: $(x^{-1} - y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}) - xy(x+y)^{-1}$.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂, 分式的混合运算. 将负整数指数幂转化为分式形式, 然后进行分式的减法和除法运算, 最后发现两部分相同, 相减结果为 0.

【详解】 解: $(x^{-1} - y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}) - xy(x+y)^{-1}$

$$= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) \div \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right) - xy \cdot \frac{1}{x+y}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{y-x}{xy} \right) \div \left(\frac{y^2-x^2}{x^2y^2} \right) - xy \cdot \frac{1}{x+y} \\
&= \frac{y-x}{xy} \times \frac{x^2y^2}{y^2-x^2} - xy \cdot \frac{1}{x+y} \\
&= \frac{xy}{y+x} - \frac{xy}{y+x} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

24. 解方程: $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-1}$.

【答案】 $x = -4$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程. 该方程为分式方程, 通过寻找公分母 $(x-1)(x+1)$ 将方程化为整式方程求解, 并检验所得解是否使原方程分母为零.

【详解】 解: 原方程为 $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-1}$, 其中 $x^2-1 = (x-1)(x+1)$, 且 $x \neq 1$, $x \neq -1$,

方程两边同时乘以 $(x-1)(x+1)$, 得 $3(x+1) - 2(x-1) = 1$,

展开得 $3x+3-2x+2=1$,

合并同类项得 $x+5=1$,

解得 $x=-4$,

检验: 当 $x=-4$ 时, $x-1=-5 \neq 0$, $x+1=-3 \neq 0$,

所以 $x=-4$ 是原方程的解.

四、解答题 (本大题共 4 小题, 25、26 每题 6 分, 27、28 每题 8 分, 满分 28 分)

25. 先化简, 再求值: $\left(x+1 - \frac{8}{x-1} \right) \div \frac{x^2+x-6}{x-1}$, 其中 $x=2^{-1}$.

【答案】 $\frac{x-3}{x-2}$; $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值: 先化简括号内的表达式, 通分后合并, 再除以分式变为乘以其倒数, 约分后得到最简分式, 最后代入 x 的值计算, 即可求解.

【详解】 解: 原式 = $\left[\frac{(x+1)(x-1)}{x-1} - \frac{8}{x-1} \right] \div \frac{x^2+x-6}{x-1}$

$$= \frac{x^2 - 1 - 8}{x - 1} \div \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$$

$$= \frac{x^2 - 9}{x - 1} \times \frac{x - 1}{x^2 + x - 6}$$

$$= \frac{x^2 - 9}{x^2 + x - 6}$$

$$= \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)(x - 2)}$$

$$= \frac{x - 3}{x - 2},$$

$$\text{当 } x = 2^{-1} = \frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \frac{\frac{1}{2} - 3}{\frac{1}{2} - 2} = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{5}{3}.$$

26. 已知实数 a, b 满足 $(a + b)^2 = 11$, $(a - b)^2 = 7$.

(1) $a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $ab = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 求 $a^4 + b^4$

【答案】 (1) 9; 1 (2) 79

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式的变形应用, 解题的关键是熟练掌握完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

(1) 利用完全平方公式将两等式展开, 等号两边分别相加消去 ab 项, 即可求出 $a^2 + b^2$ 的值; 相减消去

$a^2 + b^2$, 即可求出 ab 的值;

(3) 利用 $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ 结合 $a^2 + b^2 = 9$, $ab = 1$ 求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 11 \text{ ①}, (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 \text{ ②},$$

$$\therefore \text{①} + \text{②} \text{ 得: } a^2 + b^2 + a^2 + b^2 = 18,$$

$$\therefore 2(a^2 + b^2) = 18,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9;$$

∴ ①-② 得: $4ab = 4$

∴ $ab = 1$;

【小问 2 详解】

解: ∵ $a^2 + b^2 = 9$, $ab = 1$

∴ $a^4 + b^4$

$= (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$

$= 9^2 - 2 \times 1$

$= 79$.

27 《花卉装点校园，喜迎新春佳节》项目学习方案:

项 目 情景	春节将至，东莞某中学购买花卉装点校园．同学们需完成了解花卉知识（包括花语等知识），购买花卉，插花，摆放盆栽等任务．
素 材 一	采购小组到市场上了解到每枝 A 种花卉比每枝 B 种花卉便宜 3 元，用 600 元购买的 B 种花卉数量为用 240 元购买的 A 种花卉数量的 2 倍．
任 务 一	小组成员甲设①_____的单价为 x 元，由题意得方程: $2 \times \frac{240}{x} = \frac{600}{x+3}$; 小组成员乙设购买 A 种花卉的数量为 y 枝，由题意得方程: ②_____.
素 材 二	插花时，技术小组成员丙发现自己单位时间内可完成 m 盆小盆栽的插花任务或完成 $(7-m)$ 盆大盆栽的插花任务，并且完成 25 盆小盆栽所用时间与完成 10 盆大盆栽的时间相同．
任 务 二	求 m 的值.

(1) 任务一中横线①处应填_____，横线②处应填_____;

(2) 列出关于 m 的方程，并完成任务二，求出 m 的值.

【答案】(1) A 种花卉; $\frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y}$

(2) $\frac{25}{m} = \frac{10}{7-m}$, $m = 5$

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的实际应用，找准等量关系，正确的列出分式方程是解题的关键：

(1) 任务一：由题意，可知：用 600 元购买的 B 种花卉数量为 $\frac{600}{x+3}$ ，根据每枝 A 种花卉比每枝 B 种花卉便宜 3 元，可得①处的答案；根据小组成员乙设购买 A 种花卉的数量为 y 枝，结合单价之间的数量关系可得方程，可得②处的答案；

(2) 任务二：根据完成 25 盆小盆栽所用时间与完成 10 盆大盆栽的时间相同，列出方程进行求解即可。

【小问 1 详解】

解：依题意， $2 \times \frac{240}{x} = \frac{600}{x+3}$ 表示 600 元购买的 B 种花卉数量为用 240 元购买的 A 种花卉数量的 2 倍，

$\therefore$ 小组成员甲设的是 A 种花卉的单价为 x 元；

$\therefore$ ①处填 A 种花卉；

小组成员乙设购买 A 种花卉的数量为 y 枝，由题意得方程：

$$\frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y};$$

$$\therefore \text{②处填: } \frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y}$$

【小问 2 详解】

解：由题意，得： $\frac{25}{m} = \frac{10}{7-m}$ ，

解得： $m = 5$ ，

经检验 $m = 5$ ，是原方程的根且符合题意，

$\therefore m = 5$ 。

28. 给出定义：如果两个分式 A 与 B 的和为一个常数，则称 A 与 B 是“和常分式”，这个常数称为 A 与 B 的

“和常值”。例如：分式 $A = \frac{2m+1}{m}$, $B = \frac{2m-1}{m}$, $A+B = \frac{2m+1}{m} + \frac{2m-1}{m} = \frac{4m}{m} = 4$ ，则 A 与 B 是“和常分式”， A 与 B 的“和常值”为 4。解决下面的问题：

(1) 已知分式 $C = \frac{-3m^2}{m^2-1}$, $D = \frac{-3}{1-m^2}$ ，判断 C 与 D 是不是“和常分式”，若不是，请说明理由；若是，

求出 C 与 D 的“和常值”；

(2) 已知分式 $E = \frac{(m+1)(m-2)}{m}$, $F = \frac{m(b-m)+2}{m}$ ，其中 E 与 F 是“和常分式”， E 与 F 的“和常值”

为 2，求 b 的值；

(3) 已知分式 $M = \frac{P}{1-m^2}$, $N = \frac{m}{m-1}$, 其中 M 与 N 是“和常分式”, M 与 N 的“和常值”为 -1 . 若 m 为整数, 且 M 的值也为整数, 直接写出满足条件的 m 的值.

【答案】 (1) C 与 D 是“和常分式”, 且 C 与 D 的“和常值”为 -3

(2) 3 (3) 0 或 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的加法计算, 正确理解“和常分式”的定义是解题的关键.

(1) 根据分式的加法计算法则求出 $C + D$ 的结果即可得到结论;

(2) 根据“和常分式”的定义得到 $\frac{(m+1)(m-2)}{m} + \frac{m(b-m)+2}{m} = 2$, 则可推出 $(b-3)m = 0$, 据此可得答案;

(3) 根据“和常分式”的定义得到 $\frac{P}{1-m^2} + \frac{m}{m-1} = -1$, 则 $P - m(m+1) = m^2 - 1$; 再由 M 的值也为整数, 可以得到 $P = k(1-m^2)$, 其中 k 为整数, 则可推出 $k = -2 + \frac{1}{1-m}$, 进而得到 $\frac{1}{1-m}$ 为整数, 则 $1-m = \pm 1$, 即可求出 $m = 0$ 或 $m = 2$.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because C = \frac{-3m^2}{m^2-1}, D = \frac{-3}{1-m^2},$$

$$\therefore C + D = \frac{-3m^2}{m^2-1} + \frac{-3}{1-m^2}$$

$$= \frac{-3m^2}{m^2-1} + \frac{3}{m^2-1}$$

$$= \frac{-3(m^2-1)}{m^2-1}$$

$$= -3,$$

$\therefore C$ 与 D 是“和常分式”, 且 C 与 D 的“和常值”为 -3 ;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because E = \frac{(m+1)(m-2)}{m}, F = \frac{m(b-m)+2}{m}, \text{ 且 } E \text{ 与 } F \text{ 是“和常分式”, } E \text{ 与 } F \text{ 的“和常值”为 } 2,$$

$$\therefore E + F = 2,$$

$$\therefore \frac{(m+1)(m-2)}{m} + \frac{m(b-m)+2}{m} = 2,$$

$$\therefore m^2 + m - 2m - 2 + bm - m^2 + 2 = 2m,$$

$$\therefore (b-3)m = 0,$$

$$\therefore m \neq 0,$$

$$\therefore b-3 = 0,$$

$$\therefore b = 3;$$

【小问3 详解】

解: $\because M = \frac{P}{1-m^2}, N = \frac{m}{m-1}$, 其中 M 与 N 是“和常分式”, M 与 N 的“和常值”为 -1 ,

$$\therefore \frac{P}{1-m^2} + \frac{m}{m-1} = -1,$$

$$\therefore P - m(m+1) = m^2 - 1;$$

$\therefore M$ 的值也为整数,

$$\therefore \frac{P}{1-m^2} \text{ 是整数,}$$

$$\therefore P = k(1-m^2), \text{ 其中 } k \text{ 为整数,}$$

$$\therefore k(1-m^2) - m(m+1) = m^2 - 1,$$

$$\therefore k(m+1)(1-m) - m(m+1) - (m+1)(m-1) = 0,$$

$$\therefore (k - km - m - m + 1)(m+1) = 0,$$

$$\therefore 1-m^2 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq \pm 1,$$

$$\therefore k - km - m - m + 1 = 0,$$

$$\therefore k = \frac{2m-1}{1-m} = -2 + \frac{1}{1-m},$$

$\therefore k$ 为整数,

$$\therefore -2 + \frac{1}{1-m} \text{ 为整数,}$$

$$\therefore \frac{1}{1-m} \text{ 为整数,}$$

$$\therefore 1-m = \pm 1,$$

$\therefore m = 0$ 或 $m = 2$.