

2025-2026 学年七年级数学上学期期末测试

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 已知 $15x^{12}y^{2b}$ 和 $-\frac{12}{7}x^{3a}y^6$ 是同类项, 则 $a+2b$ 的值是 ()

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查了同类项的定义和代数式求值, 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的单项式叫做同类项, 据此求出 a 、 b 的值, 再代值计算即可得到答案.

【详解】 解: $\because 15x^{12}y^{2b}$ 和 $-\frac{12}{7}x^{3a}y^6$ 是同类项,

$$\therefore 3a = 12, 2b = 6,$$

$$\therefore a = 4, b = 3,$$

$$\therefore a + 2b = 4 + 2 \times 3 = 10,$$

故选: D.

2. 下列各式中能用平方差公式计算的是 ()

A. $(3a + 2b)(3b - 2a)$ B. $(m + 3n)(3n - m)$

C. $(2x + 1)(-2x - 1)$ D. $(3x - y)(-3x + y)$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式, 平方差公式为 $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$, 需找出可表示为两数和与两数差相乘的选项.

【详解】 解: A、 $(3a + 2b)(3b - 2a)$ 不能用平方差公式计算, 不符合题意;

B、 $(m + 3n)(3n - m)$ 符合平方差公式的特点, 能用平方差公式计算, 符合题意;

C、 $(2x+1)(-2x-1)$ 不能用平方差公式计算，不符合题意；

D、 $(3x-y)(-3x+y)$ 不能用平方差公式计算，不符合题意；

故选：B.

3. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$

B. $x^2 - 4 = (x - 2)^2$

C. $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$

D. $x^2 - 5x + 6 = x(x - 5) + 6$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，把一个多项式化成几个整式的乘积的形式，叫做因式分解.

根据因式分解的定义，判断等式是否将多项式化为整式的积的形式.

【详解】解：因式分解是将多项式化为几个整式的积的形式，

选项 A: $9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$ ，符合因式分解的定义；

选项 B: $x^2 - 4 \neq (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ ，该等式不成立，不是因式分解；

选项 C: $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$ ，是多项式的乘法，不符合因式分解的定义；

选项 D: $x^2 - 5x + 6 = x(x - 5) + 6$ ，右边不是积的形式，不符合因式分解的定义；

故选：A.

4. 若 $a \neq b (ab \neq 0)$ ，则下列分式化简正确的是 ()

A. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a-1}{b-1} = \frac{a}{b}$

C. $\frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}$

D. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了分式的基本性质，熟练掌握分式的基本性质是解题关键.

根据分式的基本性质逐项判断即可得.

【详解】解：A、分式 $\frac{a+1}{b+1}$ 是最简分式，不能化简，A 错误，故该选项不符合题意；

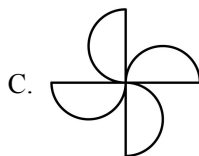
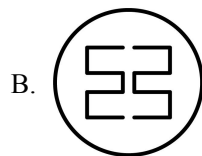
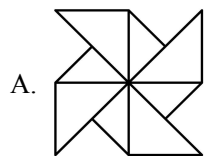
B、分式 $\frac{a-1}{b-1}$ 是最简分式，不能化简，B 错误，故该选项不符合题意；

C、分式 $\frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}$ ，C 正确，故该选项符合题意；

D、分式 $\frac{a^2}{b^2}$ 是最简分式，不能化简，D 错误，故该选项不符合题意。

故选：C.

5. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的识别，根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心。

【详解】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不符合题意；

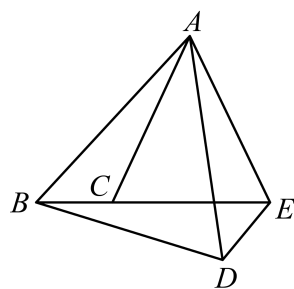
B、既是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项符合题意；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不符合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

故选：B.

6. 如图，把 $\triangle ABC$ 以点 A 为中心逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，点 B, C 的对应点分别是点 D, E ，且点 E 在 BC 的延长线上，连接 BD ，则下列结论错误的是（ ）



A. $CE = BD$

B. $AB = AD$

C. $\angle BAD = \angle CAE$

D. $\angle ACB = \angle AED$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的性质，直接根据旋转的性质求解即可。

【详解】解：由旋转的性质可得 $AB = AD$ ， $\angle BAD = \angle CAE$ ， $\angle ACB = \angle AED$ ，

根据现有条件无法证明 $CE = BD$,

故选: A.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 单项式 $-\frac{5x^4y^2}{11}$ 的次数是_____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题主要考查了求单项式的次数, 单项式的次数是单项式中所有字母的指数之和, 据此求解即可.

【详解】 解: 单项式 $-\frac{5x^4y^2}{11}$ 的次数是 $4+2=6$,

故答案为: 6.

8. 把整式 $3x^3y + xy^2 - x^5 - 6y^3$ 按字母 x 的升幂排列是_____.

【答案】 $-6y^3 + xy^2 + 3x^3y - x^5$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的重新排列, 我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小或从小到大的顺序排列, 称为按这个字母的降幂或升幂排列. 要注意, 在排列多项式各项时, 要保持其原有的符号. 此题还要注意分清按照哪个字母的降幂或升幂排列.

按字母 x 的升幂排列, 即根据 x 的指数从小到大的顺序排列各项.

【详解】 解: 整式 $3x^3y + xy^2 - x^5 - 6y^3$ 中, 各项关于 x 的指数分别为: $-6y^3$ 中 x 的指数为 0, xy^2 中 x 的指数为 1, $3x^3y$ 中 x 的指数为 3, $-x^5$ 中 x 的指数为 5,

按 x 的指数从小到大排列为: $-6y^3 + xy^2 + 3x^3y - x^5$.

故答案为: $-6y^3 + xy^2 + 3x^3y - x^5$.

9. 如果分式 $\frac{x^2-x-6}{2+x}$ 无意义, 那么分式 $\frac{2x-3}{x+1}$ 的值为_____.

【答案】 7

【解析】

【分析】 根据分式无意义的条件: 分母为 0, 即可求出 $x = -2$, 再将 $x = -2$ 代入 $\frac{2x-3}{x+1}$ 求值即可.

【详解】 $\because$ 分式 $\frac{x^2-x-6}{2+x}$ 无意义,

$$\therefore 2+x=0,$$

解得: $x=-2$.

将 $x=-2$ 代入 $\frac{2x-3}{x+1}$, 得: $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{2 \times (-2) - 3}{-2+1} = 7$.

故答案为: 7.

【点睛】本题考查分式无意义的条件, 分式的求值. 掌握分式无意义的条件: 分母为 0, 是解题关键.

10. 计算: $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} =$ _____.

【答案】 $a+1$

【解析】

【分析】本题考查了分式的减法.

原式分母相同, 直接合并分子, 分子利用平方差公式因式分解后约分即可.

【详解】解: $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} = \frac{a^2-1}{a-1} = \frac{(a-1)(a+1)}{a-1} = a+1$.

故答案为: $a+1$.

11. 化简 $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$ 的结果是_____.

【答案】 $a+b$

【解析】

【分析】根据题意先计算括号内异分母分式的减法, 再计算除法即可得出答案.

【详解】解: $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$

$$= \left(\frac{a^2}{a} - \frac{b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$$

$$= \left(\frac{a^2-b^2}{a}\right) \div \frac{a-b}{a}$$

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$$

$$= a+b$$

故答案为: $a+b$.

【点睛】 本题主要考查分式的混合运算, 解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

12. 计算: $\left(-\frac{1}{8}\right)^{12} \times 4^{19} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了积的乘方运算, 负整数指数幂, 同底数幂乘法, 熟练掌握运算法则, 是解题的关键. 将原式中的底数转换为以 2 为底的幂形式, 再利用同底数幂乘法运算法则, 进行求解即可.

【详解】 解: $\because \left(-\frac{1}{8}\right)^{12} = \left(-2^{-3}\right)^{12} = (-1)^{12} \times \left(2^{-3}\right)^{12} = 1 \times 2^{-36} = 2^{-36},$

$$4^{19} = \left(2^2\right)^{19} = 2^{38},$$

$$\therefore 2^{-36} \times 2^{38} = 2^{-36+38} = 2^2 = 4.$$

故答案为: 4.

13. 已知整式 $x^2 - x + k$ 可以因式分解为 $(x+m)(x-5)$, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 -20

【解析】

【分析】 本题考查的是根据因式分解的结果求参数, 通过展开因式分解形式, 比较同类项系数, 建立方程求解.

【详解】 解: 展开 $(x+m)(x-5) = x^2 + (m-5)x - 5m$, 与原式 $x^2 - x + k$ 比较系数,

$$\text{得 } m-5 = -1,$$

$$\text{解得 } m = 4,$$

$$\text{则 } k = -5m = -5 \times 4 = -20.$$

故答案为: -20.

14. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-4} = 2 - \frac{a}{4-x}$ 无解, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程无解问题, 先将分式方程移项, 去分母, 合并同类项得 $x = 8 - m$, 再由原方程无解得 $x - 4 = 0$, 联立方程组, 求解即可.

【详解】解：原方程移项得： $\frac{x}{x-4} - \frac{m}{x-4} = 2$,

去分母得： $x - m = 2(x - 4)$,

合并同类项得： $x = 8 - m$,

∵ 原方程无解,

$$\therefore \begin{cases} x = 8 - m \\ x - 4 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } m = 4,$$

故答案为：4.

15. 在学校组织的一次汉字打字比赛中，“阳光”中队的小聪输入 1000 个字的时间比小明输入 1200 字的时间少 2 分钟，小聪与小明平均每分钟打字个数之比是 5:4，设小聪平均每分钟打字为 $5x$ 个，根据题意可列方程是_____.

【答案】 $\frac{1000}{5x} + 2 = \frac{1200}{4x}$

【解析】

【分析】 本题考查了列分式方程，找准等量关系，正确建立方程是解题关键. 先求出小明平均每分钟打字为 $4x$ 个，再根据小聪输入 1000 个字的时间比小明输入 1200 字的时间少 2 分钟建立方程即可得.

【详解】解：由题意得：小明平均每分钟打字为 $4x$ 个，

则可列方程是 $\frac{1000}{5x} + 2 = \frac{1200}{4x}$,

故答案为： $\frac{1000}{5x} + 2 = \frac{1200}{4x}$.

16. 若 $ab^2 = -\frac{1}{2}$ ，则 $ab \cdot (a^2b^5 - ab^3 - b)$ 的值是_____.

【答案】 $\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查了单项式乘以多项式，积的乘方的逆用.

先计算单项式乘以多项式，再逆用积的乘方将各项化为 $(ab^2)^n$ 的形式，进而根据 $ab^2 = -\frac{1}{2}$ 计算即可.

【详解】解： $ab \cdot (a^2b^5 - ab^3 - b)$

$$= a^3b^6 - a^2b^4 - ab^2$$

$$\begin{aligned}
&= (ab^2)^3 - (ab^2)^2 - ab^2 \\
&= \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \\
&= -\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \\
&= -\frac{1}{8} - \frac{2}{8} + \frac{4}{8} \\
&= \frac{1}{8}.
\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{8}$.

17. 已知 x 为整数且满足代数式 $\frac{3x+8}{x+1} - \frac{x-1}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2+2x}$ 的值为整数, 则 x 的所有取值为_____

【答案】 -5 或 -3 或 3

【解析】

【分析】 本题考查了分式的特殊解, 熟悉掌握因式分解化简分式是解题的关键.

先简化代数式, 将除法转化为乘法并约简, 得到最简分式; 令分式值为整数, 利用整数条件求解 x , 并排除使分母为零的值.

$$\begin{aligned}
\text{【详解】 原式} &= \frac{3x+8}{x+1} - \frac{x-1}{x} \times \frac{x^2+2x}{x^2-1} \\
&= \frac{3x+8}{x+1} - \frac{x-1}{x} \times \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+1)} \\
&= \frac{3x+8}{x+1} - \frac{x+2}{x+1} \\
&= \frac{2x+6}{x+1} \\
&= \frac{2(x+3)}{x+1},
\end{aligned}$$

设 $\frac{2(x+3)}{x+1} = k$ (k 为整数), 则 $2(x+3) = k(x+1)$,

整理得: $x(2-k) = k-6$,

$$\therefore x = \frac{k-6}{2-k},$$

令 $d = 2-k$ (d 为整数且 $d \neq 0$), 则 $x = -1 - \frac{4}{d}$,

由于 x 为整数, $\frac{4}{d}$ 需为整数, 故 d 为 4 的因数: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

代入求 x :

$d = 1$ 时, $x = -5$;

$d = -1$ 时, $x = 3$;

$d = 2$ 时, $x = -3$;

$d = -2$ 时, $x = 1$ (舍去, 因分母为零);

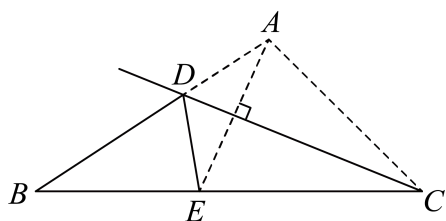
$d = 4$ 时, $x = -2$ (舍去, 因分母为零);

$d = -4$ 时, $x = 0$ (舍去, 因分母为零)

综上, x 的所有取值为: $-5, -3, 3$,

故答案为: $-5, -3, 3$.

18. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 沿着过点 C 的直线折叠这个三角形, 使顶点 A 落在 BC 边上的点 E 处, 折痕为 CD , 并连接 DE . 如果 $AB = m$, 且满足 $\frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$, 边 $BD =$ _____. (用含 m 的代数式表示结果)



【答案】 $\frac{5}{8}m$ 或 $0.625m$

【解析】

【分析】 本题考查三角形中的高线以及面积的计算, 关键是利用折叠得到面积关系, 再结合“同高三角形面积比等于底边比”推导线段长度.

【详解】 解: 设 $S_{\triangle BDE} = S$, 由 $\frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$, 得 $S_{\triangle ABC} = 4S$.

$\therefore \triangle ACD$ 沿着 CD 折叠得到 $\triangle ECD$,

$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ECD}$,

则 $S + 2S_{\triangle ACD} = 4S$, 解得 $S_{\triangle ACD} = \frac{3}{2}S$,

$\therefore S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle ECD} = S + \frac{3}{2}S = \frac{5}{2}S$.

$\therefore \triangle BDC$ 与 $\triangle ABC$ 同高(从点 C 到 AB 的高),

∴ 面积比等于底边比，即 $\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{AB}$ ，

$$\text{即 } \frac{\frac{5}{2}S}{4S} = \frac{BD}{m},$$

$$\therefore BD = \frac{5}{8}m.$$

故答案为： $\frac{5}{8}m$ 。

三、解答题（本大题共 10 小题，满分 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. 计算： $a + 2a + 3a + 4a + a \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 + (a^2)^5$ 。

【答案】 $10a + 2a^{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方，同底数幂的乘法，合并同类项。

先计算幂的乘方，同底数幂的乘法，再合并同类项即可。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解： } & a + 2a + 3a + 4a + a \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 + (a^2)^5 \\ &= a + 2a + 3a + 4a + a^{10} + a^{10} \\ &= 10a + 2a^{10}. \end{aligned}$$

20. 因式分解：

$$(1) \quad x^4 - 13x^2 + 36;$$

$$(2) \quad 6ab + 4a + 9b + 6.$$

【答案】 (1) $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

$$(2) \quad (2a+3)(3b+2)$$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解。

(1) 根据十字相乘法分解成 $(x^2 - 4)(x^2 - 9)$ ，再根据平方差公式分解即可；

(2) 先分组分解，再提取公因式即可。

【小问 1 详解】

$$\text{解： } x^4 - 13x^2 + 36$$

$$= (x^2 - 4)(x^2 - 9)$$

$$= (x + 2)(x - 2)(x + 3)(x - 3);$$

【小问 2 详解】

解: $6ab + 4a + 9b + 6$

$$= 2a(3b + 2) + 3(3b + 2)$$

$$= (2a + 3)(3b + 2).$$

21. 先化简, 再求值: $(3a - 2b)^2 - (2a - 3b)^2$, 其中 $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$.

【答案】

$$5a^2 - 5b^2, -\frac{15}{16}$$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的化简求值, 先根据完全平方公式去括号, 然后合并同类项化简, 最后代值计算即可得到答案.

【详解】 解: $(3a - 2b)^2 - (2a - 3b)^2$

$$= 9a^2 - 12ab + 4b^2 - (4a^2 - 12ab + 9b^2)$$

$$= 9a^2 - 12ab + 4b^2 - 4a^2 + 12ab - 9b^2$$

$$= 5a^2 - 5b^2,$$

当 $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$ 时, 原式 $= 5 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16} - \frac{5}{4} = -\frac{15}{16}$.

22. 解方程: $\frac{4}{x-3} = \frac{1}{3-x} + 2$.

【答案】

$$x = \frac{11}{2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程, 先把原方程去分母化为整式方程, 再解方程并检验即可得到答案.

【详解】 解: $\frac{4}{x-3} = \frac{1}{3-x} + 2$

方程两边同时乘以 $x - 3$ 得 $4 = -1 + 2(x - 3)$

解得 $x = \frac{11}{2}$

检验，当 $x = \frac{11}{2}$ 时， $x - 3 \neq 0$ ，

$\therefore x = \frac{11}{2}$ 是原方程的解。

23. 先化简再求值： $\left(\frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}\right) \div \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ ，其中 x 可在 $-3, 0, 1$ 三个数中任选一个合适的数。

【答案】 $-\frac{1}{x+3}, -\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 先利用异分母分式加减法法则计算括号里，再算括号外，然后把 x 的值代入化简后的式子，进行计算即可解答。

【详解】 解：
$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}\right) \div \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9} \\ &= \frac{3-(x+3)}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{(x-3)^2}{x(x-3)} \\ &= \frac{-x}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{x-3}{x} \\ &= -\frac{1}{x+3}, \end{aligned}$$

$\because x^2 - 9 \neq 0, x \neq 0,$

$\therefore x \neq \pm 3, x \neq 0,$

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时，原式 $= -\frac{1}{1+3} = -\frac{1}{4}$ 。

【点睛】 本题考查了分式的混合运算—化简求值，准确熟练地进行计算是解题的关键。

24. 某工程队承接了 90 万平方米的荒山绿化任务，为了迎接雨季的到来，实际的工作效率比原计划提高了 25%，结果提前 30 天完成任务。求原计划每天绿化的面积。

【答案】

0.6 万平方米

【解析】

【分析】 本题主要考查分式方程的应用，根据题意列出分式方程是解题的关键。

设原计划每天绿化的面积为 x 万平方米，根据题意列出分式方程，解方程即可。

【详解】 解：设原计划每天绿化的面积为 x 万平方米，则实际每天绿化的面积为 $(1+25\%)x$ 万平方米，

$$\therefore \text{依题意得: } \frac{90}{x} - \frac{90}{(1+25\%)x} = 30$$

解得 $x = 0.6$.

经检验 $x = 0.6$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 原计划每天绿化的面积是 0.6 万平方米.

25. 已知: 代数式 $A = 3x^2 - 6xy + 5x + 1$, 代数式 $B = 2x^2 - 3xy - 3x - 1$, 代数式 $C = a(x^2 - 2) - b(2x + 3)$.

(1) 化简 $A - 2B$ 所表示的代数式;

(2) 若代数式 $A - 2B + C$ 的值与 x 的取值无关, 求出 $a + b$ 的值.

【答案】(1)

$$-x^2 + 11x + 3$$

(2)

$$\frac{13}{2}$$

【解析】

【分析】本题考查了整式的加减、整式的无关问题, 关键是灵活运用知识点解决问题;

(1) 将整式代入计算即可;

(2) 将整式代入计算化简, 然后令 x 项和 x^2 项的系数分别为零即可求得.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because A = 3x^2 - 6xy + 5x + 1, \quad B = 2x^2 - 3xy - 3x - 1,$$

$$\therefore A - 2B = (3x^2 - 6xy + 5x + 1) - 2(2x^2 - 3xy - 3x - 1)$$

$$= 3x^2 - 6xy + 5x + 1 - 4x^2 + 6xy + 6x + 2$$

$$= (3 - 4)x^2 + (-6 + 6)xy + (5 + 6)x + (1 + 2)$$

$$= -x^2 + 11x + 3;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because A - 2B = -x^2 + 11x + 3, \quad C = a(x^2 - 2) - b(2x + 3),$$

$$\therefore A - 2B + C$$

$$= -x^2 + 11x + 3 + a(x^2 - 2) - b(2x + 3)$$

$$= -x^2 + 11x + 3 + ax^2 - 2a - 2bx - 3b$$

$$= (-1+a)x^2 + (11-2b)x + (3-2a-3b),$$

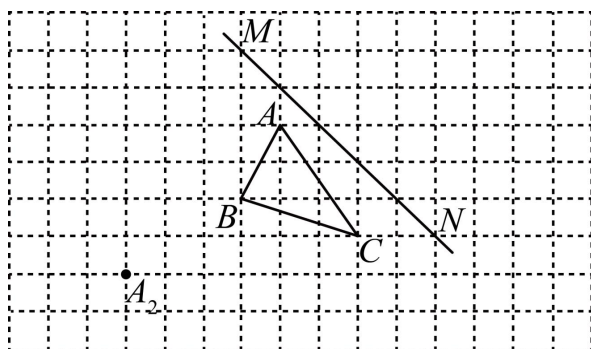
∵ 上式与 x 的取值无关,

$$\therefore -1+a=0, 11-2b=0,$$

$$\text{即: } a=1, b=\frac{11}{2},$$

$$\therefore a+b=1+\frac{11}{2}=\frac{13}{2}.$$

26. 如图:



- (1) 画出 ABC 向右平移 5 格, 再向下平移 3 格后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 如果点 A_2 与点 A 关于某点成中心对称, 请标出这个对称中心 O , 并画出 ABC 关于点 O 成中心对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 画出 ABC 关于直线 MN 成轴对称的图形 $\triangle A_3B_3C_3$.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) 见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了画平移图形, 画轴对称图形, 画中心对称图形:

- (1) 根据平移方式找到 A 、 B 、 C 对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置, 再顺次连接 A_1 、 B_1 、 C_1 即可;
- (2) 连接 AA_2 , 利用网格的特点找到 AA_2 的中点位置即为点 O 的位置, 进而根据点 O 的位置找到 B_2 、 C_2 的位置即可;
- (3) 根据轴对称的特点找到 A 、 B 、 C 对应点 A_3 、 B_3 、 C_3 的位置, 然后顺次连接 A_3 、 B_3 、 C_3 即可.

【小问 1 详解】

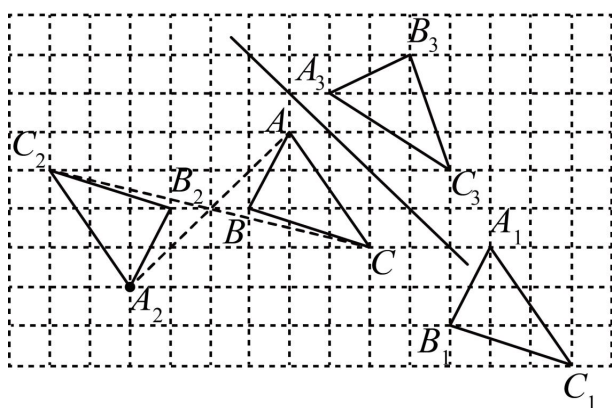
解：如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；

【小问 2 详解】

解：如图所示，点 O 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求；

【小问 3 详解】

解：如图所示， $\triangle A_3B_3C_3$ 即为所求。



27. 我们知道，“整式乘法”与“因式分解”是方向相反的变形. 类似的，“几个分式相加”与“将一个分式化成几个分式之和的形式”也是方向相反的变形，我们称这种与“几个分式相加”方向相反的变形为“分式分解”.

例如，将 $\frac{2x-1}{x(x-1)}$ 分式分解： $\frac{2x-1}{x(x-1)} = \frac{x+(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x}{x(x-1)} + \frac{x-1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$.

(1) 将 $\frac{2x+1}{x(x+1)}$ 分式分解的结果为_____；

(2) 若 $\frac{7x-4}{mx^2-3x+1}$ 可以分式分解为 $\frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$ (其中 m, p, q 是常数)，则 $p =$ _____, $q =$ _____；

(3) 化简： $\frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{2x+1}{x^2+x-2}$.

【答案】(1) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$ ；

(2) 3, 1；

(3) $\frac{2x+2}{x^2+2x}$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的加减运算，解二元一次方程组，掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 仿照题干提供的解题思路分解分式即可；

(2) 仿照题干得 $\frac{7x-4}{mx^2-3x+1} = \frac{(2p+q)x-(p+q)}{2x^2-3x+1}$, 比较分母, 得 $m=2$, 比较分子, 得 $\begin{cases} 2p+q=7 \\ p+q=4 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} p=3 \\ q=1 \end{cases}$, 从而求解;

(3) 分别求出 $\frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{2x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$, $\frac{2x+1}{x^2+x-2} = \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1}$, 则

$$\frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{2x+1}{x^2+x-2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} + \left[\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)} \right], \text{ 然后计算}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)} = 0, \text{ 从而求解.}$$

【小问 1 详解】

解: $\frac{2x+1}{x(x+1)}$

$$= \frac{x+(x+1)}{x(x+1)}$$

$$= \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)}$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x},$$

故答案为: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$;

【小问 2 详解】

解: $\frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$

$$= \frac{p(2x-1)}{(x-1)(2x-1)} + \frac{q(x-1)}{(x-1)(2x-1)}$$

$$= \frac{p(2x-1)+q(x-1)}{(x-1)(2x-1)}$$

$$= \frac{2px-p+qx-q}{2x^2-3x+1}$$

$$= \frac{(2p+q)x-(p+q)}{2x^2-3x+1},$$

$$\therefore \frac{7x-4}{mx^2-3x+1} = \frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1},$$

$$\therefore \frac{7x-4}{mx^2-3x+1} = \frac{(2p+q)x-(p+q)}{2x^2-3x+1}$$

比较分母，得 $m=2$ ，

$$\text{比较分子，得 } \begin{cases} 2p+q=7 \\ p+q=4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} p=3 \\ q=1 \end{cases},$$

故答案为：3，1；

【小问3详解】

$$\text{解：} \therefore \frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{2x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}, \quad \frac{2x+1}{x^2+x-2} = \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1},$$

$$\text{原式} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) - \frac{2x}{x^2-1} + \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} \right)$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} + \left[\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)} \right],$$

$$\therefore \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x-1) + (x+1) - 2x}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{0}{(x-1)(x+1)}$$

$$= 0,$$

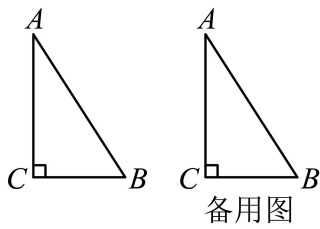
$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$$

$$= \frac{x+2+x}{x(x+2)}$$

$$= \frac{2x+2}{x^2+2x}.$$

28. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $BC = a$, $AC = b$ ($b > a > 0$)，如果将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得

到 $\triangle A_1BC_1$ ，将 $\triangle ABC$ 沿着射线 CB 方向平移得到 $\triangle A_2B_2C_2$ 。



(1) 画出 A_1BC_1 .

(2) 若平移的距离为 a . 求四边形 $A_1A_2C_2B_2$ 的面积 S_1 . (用 a, b 的代数式表示).

(3) 若 $\triangle A_1A_2C_2$ 的面积和 $\triangle A_1C_2B_2$ 的面积相等, 直接写出平移的距离. (用 a, b 的代数式表示)

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$

(3) $a + b - \frac{a^2}{b}$ 或 $a + b + \frac{a^2}{b}$

【解析】

【分析】本题主要考查了画旋转图形, 平移的性质和旋转的性质, 正确理解题意是解题的关键.

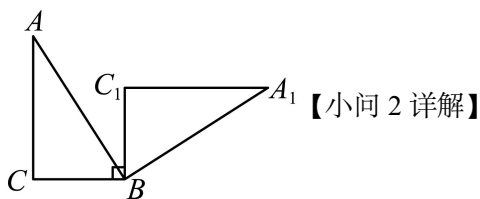
(1) 根据画旋转图形的方法作图即可;

(2) 证明点 C_2 与点 B 重合, A_2, C_1, B 三点共线, 再根据 $S_1 = S_{\triangle A_1C_1A_2} + S_{\text{四边形}A_1C_1BB_2}$ 列式求解即可; (3)

求出 $S_{\triangle A_1A_2C_2} = S_{\triangle A_1C_2B_2} = \frac{1}{2}a^2$, 则根据三角形面积计算公式可得 A_1 到 A_2C_2 的距离为 $h = \frac{a^2}{b}$, 据此可得答案.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, A_1BC_1 即为所求;



解: 由平移的性质可得 $B_2C_2 = a = BC$, $A_2C_2 = AC = b$, $\angle A_2B_2C_2 = \angle C = 90^\circ$, $CC_2 = a$,

$\therefore$ 点 C_2 与点 B 重合,

由旋转的性质可得 $BC_1 = BC = a$, $A_1C_1 = AC = b$, $\angle CBC_1 = \angle A_1C_1B = 90^\circ$,

$\therefore A_2, C_1, B$ 三点共线,

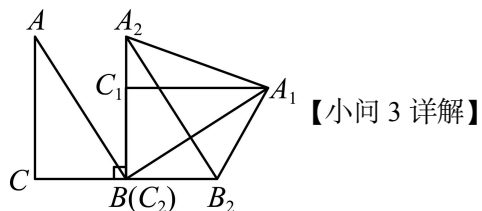
$\therefore A_2C_1 = A_2B - BC_1 = b - a$,

$\therefore S_1 = S_{\triangle A_1C_1A_2} + S_{\text{四边形}A_1C_1BB_2}$

$$= \frac{1}{2}b(b-a) + \frac{a+b}{2} \cdot a$$

$$= \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab$$

$$= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2;$$



解：由平移的性质可得 $B_2C_2 = BC = a$,

由旋转的性质可得 $BC_1 = BC = a$, $A_1C_1 = AC = b$, $\angle CBC_1 = \angle A_1C_1B = 90^\circ$,

$$\therefore A_1C_1 \parallel B_2C_2,$$

$$\therefore S_{\triangle A_1C_2B_2} = \frac{1}{2}B_2C_2 \cdot BC_1 = \frac{1}{2}a^2,$$

$\therefore \triangle A_1A_2C_2$ 的面积和 $\triangle A_1C_2B_2$ 的面积相等,

$$\therefore S_{\triangle A_1A_2C_2} = \frac{1}{2}a^2;$$

设 A_1 到 A_2C_2 的距离为 h ,

$$\therefore \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}a^2,$$

$$\therefore h = \frac{a^2}{b},$$

$$\therefore \text{平移的距离为 } a+b - \frac{a^2}{b} \text{ 或 } a+b + \frac{a^2}{b}.$$