

七年级数学练习

一、单项选择题

1. 下列代数式中，是最简分式的是（ ）

A. $\frac{x^2}{2x}$

B. $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

C. $\frac{x+1}{x}$

D. $\frac{x-1}{x^2-1}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查最简分式的定义，根据分子和分母没有公因式，检查各选项是否能约分即可。

【详解】解：A: $\frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2}$ 不符合题意；

B: $\frac{x^2+2x+1}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1$ 不符合题意；

C: $\frac{x+1}{x}$ ，分子和分母无公因式，符合题意；

D: $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$ 不符合题意；

故选 C.

2. 下列各式中，运算正确的是（ ）

A. $a^7 - a^3 = a^4$

B. $3a^2 \cdot 2a^2 = 6a^2$

C. $(-2a)^3 = -8a^3$

D. $a^3 \div a^{-1} = a^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查指数运算规则，包括同底数幂的乘除、积的乘方等，逐一验证各选项是否符合运算法则即可。

【详解】解：选项 A: $a^7 - a^3$ 不是同底数幂的除法，指数不能直接相减，不符合题意；

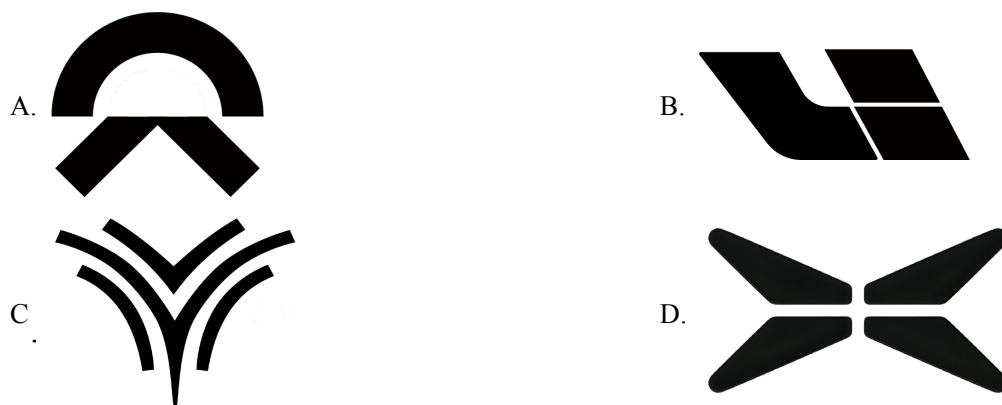
选项 B: $3a^2 \cdot 2a^2 = (3 \times 2) \cdot a^{2+2} = 6a^4 \neq 6a^2$ ，不符合题意；

选项 C: $(-2a)^3 = (-2)^3 \cdot a^3 = -8a^3$ ，符合题意；

选项 D: $a^3 \div a^{-1} = a^{3-(-1)} = a^4 \neq a^2$ ，不符合题意；

故选 C.

3. 下列新能源汽车品牌的图标中, 是中心对称图形的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查中心对称图形的识别, 中心对称图形是指把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形; 据此进行逐项分析, 即可作答.

【详解】解: A. 该图形不是中心对称图形, 不符合题意;

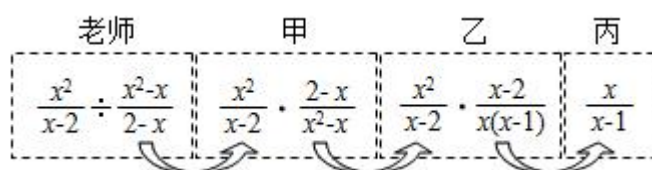
B. 该图形不是中心对称图形, 不符合题意;

C. 该图形不是中心对称图形, 不符合题意;

D. 该图形是中心对称图形, 符合题意;

故选 D.

4. 某数学老师在课堂上设计了一个接力游戏, 用合作的方式完成分式化简, 规则是: 每人只能看到前一人给的式子, 并进行一步计算, 再将计算结果传递给下一人, 最后完成化简, 过程如图所示. 对于三个人的接力过程判断正确的是 ()



A. 三个人都正确

B. 甲有错误

C. 乙有错误

D. 丙有错误

【答案】C

【解析】

【分析】乙的分子由 $2-x$ 变成了 $x-2$, 也就是分子乘了 -1 , 而分母和分式本身的符号并没有发生变化, 所以乙有错误.

【详解】解：乙的分子由 $2-x$ 变成了 $x-2$ ，也就是分子乘了 -1 ，而分母和分式本身的符号并没有发生变化，所以乙有错误。

故选：C.

【点睛】本题考查了分式的基本性质，分式的乘除法法则，考核学生的计算能力，熟记分式的基本性质是解题的关键。

5. 已知长、宽分别为 a 、 b 的长方形的周长为 22，面积为 18，则 $a^2b + ab^2$ 的值为 ()

- A. 198 B. 216 C. 252 D. 396

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了代数式求值，掌握整式代入思想是解题的关键。

根据长方形的周长和面积可求出 $a+b$ 和 ab 的值，然后将所求表达式变形后整体代入求值即可。

【详解】解：∵ 长方形的周长为 22，

$$\therefore 2(a+b) = 22,$$

$$\therefore a+b = 11.$$

∵ 面积为 18，

$$\therefore ab = 18.$$

$$\text{又 } \because a^2b + ab^2 = ab(a+b),$$

$$\therefore \text{原式} = 18 \times 11 = 198.$$

故选 A.

6. 若把分式 $\frac{m^2}{m+n}$ 中 m 和 n 的值都扩大 2 倍，那么分式的值 ()

- A. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ B. 扩大为原来的 2 倍
C. 扩大为原来的 4 倍 D. 不变

【答案】B

【解析】

【分析】解： m 和 n 都扩大为原来的 2 倍后，代入分式计算并化简，比较新分式与原分式的值即可解答。

【详解】解：∵ m 和 n 都扩大为原来的 2 倍，

$$\therefore \text{新分式为 } \frac{(2m)^2}{2m+2n} = \frac{4m^2}{2(m+n)} = \frac{2m^2}{m+n},$$

$\therefore$ 原分式为 $\frac{m^2}{m+n}$,

$\therefore$ 分式的值扩大为原来的 2 倍,

故选 B.

二、填空题

7. 将整式 $-x^5 + 2y^5 + xy^4 - 3x^4y$ 按 x 的升幂排列为_____.

【答案】 $2y^5 + xy^4 - 3x^4y - x^5$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的定义，注意把一个多项式按某一个字母的升幂排列是指按此字母的指数从小到大依次排列，常数项应放在最前面. 按 x 的升幂排列，即根据 x 的指数从小到大排列各项，保持原有符号.

【详解】 解：整式 $-x^5 + 2y^5 + xy^4 - 3x^4y$ 中，各项 x 的指数分别为： $2y^5$ 中 x 的指数为 0， xy^4 中 x 的指数为 1， $-3x^4y$ 中 x 的指数为 4， $-x^5$ 中 x 的指数为 5.

所以，按 x 的指数升序排列为 $2y^5 + xy^4 - 3x^4y - x^5$,

故答案为： $2y^5 + xy^4 - 3x^4y - x^5$,

8. 计算： $(-a^2b)^3 \div ab = \underline{\hspace{2cm}} (ab \neq 0)$.

【答案】 $-a^5b^2$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方和整式除法，先计算乘方，再进行除法运算即可.

【详解】 解： $(-a^2b)^3 \div ab$

$$= -a^6b^3 \div ab$$

$$= -a^5b^2.$$

故答案为： $-a^5b^2$.

9. 计算： $(2a)^{-3} \cdot a^4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{a}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方，负整数指数幂，同底数幂乘法法则，按照计算法则进行化简即可.

【详解】 解: $(2a)^{-3} \cdot a^4$

$$= 2^{-3} \cdot a^{-3} \cdot a^4$$

$$= 2^{-3} \cdot a^{-3+4}$$

$$= 2^{-3} \cdot a^1$$

$$= \frac{1}{8} \cdot a$$

$$= \frac{a}{8}$$

故答案为 $\frac{a}{8}$.

10. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{2x}{5x+4}$ 有意义.

【答案】 $\neq -\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式有意义的条件, 关键是掌握分式有意义的条件为分母不等于 0. 根据分式有意义的条件解得即可.

【详解】 解: 根据题意, 当分式有意义时, $5x+4 \neq 0$,

$$\text{解得 } x \neq -\frac{4}{5},$$

故答案为: $\neq -\frac{4}{5}$,

11. 计算: $\frac{b}{a} - \frac{a}{b} =$ _____.

【答案】 $\frac{b^2 - a^2}{ab}$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式的减法运算, 先通分, 再计算减法即可.

【详解】 解: $\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2}{ab} - \frac{a^2}{ab} = \frac{b^2 - a^2}{ab}$;

故答案为: $\frac{b^2 - a^2}{ab}$.

12. 若方程 $\frac{k}{x-1} - \frac{2}{x-1} = 3$ 有增根, 则 k 的值为_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查分式的增根问题, 增根是分式方程化为整式方程后产生的使分式方程的分母为 0 的根. 有增根, 那么最简公分母 $x-1=0$, 所以增根是 $x=1$, 把增根代入化为整式方程的方程即可求出 k 的值. 解题的关键是掌握关于增根问题解决的步骤: ①根据最简公分母确定增根的值; ②化分式方程为整式方程; ③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

【详解】 解: 方程两边都乘 $(x-1)$,

得: $k-2=3(x-1)$,

$\therefore$ 原方程有增根,

$\therefore$ 最简公分母 $x-1=0$,

解得: $x=1$,

$\therefore k-2=3 \times (1-1)$,

解得: $k=2$,

$\therefore k$ 的值是 2.

故答案为: 2.

13. 若 $m+n=10$, $mn=5$, 则 m^2+n^2 的值为_____.

【答案】 90

【解析】

【分析】 将 m^2+n^2 变形得到 $(m+n)^2-2mn$, 再把 $m+n=10$, $mn=5$ 代入进行计算求解.

【详解】 解: $\because m+n=10$, $mn=5$,

$\therefore m^2+n^2$

$= (m+n)^2 - 2mn$

$= 10^2 - 2 \times 5$

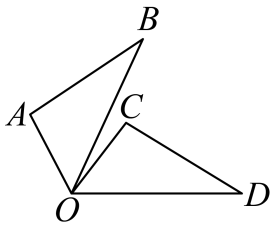
$= 100 - 10$

$= 90$.

故答案为: 90.

【点睛】本题主要考查了代数式求值，完全平方公式的应用，灵活运用完全平方公式是解答关键.

14. 如图，将 $\triangle AOB$ 绕着点 O 顺时针旋转得到 $\triangle COD$ ，若 $\angle AOB = 40^\circ$ ， $\angle BOC = 10^\circ$ ，则旋转角度是_____.



【答案】 50° ## 50度

【解析】

【分析】对应线段 AO, CO 构成的 $\angle AOC$ 即为旋转角度.

【详解】解：由旋转角度的定义可知： $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 50^\circ$

故答案为： 50° .

【点睛】本题考查旋转角度的定义，掌握相关定义是解题关键.

15. 某串数字，在镜子里显示为 $\left| \begin{array}{c} 8 \\ \hline 5 \end{array} \right| \begin{array}{c} 5 \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ \hline 1 \end{array} \right|$ ，则实际数字为_____.

【答案】 50281

【解析】

【分析】本题考查镜面对称，认真观察，注意技巧是解题的关键.

利用镜面对称的性质，大小和形状保持不变，方向相反，求解即可.

【详解】解：根据镜面对称的性质，将“18502”按轴对称左右颠倒，即可得“50281”，

故答案为：50281 .

16. 某市为治理污水，需要铺设一段全长 600 m 的污水排放管道，铺设 120 m 后，为加快施工进度，后来每天比原计划多铺设 20 m，结果共用 8 天完成这一任务，则原计划每天铺设管道的长度为_____.

【答案】 60 m

【解析】

【详解】设原计划每天铺设 x m 管道，则加快施工进度后，每天铺设 $(x+20)$ m，由题意可得，

$$\frac{120}{x} + \frac{600-120}{x+20} = 8, \text{ 解得: } x = 60, \text{ 或 } x = -5 \text{ (舍去), 故答案为 } 60 \text{ m}.$$

17. 如果二次三项式 $3a^2+7a-k$ 中有一个因式是 $3a-2$ ，那么 k 的值为_____.

【答案】 6

【解析】

【分析】根据因式分解是把一个多项式转化成几个整式积的形式，可得答案.

【详解】设另一个因式为 $(a+m)$

$$\text{则 } 3a^2+7a-k = (3a-2)(a+m) = 3a^2+(3m-2)a-2m,$$

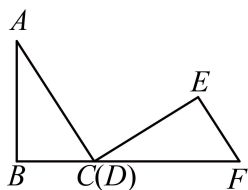
$$\therefore \begin{cases} 3m-2=7 \\ k=2m \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m=3 \\ k=6 \end{cases}$$

故答案为：6.

【点睛】本题考查了因式分解的意义，正确理解因式分解与整式的乘法互为逆运算是关键.

18. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是两个形状、大小完全相同的直角三角形， B 、 C 、 D 、 F 在同一条直线上，点 C 与点 D 重合，其中 $BC=3\text{cm}$ ， $AB=4\text{cm}$ ， $AC=5\text{cm}$. 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BF 方向平移到 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置，连接 EC_1 ，若 $C_1F=2\text{cm}$ ，则 $\triangle CEC_1$ 的面积是_____ cm^2 .



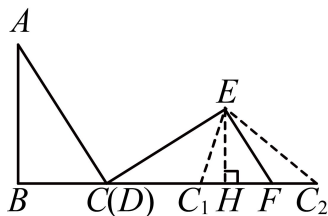
【答案】 $\frac{18}{5}$ 或 $\frac{42}{5}$

【解析】

【分析】本题主要考查了平移和三角形的面积，

过点 E 作 $EH \perp CF$ ，先求出 $\triangle CEC_1$ 边 CC_1 的高，再分当 C_1 在线段 CF 上和在线段 CF 延长线上时两种情况求三角形面积即可.

【详解】解：如图，过点 E 作 $EH \perp CF$ ，



$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是两个形状、大小完全相同的直角三角形， $BC=3\text{cm}$ ， $AB=4\text{cm}$ ， $AC=5\text{cm}$.

$\therefore CE=4$ ， $EF=3$ ， $CF=5$ ， $\angle DEF=90^\circ$ ，

$$\therefore S_{\triangle} = \frac{1}{2}CE \cdot EF = \frac{1}{2}CF \cdot EH$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5EH,$$

$$\therefore EH = \frac{12}{5},$$

当 C_1 在线段 CF 上时, $CC_1 = CF - C_1F = 5 - 2 = 3$,

$$\triangle CEC_1 \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{12}{5} = \frac{18}{5},$$

当 C_1 在线段 CF 延长线上时, $CC_1 = CF + C_1F = 5 + 2 = 7$,

$$\triangle CEC_1 \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{12}{5} = \frac{42}{5},$$

答案为 $\frac{18}{5}$ 或 $\frac{42}{5}$.

三、解答题

19. 因式分解: $x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1$.

【答案】 $(x-1)(x+1)(y-1)(y+1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解, 先提取公因式, 然后利用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解: $x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1$

$$= x^2(y^2 - 1) - (y^2 - 1)$$

$$= (x^2 - 1)(y^2 - 1)$$

$$= (x+1)(x-1)(y+1)(y-1).$$

20. 因式分解: $(a^2 + 3a)^2 - 8(a^2 + 3a) + 16$.

【答案】 $(a+4)^2(a-1)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 关键是掌握完全平方公式即可得出结果.

将 $(a^2 + 3a)$ 看成整体，应用完全平方公式因式分解，再利用十字相乘法分解即可得出结果；

【详解】解：原式 $= \left[(a^2 + 3a) - 4 \right]^2$
 $= (a^2 + 3a - 4)^2$
 $= (a + 4)^2 (a - 1)^2.$

21. 计算： $3a^2b \cdot \frac{5}{12ab^2} \div \left(\frac{5a}{4b} \right)^{-1}.$

【答案】 $\frac{25a^2}{16b^2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查分式的乘除混合运算，原式先计算 $\left(\frac{5a}{4b} \right)^{-1}$ ，再把除法转换为乘法，约分后即可得到答案.

【详解】解： $3a^2b \cdot \frac{5}{12ab^2} \div \left(\frac{5a}{4b} \right)^{-1}$
 $= 3a^2b \cdot \frac{5}{12ab^2} \div \frac{4b}{5a}$
 $= 3a^2b \cdot \frac{5}{12ab^2} \cdot \frac{5a}{4b}$
 $= \frac{25a^2}{16b^2}.$

22. 计算： $\frac{1}{a+2} - \frac{a-2}{a^2+4a+4}.$

【答案】 $\frac{4}{a^2+4a+4}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减法，熟练掌握运算是解题的关键. 先通分，再根据同分母的分式相加减的法则计算即可.

【详解】解：原式 $= \frac{1}{a+2} - \frac{a-2}{(a+2)^2}$
 $= \frac{a+2}{(a+2)^2} - \frac{a-2}{(a+2)^2}$
 $= \frac{a+2-(a-2)}{(a+2)^2}$

$$= \frac{4}{a^2 + 4a + 4}$$

23. 解方程 $\frac{x+5}{x^2-x} = \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x}$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的解法，熟练掌握运算法则是解题的关键.

根据分式方程的运算法则进行运算即可.

【详解】 $\frac{x+5}{x^2-x} = \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x}$

解：整理可得： $\frac{x+5}{x(x-1)} = \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x}$,

所有项同乘 $x(x-1)$ 去分母可得： $x+5 = 5x-3(x-1)$,

去括号可得： $x+5 = 5x-3x+3$,

移项可得： $x-5x+3x = 3-5$,

合并同类项可得： $-x = -2$,

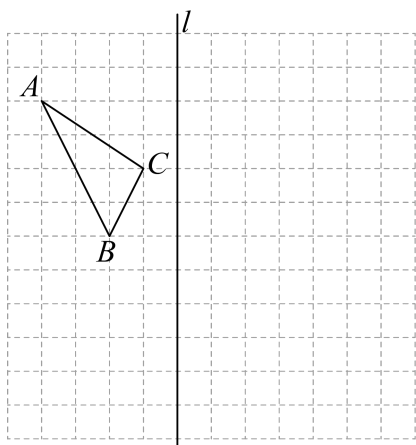
系数化为1可得： $x = 2$,

检验：把 $x = 2$ 代入 $x(x-1)$ 可得： $2(2-1) = 2$,

$\therefore x = 2$ 是原方程的解.

24. 如图，在边长为1个单位长度的小正方形组成的 12×12 的网格中，给出了格点（顶点为网格线的交点）

$\triangle ABC$ ， l 为过网格线的一条直线.



(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，画出 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 填空: $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积为_____.

【答案】(1) 图见解析

(2) 图见解析 (3) 4

【解析】

【分析】 本题考查了轴对称的性质、旋转的性质以及割补法求三角形面积, 掌握轴对称和旋转的全等变换性质是解题的关键.

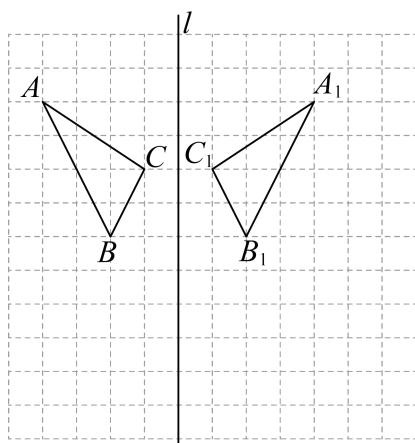
(1) 利用轴对称变换的性质分别作出 A 、 B 、 C 的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 , 再顺次连接 A_1 、 B_1 、 C_1 即可;

(2) 利用旋转变换的性质分别作出 A_1 、 B_1 、 C_1 的对应点 A_2 、 B_2 、 C_2 , 再顺次连接 A_2 、 B_2 、 C_2 即可;

(3) 用矩形面积减去三个小三角形面积即可.

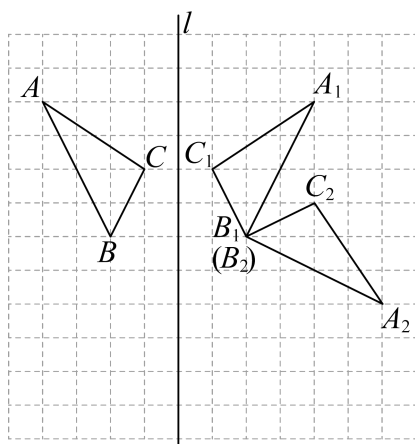
【小问 1 详解】

解: 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;



【小问 2 详解】

解: 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求;



【小问 3 详解】

$$\text{解: } S_{\triangle A_2B_2C_2} = 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 4.$$

25. 先化简，再求值： $\left(\frac{2x-3}{x-2}-1\right) \div \frac{x^2-2x+1}{x-2}$ ，然后再从 1，2，3 中选一个你喜欢的数，求式子的值.

【答案】 $\frac{1}{x-1}$ ； $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 先根据分式的加减计算括号内的，同时将除法转化为乘法，再根据分式的性质化简，最后根据分式有意义的条件，将 $x=3$ 代入求解.

【详解】 解： $\left(\frac{2x-3}{x-2}-1\right) \div \frac{x^2-2x+1}{x-2}$

$$= \frac{2x-3-(x-2)}{x-2} \times \frac{x-2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x-1}{x-2} \times \frac{x-2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{1}{x-1},$$

$\because x \neq 1, 2,$

$\therefore$ 当 $x=3$ 时，原式 $= \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$

【点睛】 本题考查了分式化简求值，解题关键是熟练运用分式运算法则进行求解.

26 《花卉装点校园，喜迎新春佳节》项目学习方案：

项 目 情景	春节将至，东莞某中学购买花卉装点校园．同学们需完成了解花卉知识（包括花语等知识），购买花卉，插花，摆放盆栽等任务．
素 材 一	采购小组到市场上了解到每枝 A 种花卉比每枝 B 种花卉便宜 3 元，用 600 元购买的 B 种花卉数量为用 240 元购买的 A 种花卉数量的 2 倍．
任 务 一	小组成员甲设①_____的单价为 x 元，由题意得方程： $2 \cdot \frac{240}{x} = \frac{600}{x+3}$ ； 小组成员乙设购买 A 种花卉的数量为 y 枝，由题意得方程： ②_____．
素 材 二	插花时，技术小组成员丙发现自己单位时间内可完成 m 盆小盆栽的插花任务或完成 $(7-m)$ 盆大盆栽的插花任务，并且完成 25 盆小盆栽所用时间与完成 10 盆大盆栽的时间相同．
任 务	求 m 的值．

(1) 任务一中横线①处应填_____；横线②处应填_____.

(2) 列出关于 m 的方程，并完成任务二，求出 m 的值.

【答案】(1) A 种花卉； $\frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y}$

(2) $\frac{25}{m} = \frac{10}{7-m}$ ； $m = 5$

【解析】

【分析】本题考查分式方程的实际应用，找准等量关系，正确的列出分式方程是解题的关键.

(1) 任务一：由题意，可知：用 600 元购买的 B 种花卉数量为 $\frac{600}{x+3}$ ，根据每枝 A 种花卉比每枝 B 种花卉便宜 3 元，可得①处的答案；根据小组成员乙设购买 A 种花卉的数量为 y 枝，结合单价之间的数量关系可得方程，可得②处的答案；

(2) 任务二：根据完成 25 盆小盆栽所用时间与完成 10 盆大盆栽的时间相同，列出方程进行求解即可.

【小问 1 详解】

解：依题意， $2 \times \frac{240}{x} = \frac{600}{x+3}$ 表示 600 元购买的 B 种花卉数量为用 240 元购买的 A 种花卉数量的 2 倍，

$\therefore$ 小组成员甲设的是 A 种花卉的单价为 x 元；

$\therefore$ ①处填 A 种花卉；

小组成员乙设购买 A 种花卉的数量为 y 枝，由题意得方程：

$$\frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y} ;$$

$$\therefore \text{②处填：} \frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y} ;$$

$$\text{故答案为：A 种花卉；} \frac{240}{y} + 3 = \frac{600}{2y} ;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解：由题意，得：} \frac{25}{m} = \frac{10}{7-m} ,$$

解得: $m = 5$,

经检验 $m = 5$, 是原方程的根且符合题意,

$\therefore m = 5$.

27. 定义: 如果两个分式 A 与 B 的差为常数, 且这个常数为正数, 则称 A 是 B 的“差常分式”, 这个常数

称为 A 关于 B 的“差常值”. 如分式 $A = \frac{2x}{x-1}$, $B = \frac{2}{x-1}$, $A - B = \frac{2x}{x-1} - \frac{2}{x-1} = 2$, 则 A 是 B 的“差

常分式”, A 关于 B 的“差常值”为 2.

(1) 已知分式 $C = \frac{-3x}{x+1}$, $D = \frac{3}{x+1}$, 判断 C 是否是 D 的“差常分式”, 若不是, 请说明理由; 若是, 请
求出 C 关于 D 的“差常值”.

(2) 已知分式 $E = \frac{(x+1)(x-a)}{x+2}$, $F = \frac{x(x-b)}{x+2}$, 其中 E 是 F 的“差常分式”, E 关于 F 的“差常值”
为 2, 求 $a+b$ 的值;

(3) 已知分式 $M = \frac{P}{x^2-9}$, $N = \frac{x}{x+3}$, 其中 M 是 N 的“差常分式”, M 关于 N 的“差常值”为 1. 若
 x 为整数, 且 M 的值也为整数, 请直接写出满足条件的 x 的值.

【答案】(1) 不是, 理由见解析

(2) -7

(3) $x = -2$ 或 -4 或 0 或 -6

【解析】

【分析】本题主要考查了分式的加减法, 解题时要熟练掌握并能灵活掌握变形是关键.

(1) 依据题意, 由 $C - D = \frac{-3x}{x+1} - \frac{3}{x+1} = \frac{-3(x+1)}{x+1} = -3 < 0$, 从而可以判断得解;

(2) 依据题意, 由 $E - F = \frac{(x+1)(x-a) - x(x-b)}{x+2} = \frac{(-a+1+b)x - a}{x+2} = 2$, 故 $-a+1+b=2$, 且 $-a=4$,

从而求出 a, b 即可得解;

(3) 依据题意, 由 $M - N = \frac{P}{x^2-9} - \frac{x}{x+3} = \frac{P - x(x-3)}{x^2-9} = 1$, 可得 $P = x^2 - 3x + x^2 - 9 = 2x^2 - 3x - 9$,

从而 $M = \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - 9} = \frac{2(x^2 - 9) - 3(x-3)}{x^2 - 9} = 2 - \frac{3}{x+3}$, 结合当 x 为整数, 且 M 的值也为整数, 进而

可以判断得解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because C = \frac{-3x}{x+1}, \quad D = \frac{3}{x+1},$$

$$\therefore C - D = \frac{-3x}{x+1} - \frac{3}{x+1} = \frac{-3(x+1)}{x+1} = -3 < 0$$

$\therefore C$ 不是 D 的“差常分式”.

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because E = \frac{(x+1)(x-a)}{x+2}, \quad F = \frac{x(x-b)}{x+2},$$

$$\therefore E - F = \frac{(x+1)(x-a) - x(x-b)}{x+2} = \frac{(-a+1+b)x-a}{x+2} = 2, \text{ 即 } (-a+1+b)x-a = 2x+4,$$

$$\therefore -a+1+b=2, \text{ 且 } -a=4,$$

$$\therefore b = -3, \quad a = -4,$$

$$\therefore a+b = -4-3 = -7;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because M = \frac{P}{x^2-9}, \quad N = \frac{x}{x+3},$$

$$\therefore M - N = \frac{P}{x^2-9} - \frac{x}{x+3} = \frac{P-x(x-3)}{x^2-9} = 1,$$

$$\therefore P = x^2 - 3x + x^2 - 9 = 2x^2 - 3x - 9$$

$$\therefore M = \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - 9} = \frac{2(x^2 - 9) - 3(x-3)}{x^2 - 9} = 2 - \frac{3}{x+3},$$

$\because x$ 为整数, 且 M 的值也为整数,

$$\therefore x+3 = \pm 1 \text{ 或 } \pm 3.$$

$$\therefore x = -2 \text{ 或 } -4 \text{ 或 } 0 \text{ 或 } -6.$$