

2025 学年第一学期七年级数学期末考试

(考试时间 90 分钟，满分 100 分) 2026.1

一、选择题 (每小题 2 分，共 12 分)

1. 下列运算不正确的是 ()

A. $a^2 + a^2 = 2a^2$

B. $(-3x)^3 = -9x^3$

C. $a^2 \div 2a^3 = \frac{1}{2a} \quad (a \neq 0)$

D. $(-a^3)^2 = a^6$

【答案】 B

【解析】

【分析】 分别根据合并同类项法则、积的幂运算、同底数幂的除法、幂的乘方进行判断即可.

【详解】 解: 选项 A: $a^2 + a^2 = 2a^2$, 故正确;

选项 B: $(-3x)^3 = -27x^3$, 故错误;

选项 C: $a^2 \div 2a^3 = \frac{1}{2a} (a \neq 0)$, 故正确;

选项 D: $(-a^3)^2 = a^6$, 故正确.

【点睛】 本题考查合并同类项法则、积的幂运算、同底数幂的除法、幂的乘方, 熟练掌握相关运算法则进行计算.

2. 下列各式从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $a(a+b) = a^2 + ab$

B. $a^2 + 2a + 1 = a(a+1) + 1$

C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D. $2a^2 - 6ab = 2a(a-3b)$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 解题的关键是理解因式分解的定义. 把一个多项式化为几个最简整式的积的形式, 这种变形叫做把这个多项式因式分解, 也叫作分解因式. 据此作答即可.

【详解】 解: A. 等式右边不是乘积形式, 故选项错误, 不合题意;

B. 等式右边不是乘积形式, 故选项错误, 不合题意;

C. 等式右边不是乘积形式, 故选项错误, 不合题意;

D. 符合定义, 故选项正确, 符合题意.

故选：D.

3. 根据下列表格中的信息， y 代表的分式可能是（ ）

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	0	无意义	$*$	$*$	$*$	$\cdots$

A. $\frac{x-2}{x+1}$

B. $\frac{x+2}{x+1}$

C. $\frac{x+2}{x-1}$

D. $\frac{x-2}{x-1}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了分式有意义的条件，分式值为 0 的条件.

根据分式有意义的条件排除 C、D，根据分式值为 0 的条件排除 A 即可.

【详解】解： $\because$ 当 $x = -1$ 时， y 无意义，

$\therefore$ 分母在 $x = -1$ 时为 0，

C、D：分母 $x-1$ ，当 $x = -1$ 时， $-1-1 = -2 \neq 0$ ，不符合；

当 $x = -2$ 时， $y = 0$ ，

A：分子 $x-2$ ，当 $x = -2$ 时， $-2-2 = -4 \neq 0$ ，不符合；

B：分子 $x+2$ ，当 $x = -2$ 时， $-2+2 = 0$ ，且分母 $x+1 = -2+1 = -1 \neq 0$ ，符合；

故选：B.

4. 甲队为 A 小区安装 60 台热水器，乙队为 B 小区安装 66 台热水器，两队同时开工恰好同时完工，乙队比甲队每天多安装 2 台，设乙队每天安装 x ，则下列方程正确的是（ ）

A. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x-2}$

B. $\frac{66}{x-2} = \frac{60}{x}$

C. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x+2}$

D. $\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用，设乙队每天安装 x 台，则甲队每天安装 $(x-2)$ 台，根据题意列出方程 $\frac{66}{x} = \frac{60}{x-2}$ 即可，读懂题意，找出等量关系，列出方程是解题的关键.

【详解】解：设乙队每天安装 x 台，则甲队每天安装 $(x-2)$ 台，

根据题意得: $\frac{66}{x} = \frac{60}{x-2}$,

故选: A.

5. 下列图形中, 不是轴对称图形的为 ()



【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了轴对称图形的定义, 解题的关键是熟练掌握轴对称图形的定义, 如果一个平面图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形就叫做轴对称图形

【详解】 解: A. 不是轴对称图形, 故 A 符合题意;

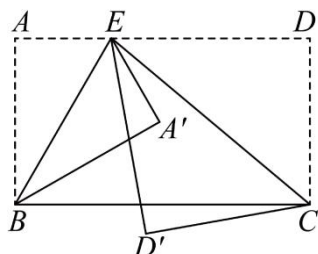
B. 是轴对称图形, 故 B 不符合题意;

C. 是轴对称图形, 故 C 不符合题意;

D. 是轴对称图形, 故 D 不符合题意.

故选: A.

6. 如图, 长方形纸片 $ABCD$, E 为边 AD 上一点, 将纸片沿 EB , EC 折叠, 点 A 落在 A' 位置, 点 D 落在 D' 的位置, 若 $\angle BEC = 84^\circ$, 则 $\angle A'ED'$ 的度数是 ()



A. 6°

B. 8°

C. 10°

D. 12°

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了翻折变换 (折叠问题), 角的计算, 熟练掌握折叠的性质是解题的关键.

首先求出 $\angle AEB + \angle DEC = 180^\circ - \angle BEC = 96^\circ$,

根据折叠的性质得到 $\angle AEB = \angle A'EB$, $\angle CED = \angle CED'$, 然后求出

$\angle AEA' + \angle DED' = 2(\angle AEB + \angle DEC) = 192^\circ$, 根据角的和差即可得到结论.

【详解】 解: $\because \angle BEC = 84^\circ$,

$$\therefore \angle AEB + \angle DEC = 180^\circ - \angle BEC = 96^\circ,$$

$\therefore$ 将纸片沿 EB , EC 折叠, 点 A 落在 A' 位置, 点 D 落在 D' 的位置,

$$\therefore \angle AEB = \angle A'EB, \quad \angle CED = \angle CED',$$

$$\therefore \angle AEA' + \angle DED' = 2(\angle AEB + \angle DEC) = 192^\circ,$$

$$\therefore \angle A'ED' = \angle AEA' + \angle DED' - 180^\circ = 12^\circ.$$

故选: D.

二、填空题 (每小题 2 分, 共 24 分)

7. 计算: $\frac{1}{3x} - \frac{1}{4x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{1}{12x}$

【解析】

【分析】 本题考查异分母分式的减法运算, 先通分, 然后计算减法即可.

【详解】 解: $\frac{1}{3x} - \frac{1}{4x}$
 $= \frac{4}{12x} - \frac{3}{12x}$
 $= \frac{1}{12x}.$

故答案为: $\frac{1}{12x}.$

8. 计算: $\left(\frac{3n}{2m}\right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{4m^2}{9n^2}$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂.

根据负整数指数幂的运算法则: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 计算即可.

【详解】 解: $\left(\frac{3n}{2m}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3n}{2m}\right)^2} = \frac{4m^2}{9n^2}.$

故答案为: $\frac{4m^2}{9n^2}$.

9. 若单项式 $-\frac{x^2y}{3}$ 的系数是 m , 它的次数是 n , 则 $m^n =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{27}$

【解析】

【分析】 此题主要考查了单项式的系数和次数, 代数式求值, 单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数,

根据单项式的系数和次数的定义确定 m 和 n 的值, 再计算 m 的 n 次方即可求解.

【详解】 解: $\because$ 单项式 $-\frac{x^2y}{3}$ 的系数是 m , 它的次数是 n ,

$$\therefore m = -\frac{1}{3}, \quad n = 2 + 1 = 3,$$

$$\therefore m^n = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}.$$

故答案为: $-\frac{1}{27}$.

10. 已知单项式 $-5x^{m+2}y^3$ 和 $7xy^n$ 是同类项, 那么 $mn =$ _____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查同类项的概念及代数式求值, 熟记同类项的概念是解题的关键. 根据同类项: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同, 可得出关于 m 和 n 的方程, 解出即可得出 m 和 n 的值, 进而代入可得出 mn 的值.

【详解】 解: $\because$ 单项式 $-5x^{m+2}y^3$ 和 $7xy^n$ 是同类项,

$$\therefore m + 2 = 1, \quad n = 3,$$

$$\therefore m = -1,$$

$$\therefore mn = -1 \times 3 = -3,$$

故答案为: -3 .

11. 计算: $a \div a^{-1} \div a =$ _____.

【答案】 a

【解析】

【分析】 本题主要考查同底数幂的除法，根据同底数幂的除法法则进行计算即可得到答案.

【详解】 解： $a \div a^{-1} \div a = a^{1-(-1)-1} = a$ ，

故答案为： a .

12. 因式分解： $3x^2 - 12y^2 =$ _____

【答案】 $3(x+2y)(x-2y)$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解，先提取公因式，再用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解： $3x^2 - 12y^2 = 3(x^2 - 4y^2) = 3(x+2y)(x-2y)$ ，

故答案为： $3(x+2y)(x-2y)$.

13. 计算： $(2a^3x^2 - a^2x^3 + 3ax^2) \div \frac{1}{3}ax^2 =$ _____.

【答案】 $6a^2 - 3ax + 9$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的除法运算，熟练掌握运算法则是解题的关键，根据多项式除以单项式的运算法则计算即可.

【详解】 解： $(2a^3x^2 - a^2x^3 + 3ax^2) \div \frac{1}{3}ax^2 = 6a^2 - 3ax + 9$ ，

故答案为： $6a^2 - 3ax + 9$.

14. 如果关于 x 的整式 $x^2 - 2(m+1)x + 25 = (x+n)^2$ ，那么常数 $m-n$ 的值是_____.

【答案】 -11 或 9

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的应用.

将右边展开后比较系数，得到关于 m 和 n 的方程，求解后代入 $m-n$ 计算即可.

【详解】 解： $\because (x+n)^2 = x^2 + 2nx + n^2$ ，

$$\therefore x^2 - 2(m+1)x + 25 = x^2 + 2nx + n^2,$$

$$\text{即 } -2(m+1) = 2n, \quad 25 = n^2,$$

由 $n^2 = 25$ 得 $n = 5$ 或 $n = -5$ ，

当 $n = 5$ 时, $-2(m+1) = 2 \times 5$, 解得 $m = -6$, 则 $m - n = -6 - 5 = -11$;

当 $n = -5$ 时, $-2(m+1) = 2 \times (-5)$, 解得 $m = 4$, 则 $m - n = 4 - (-5) = 9$.

故答案为: -11 或 9 .

15. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x^2 - x - 6}{3 - x}$ 的值为零.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值为零的条件, 解一元二次方程.

根据分式的值为零的条件得到 $x^2 - x - 6 = 0$ 且 $3 - x \neq 0$, 进而求解即可.

【详解】 解: $\because$ 分式 $\frac{x^2 - x - 6}{3 - x}$ 的值为零,

$\therefore$ 分子 $x^2 - x - 6 = 0$ 且分母 $3 - x \neq 0$.

解方程 $x^2 - x - 6 = 0$, 得 $x = 3$ 或 $x = -2$;

解 $3 - x \neq 0$, 得 $x \neq 3$;

即 $x = 3$ 或 $x = -2$ 且 $x \neq 3$,

$\therefore x = -2$.

故答案为: -2 .

16. 如果 $2y - x + 1 = 0$, 那么 $x^2 - 4xy + 4y^2 + 3 =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 此题考查了完全平方公式, 代数式求值,

首先由 $2y - x + 1 = 0$ 得到 $x - 2y = 1$, 然后将所求代数式通过完全平方公式变形, 然后整体代入求解即可.

【详解】 解: $\because 2y - x + 1 = 0$,

$\therefore x - 2y = 1$,

$\therefore x^2 - 4xy + 4y^2 + 3 = (x - 2y)^2 + 3 = 1^2 + 3 = 4$.

故答案为: 4 .

17. 在①圆、②等腰三角形、③等腰梯形、④平行四边形中, 是中心对称图形的图形是_____. (填序号)

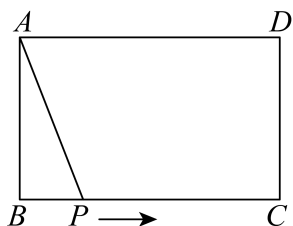
【答案】①④##④①

【解析】

【分析】 本题主要考查了中心对称图形，把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形。根据中心对称图形的概念求解即可。

【详解】 解：在①圆、②等腰三角形、③等腰梯形、④平行四边形中，是中心对称图形的图形是①④。
故答案为：①④。

18. 如图，长方形 $ABCD$ ， $AB=6$ 厘米， $BC=10$ 厘米，点 P 从点 B 出发，沿着 $B-C-D-A$ 的方向匀速移动（到点 A 停止移动）。点 P 移动的速度是每秒 2 厘米，移动的时间记为 t 秒。当 $\triangle ABP$ 的面积为 15 平方厘米时， t 的值是_____。



【答案】 $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{21}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形面积的计算，一元一次方程的应用，解题的关键是数形结合熟练掌握三角形面积公式，注意进行分类讨论。

首先得到点 P 运动的路程为 $2t$ 厘米，然后根据题意分三种情况讨论，分别列出方程求解即可。

【详解】 解： $\because$ 点 P 移动的速度是每秒 2 厘米，移动的时间记为 t 秒，
 $\therefore$ 点 P 运动的路程为 $2t$ 厘米，

当点 P 在边 BC 上移动时， $BP=2t$ 厘米，

根据题意得， $\frac{1}{2}AB \cdot BP=15$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 2t = 15$$

$$\therefore t = \frac{5}{2};$$

当点 P 在边 CD 上移动时，

$\triangle ABP$ 的面积 $= \frac{1}{2}AB \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 30$ （平方厘米），不符合题意；

当点 P 在边 AD 上移动时， $AP=10+10+6-2t=26-2t$ （厘米）

根据题意得, $\frac{1}{2}AB \cdot AP = 15$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times (26 - 2t) = 15$$

$$\therefore t = \frac{21}{2}.$$

综上所述, 当 $\triangle ABP$ 的面积为 15 平方厘米时, t 的值是 $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{21}{2}$.

故答案为: $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{21}{2}$.

三、简答题 (共 7 题, 每题 5 分, 满分 35 分)

19. 计算: $(-1)^{2024} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

【答案】 $\frac{17}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了零指数幂, 负整数指数幂和含乘方的有理数混合计算, 先计算零指数幂, 负整数指数幂和乘方, 再计算加减法即可得到答案.

【详解】 解: $(-1)^{2024} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$$= 1 + \frac{9}{4} - 1 - \frac{1}{8}$$
$$= \frac{17}{8}.$$

20. 计算: $a^2 \cdot a^6 - (-2a^4)^2 + 2a^{10} \div a^2$.

【答案】 $-a^8$

【解析】

【分析】 此题考查同底数幂的乘法, 幂的乘方, 积的乘方以及单项式除以单项式, 解题的关键是掌握以上运算法则.

首先计算同底数幂的乘法, 幂的乘方, 积的乘方以及单项式除以单项式, 然后合并即可.

【详解】 解: $a^2 \cdot a^6 - (-2a^4)^2 + 2a^{10} \div a^2$

$$= a^8 - 4a^8 + 2a^8$$

$$= -a^8.$$

21. 计算: $(2m-1)^2 - 4(m-3)(m+3).$

【答案】 $-4m+37$

【解析】

【分析】 此题考查了完全平方公式和平方差公式，解题的关键是掌握以上运算法则.

首先利用完全平方公式和平方差公式化简，然后合并即可.

【详解】 解: $(2m-1)^2 - 4(m-3)(m+3)$

$$= 4m^2 - 4m + 1 - 4(m^2 - 9)$$

$$= 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 36$$

$$= -4m + 37.$$

22. 因式分解: $18a - 12a^2 + 2a^3.$

【答案】 $2a(a-3)^2$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法.

先提公因式，然后利用完全平方公式因式分解.

【详解】 解: $18a - 12a^2 + 2a^3$

$$= 2a(a^2 - 6a + 9)$$

$$= 2a(a-3)^2.$$

23. 因式分解: $(a^2+a)^2 + 4(a^2+a) - 12$

【答案】 $(a-1)(a+2)(a^2+a+6)$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等.

连续利用十字相乘法分解因式即可.

【详解】 $(a^2+a)^2 + 4(a^2+a) - 12$

$$= (a^2 + a - 2)(a^2 + a + 6)$$

$$= (a - 1)(a + 2)(a^2 + a + 6).$$

24. 计算: $(x^{-1} + y^{-1}) \div (x^{-1} - y^{-1}) \times (x + y)^{-1}$.

【答案】 $\frac{1}{y - x}$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂，分式的混合运算. 将负整数指数幂转化为分式形式，然后根据分式的性质化简即可.

【详解】 解: $(x^{-1} + y^{-1}) \div (x^{-1} - y^{-1}) \times (x + y)^{-1}$

$$= \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} \cdot \frac{1}{x + y}$$

$$= \frac{x + y}{y - x} \cdot \frac{1}{x + y}$$

$$= \frac{1}{y - x}.$$

25. 解方程: $\frac{3}{x} - \frac{4}{x - 1} = \frac{2}{x - x^2}$.

【答案】 $x = -1$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，先化为整式方程，再解一元一次方程，然后对所求的方程的解进行检验即可得.

【详解】 解: $\frac{3}{x} - \frac{4}{x - 1} = \frac{2}{x - x^2}$

去分母得, $3(x - 1) - 4x = -2$

解得 $x = -1$

检验: 将 $x = -1$ 代入 $x(x - 1) = 2 \neq 0$

$\therefore$ 原方程的解为 $x = -1$.

四、解答题 (共 4 题, 26 - 28 题每题 7 分, 29 题 8 分, 满分 29 分)

26. 先化简: $\left(\frac{7}{x-3}-x-3\right) \div \frac{x^2-3x-4}{x-3}$, 然后从 $-1 \leq x \leq 4$ 中选择一个合适的非零整数作为 x 的值代入求值.

【答案】 $-\frac{x+4}{x+1}$, 当 $x=1$ 时, 原式 $= -\frac{5}{2}$; 当 $x=2$ 时, 原式 $= -2$; 当 $x=0$ 时, 原式 $= -\frac{0+4}{0+1} = -4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的化简求值, 先把小括号内的式子通分, 再把除法变成乘法后约分化简, 最后根据分式有意义的条件确定非零整数 x 的值, 进而代值计算即可得到答案.

【详解】 解: $\left(\frac{7}{x-3}-x-3\right) \div \frac{x^2-3x-4}{x-3}$

$$= \left(\frac{7}{x-3} - \frac{x^2-9}{x-3}\right) \cdot \frac{x-3}{(x+1)(x-4)}$$
$$= \frac{-(x+4)(x-4)}{x-3} \cdot \frac{x-3}{(x+1)(x-4)}$$
$$= -\frac{x+4}{x+1},$$

$$\because x-3 \neq 0, \quad x-4 \neq 0, \quad x+1 \neq 0$$

$$\therefore x \neq 3, \quad x \neq 4, \quad x \neq -1,$$

$\therefore$ 从 $-1 \leq x \leq 4$ 中选择一个合适的非零整数,

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, 原式} = -\frac{1+4}{1+1} = -\frac{5}{2}; \text{ 当 } x=2 \text{ 时, 原式} = -\frac{2+4}{2+1} = -2; \text{ 当 } x=0 \text{ 时, 原式} = -\frac{0+4}{0+1} = -4.$$

27. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{x+m}{2-x} = 2$,

(1) 若分式方程有增根, 求 m 的值;

(2) 若分式方程的解是正数, 求 m 的取值范围.

【答案】 (1) $m=0$; (2) $m < 6$ 且 $m \neq 0$.

【解析】

【分析】 (1) 方程两边都乘以最简公分母 $(x-2)$, 把分式方程化为整式方程, 再根据分式方程的增根就是使最简公分母等于 0 的未知数的值求出的 x 的值, 然后代入进行计算即可求出 m 的值;

(2) 解分式方程得 $x = m + 2$, 根据方程的解为正数得出 $m + 2 > 0$, 且 $m + 2 \neq 2$, 解不等式即可得出答案.

【详解】 (1) 方程两边都乘以 $(x-2)$ 得,

$$2-x-m=2(x-2)$$

∵ 分式方程有增根

$$\therefore x-2=0$$

解得 $x=2$

$$\therefore 2-2-m=2(2-2)$$

解得 $m=0$

(2) 方程两边都乘以 $(x-2)$ 得,

$$2-x-m=2(x-2)$$

$$\text{解得 } x = \frac{6-m}{3}$$

∵ 方程的根为正数

$$\therefore \frac{6-m}{3} > 0, \text{ 且 } m \neq 0$$

$$\therefore m < 6, \text{ 且 } m \neq 0$$

【点睛】 本题考查了分式方程无解的情况，将分式方程化为整式方程是解题的关键.

28. 阅读与理解: 已知 ax^2+bx+c 是关于 x 的整式, 记为 $P(x)$. 我们规定: $P(x)$ 的导出整式为 $2ax+b$, 记为 $Q(x)$. 例如: 若 $P(x)=3x^2-2x+1$, 则 $P(x)$ 的导出整式 $Q(x)=2 \cdot 3x-2=6x-2$, 根据以上信息, 回答问题:

(1) 若 $P(x)=-x^2+2x$, 则它的导出整式 $Q(x)=$ _____;

(2) 设 $Q(x)$ 是 $P(x)$ 的导出整式.

①若 $P(x)=2x^2+6(2x-1)$, 求关于 x 的方程 $Q(x)=0$ 的解;

②已知 $P(x)=(a-2)x^2-6x-1$ 是关于 x 的二次整式, 且关于 x 的方程 $Q(x)=-x$ 的解为整数, 求正整数 a 的值.

【答案】 (1) $-2x+2$

(2) ① $x=-3$; ② 1 或 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次方程, 列代数式, 根据一元一次方程解的情况求参数, 解题的关键在于能够正确理解题意.

(1) 根据导出整式的概念求解即可；

(2) ①根据题意得到 $Q(x) = 4x + 12 = 0$ ，然后解方程即可；

②首先表示出 $Q(x) = 2(a-2)x - 6 = -x$ ，然后根据题意得到 $x = \frac{6}{2a-3}$ ，然后根据解为整数且 a 为正整数求解即可。

【小问 1 详解】

解： $\because P(x) = -x^2 + 2x$

$$\therefore Q(x) = -2x + 2;$$

【小问 2 详解】

解： ① $\because P(x) = 2x^2 + 6(2x-1) = 2x^2 + 12x - 6$ ， $Q(x) = 0$

$$\therefore Q(x) = 4x + 12 = 0$$

解得 $x = -3$ ；

② $\because P(x) = (a-2)x^2 - 6x - 1$ 是关于 x 的二次整式，

$$\therefore a-2 \neq 0,$$

$$\therefore a \neq 2,$$

$$\because P(x) = (a-2)x^2 - 6x - 1$$

$$\therefore Q(x) = 2(a-2)x - 6$$

$\because$ 关于 x 的方程 $Q(x) = -x$ 的解为整数，

$$\therefore Q(x) = 2(a-2)x - 6 = -x$$

$$\therefore (2a-3)x = 6$$

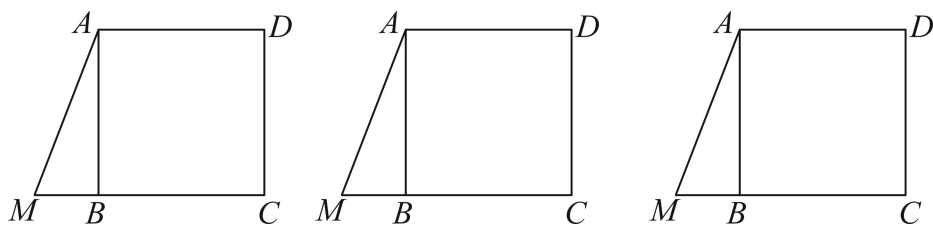
$$\therefore x = \frac{6}{2a-3}$$

$$\therefore 2a-3 = \pm 1 \text{ 或 } \pm 2 \text{ 或 } \pm 3 \text{ 或 } \pm 6$$

解得 $a = 2$ (舍去) 或 1 或 $\frac{5}{2}$ (舍去) 或 $\frac{1}{2}$ (舍去) 或 3 或 0 (舍去) 或 $\frac{9}{2}$ (舍去) 或 $-\frac{3}{2}$ (舍去)，

$\therefore$ 正整数 a 的值为 1 或 3 。

29. 如图，正方形 $ABCD$ ，点 M 是线段 CB 延长线上一点，连接 AM ， $AB = 5$ ， $BM = x$ 且 $x < 5$ 。



- (1) 将线段 AM 沿着射线 AD 运动, 使得点 A 与点 D 重合, 那么线段 AM 扫过的平面部分的面积是_____.
- (2) 将三角形 ABM 绕着点 A 旋转, 使得 AB 与 AD 重合, 点 M 落在点 N , 用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积. (结果用含 x 的代数式表示且保留 π)
- (3) 将三角形 ABM 顺时针旋转, 使旋转后的三角形有一边与正方形的一边完全重合 (第 (2) 小题的情况除外), 请在图中画出符合条件的 3 种情况, 并写出相应的旋转中心和旋转角.

【答案】 (1) 25 (2) 逆时针旋转时, $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{4}\pi(25+x^2)$; 顺时针旋转时, $S_{\text{扇形}} = \frac{3}{4}\pi(25+x^2)$

(3) 画图见解析, 如图 1, 旋转中心: AB 边的中点为 O , 顺时针 180° 如图 2, 旋转中心: 点 B , 顺时针旋转 90° 如图 3, 旋转中心: 正方形对角线交点 O , 顺时针旋转 90°

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质, 关键是根据旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角解答.

- (1) 根据平移的性质和平行四边形的面积计算即可;
- (2) 根据扇形的面积计算即可;
- (3) 根据旋转的性质画出图形得出旋转中心和角度即可.

【小问 1 详解】

解: 将线段 AM 沿着射线 AD 运动, 使得点 A 与点 D 重合, 则线段 AM 扫过的平面部分的面积是 $5 \times 5 = 25$, 故答案为: 25;

【小问 2 详解】

解: $S_{\text{四边形}AMCN} = S_{\text{正方形}ABCD} = 25$,

$$\therefore S_{\triangle AMN} + S_{\triangle MCN} = 25,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AM^2 + \frac{1}{2} \cdot (5-x)(5+x) = 25,$$

$$\therefore AM^2 = 25 + x^2,$$

$$\text{逆时针旋转时, } S_{\text{扇形}} = \frac{1}{4}\pi \cdot AM^2 = \frac{1}{4}\pi(25+x^2),$$

顺时针旋转时, $S_{\text{扇形}} = \frac{3}{4} \pi \cdot AM^2 = \frac{3}{4} \pi (25 + x^2)$;

【小问 3 详解】

解: 如图 1, 旋转中心: AB 边的中点为 O , 顺时针 180° ,

如图 2, 旋转中心: 点 B , 顺时针旋转 90° ,

如图 3, 旋转中心: 正方形对角线交点 O , 顺时针旋转 90° ,

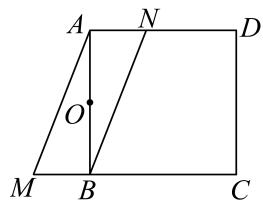


图1

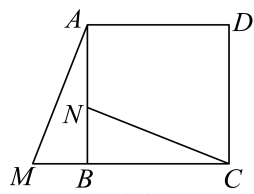


图2

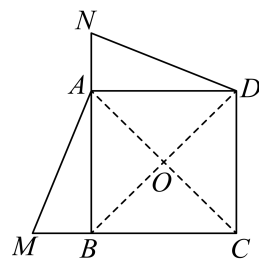


图3