

## 七年级数学练习卷

考生注意：

1. 本试卷共 28 题.
2. 试卷满分 100 分，考试时间 90 分钟.
3. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外，其余各题如无特殊说明，都必须在答题纸的相应位置上写出计算的主要步骤.

### 一、填空题（本大题共 14 题，每题 2 分，满分 28 分）

1. 整式  $x^2 + 6x - 15$  的一次项是\_\_\_\_\_.

【答案】  $6x$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的项、次数“多项式中每一个单项式称为该多项式的项（带符号）；次数最高的项的次数即为该多项式的次数；不含字母的项称为常数项”，熟记多项式的项、次数的定义是解题关键. 根据多项式的项、次数的定义解答即可得.

【详解】 解：整式  $x^2 + 6x - 15$  中包含三项： $x^2$  的次数为 2，是二次项； $6x$  的次数为 1，是一次项； $-15$  的次数为 0，是常数项.

故答案为：  $6x$  .

2. 将整式  $y^4 - xy^2 + x^3 - 3x^2y$  按  $y$  升幂排列：\_\_\_\_\_.

【答案】  $x^3 - 3x^2y - xy^2 + y^4$

【解析】

【分析】 本题考查了将多项式按某个字母升幂排列，熟练掌握多项式的项和次数的定义是解题关键. 先写出整式所包含的项，再写出各项中  $y$  的次数，按升幂排列即可得.

【详解】 解：在整式  $y^4 - xy^2 + x^3 - 3x^2y$  中， $y^4$  中字母  $y$  的次数为 4， $-xy^2$  中字母  $y$  的次数为 2， $x^3$  中字母  $y$  的次数为 0， $-3x^2y$  中字母  $y$  的次数为 1，

所以将整式  $y^4 - xy^2 + x^3 - 3x^2y$  按  $y$  升幂排列：  $x^3 - 3x^2y - xy^2 + y^4$  .

故答案为：  $x^3 - 3x^2y - xy^2 + y^4$  .

3. 计算:  $(a^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】

$$a^6$$

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方的计算; 利用幂的乘方法则  $(a^m)^n = a^{mn}$  计算即可.

【详解】 解:  $(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$ .

故答案为:  $a^6$ .

4. 化简:  $(2a+b)-(a-3b) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】  $a+4b$

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减运算, 需先去括号, 再合并同类项.

【详解】 解:  $(2a+b)-(a-3b) = 2a+b-a+3b = a+4b$ ,

故答案为:  $a+4b$ .

5. 计算:  $(3x^2y^2-12x^3y^4) \div 2xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】  $\frac{3}{2}x-6x^2y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式除以单项式, 计算单项式除以单项式等知识点, 解题关键是掌握上述知识点并能熟练运用求解.

多项式除以单项式, 等于将多项式的每一项分别除以单项式, 再将结果相加即可.

【详解】 解:  $(3x^2y^2-12x^3y^4) \div 2xy^2$ ,

$$= 3x^2y^2 \div 2xy^2 - 12x^3y^4 \div 2xy^2$$

$$= \frac{3}{2}x - 6x^2y^2,$$

故答案为:  $\frac{3}{2}x - 6x^2y^2$ .

6. 因式分解:  $x^4-16 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】  $(x^2+4)(x+2)(x-2)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，熟练掌握因式分解的常用方法（提公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法、换元法等）是解题关键．利用平方差公式分解因式即可得．

【详解】 解： 原式  $= (x^2)^2 - 4^2$

$$= (x^2 + 4)(x^2 - 4)$$
$$= (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2).$$

故答案为：  $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$  .

7. 如果单项式  $-x^{2m+1}y^3$  与单项式  $3x^5y^{n-1}$  是同类项，那么  $m+n$  的值是\_\_\_.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了同类项 “如果两个单项式，它们所含的字母相同，并且相同字母的指数也分别相等，则这两个单项式是同类项”，熟记同类项的定义是解题关键．根据同类项的定义可得  $2m+1=5$ ， $n-1=3$ ，则  $m=2$ ， $n=4$ ，代入计算即可得．

【详解】 解：  $\because$  单项式  $-x^{2m+1}y^3$  与单项式  $3x^5y^{n-1}$  是同类项，

$$\therefore 2m+1=5, \quad n-1=3,$$
$$\therefore m=2, \quad n=4,$$
$$\therefore m+n=2+4=6,$$

故答案为： 6.

8. 如果分式  $\frac{2x+1}{x-1}$  的值为 0，那么  $x$  的值为\_\_\_.

【答案】  $-\frac{1}{2}$  ## -0.5

【解析】

【分析】 本题考查了分式值为零的条件：分子为零且分母不为零，据此即可求解，注意分母的值不为 0.

【详解】 解：  $\because$  分式  $\frac{2x+1}{x-1}$  的值为 0，

$$\therefore 2x+1=0 \text{ 且 } x-1 \neq 0,$$

解得：  $x = -\frac{1}{2}$ ，

当  $x = -\frac{1}{2}$  时，  $x-1 = -\frac{3}{2} \neq 0$ ，符合条件.

故答案为:  $-\frac{1}{2}$ .

9. 将分式  $\frac{a-b}{a^2b(a+b)^3}$  表示成不含分母的形式: \_\_\_\_.

【答案】  $a^{-2}b^{-1}(a+b)^{-3}(a-b)$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂, 熟练掌握负整数指数幂法则是解题关键. 根据负整数指数幂的运算法则解答即可得.

【详解】 解:  $\frac{a-b}{a^2b(a+b)^3} = a^{-2}b^{-1}(a+b)^{-3}(a-b)$ .

故答案为:  $a^{-2}b^{-1}(a+b)^{-3}(a-b)$ .

10. 如果关于  $x$  的方程  $\frac{4x}{x-1} + 3 = \frac{2m+1}{x-1}$  无解, 那么  $m$  的值为 \_\_\_\_.

【答案】  $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程 (三) ——去分母, 根据分式方程解的情况求值, 分式方程无解问题等知识点, 解题关键是掌握上述知识点并能熟练运用求解.

先去分母, 化为关于  $x$  的一元一次方程求解, 再根据原分式方程无解得出  $x=1$ , 求得  $m$  的值.

【详解】 解: 去分母, 得  $4x+3(x-1)=2m+1$ ,

解得:  $x = \frac{2m+4}{7}$ ,

因为原分式方程无解,

所以  $x=1$ ,

所以  $\frac{2m+4}{7}=1$ ,

解得:  $m = \frac{3}{2}$ ,

故答案为:  $\frac{3}{2}$ .

11. 计算:  $1002025 \times 1002027 - 1002026^2 =$  \_\_\_\_.

【答案】  $-1$

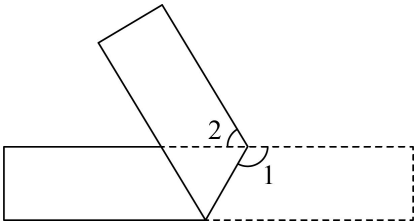
【解析】

【分析】本题考查了平方差公式的应用，掌握公式特点并灵活运用是关键；

观察到 1002025、1002026 和 1002027 是三个连续整数，设  $n = 1002026$ ，则  $1002025 = n - 1$ ， $1002027 = n + 1$ ，原式  $= (n - 1)(n + 1) - n^2$ ，利用平方差公式简化计算.

【详解】解：设  $n = 1002026$ ，则  $1002025 = n - 1$ ， $1002027 = n + 1$ ，  
原式  $= (n - 1)(n + 1) - n^2$ ，  
 $= n^2 - 1 - n^2$   
 $= -1$ ，  
故答案为  $-1$ .

12. 将长方形纸条如图进行翻折，若  $\angle 1 = 115^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为\_\_.

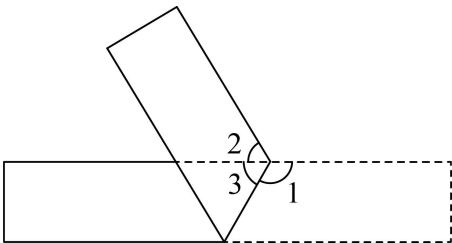


【答案】  $50^\circ$  ## 50 度

【解析】

【分析】本题考查了折叠的性质，互补关系，掌握折叠的性质是关键；由折叠知， $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ ，再由  $\angle 1$ 、 $\angle 3$  互补求得  $\angle 3$ ，即可求解.

【详解】解：由折叠知， $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ ，  
 $\because \angle 1 = 115^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ，  
 $\therefore \angle 3 = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ，  
 $\therefore \angle 2 = \angle 1 - \angle 3 = 115^\circ - 65^\circ = 50^\circ$ ，  
故答案为：  $50^\circ$ .



13. 如果一个二次三项式同时满足下列条件:

- ①含有字母  $x$ 、 $y$ ；
- ②各项系数之和是 25；

③能用完全平方公式进行因式分解.

那么这个二次三项式可以是\_\_\_\_. (写出一个符合要求的即可)

【答案】  $x^2 + 8xy + 16y^2$  (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式分解因式, 多项式系数、指数中字母求值, 因式分解的应用等知识点, 解题关键是掌握上述知识点并能熟练运用求解.

根据完全平方公式, 设二次三项式为  $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$ , 其系数和为  $a^2 + 2ab + b^2 = 25$ , 即

$(a+b)^2 = 25$ , 故  $a+b = \pm 5$ , 取  $a=1$ ,  $b=4$  即可得到符合要求的二次三项式

【详解】 解: 设二次三项式为  $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$ ,

其系数和为  $a^2 + 2ab + b^2 = 25$ ,

即  $(a+b)^2 = 25$ ,

故  $a+b = \pm 5$ ,

取  $a=1$ ,  $b=4$  就能用完全平方公式因式分解,

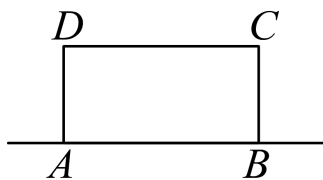
且满足所有条件,

所以这个二次三项式为  $x^2 + 8xy + 16y^2$  (答案不唯一).

故答案为:  $x^2 + 8xy + 16y^2$  (答案不唯一).

14. 如图, 将长方形  $ABCD$  沿着直线  $AB$  平移得到长方形  $A_1B_1C_1D_1$  (其中  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$  分别对应

$A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ), 联结  $AC$ 、 $B_1C$ , 如果平移的距离为  $AB$  长度的  $\frac{1}{3}$ , 且  $\triangle AB_1C$  的面积为 10, 那么长方形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_.



【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查了平移的性质, 掌握平移的性质是关键; 由平移得  $AB = A_1B_1$ , 则  $AB_1 = \frac{4}{3}AB$ , 由面积可求得  $AB \cdot BC$ , 从而求解.

【详解】解：由平移得  $AB = A_1B_1$ ,

$\therefore$  平移的距离为  $AB$  长度的  $\frac{1}{3}$ ,

$$\therefore AA_1 = \frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore AB_1 = AA_1 + A_1B_1 = \frac{4}{3}AB,$$

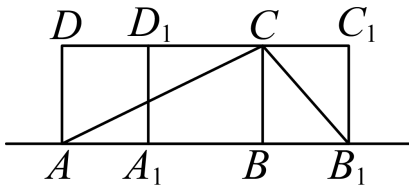
$\therefore \triangle AB_1C$  的面积为 10,

$$\therefore \frac{1}{2}AB_1 \cdot BC = 10,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}AB \cdot BC = 10,$$

$$\therefore AB \cdot BC = 15,$$

即长方形  $ABCD$  的面积为 15.



故答案为：15.

## 二、选择题（本大题共 5 题，每题 2 分，满分 10 分）

15. 下列说法中正确的是（ ）

A.  $-2x^2y$  的次数是  $-2$

B. 0 是单项式

C.  $2x^2 - x + 1 + 2x$  是二次四项式

D.  $x^4 - x^2y + 1$  三次项的系数为 1

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查单项式的定义和多项式的次数、项数等概念. 选项 A 错误，因为单项式次数是字母指数和；选项 B 正确，因为 0 是数字单项式；选项 C 错误，因为化简后是三项式；选项 D 错误，因为三次项系数为  $-1$ .

【详解】解： $\therefore$  单项式的次数是所有字母指数之和，

$\therefore -2x^2y$  的次数为  $2+1=3 \neq -2$ ，故 A 错误；

$\therefore 0$  是数字，

$\therefore 0$  是单项式，故 B 正确；

$\because 2x^2 - x + 1 + 2x = 2x^2 + x + 1$ ，是二次三项式，故 C 错误；

$\because x^4 - x^2y + 1$  中三次项是  $-x^2y$ ，系数为  $-1 \neq 1$ ，故 D 错误.

故选 B.

16. 下列各式从左到右的变形，是因式分解的是 ( )

A.  $(x+4)(x-3) = x^2 - x - 12$

B.  $6x^2 - 12y = 6(x^2 - 2y)$

C.  $4x^2 - y^2 = (2x+y)(2x-y)$

D.  $x^2 + x + 1 = x\left(x + 1 + \frac{1}{x}\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了因式分解的定义，解题的关键是掌握因式分解的定义. 根据因式分解的定义（把一个多项式化成几个最简整式的乘积的形式，这种多项式的变形叫做因式分解）逐项判断即可.

【详解】解： $\because$  因式分解需将多项式化为整式的积，

$\therefore$  选项 A 是乘法运算，不是因式分解，故不符合题意；

选项 B 右边为  $6(x^2 - 2y)$ ，不是因式分解，故不符合题意；

选项 C 左边为多项式，右边为两个整式的积，符合因式分解定义，且计算正确，故符合题意；

选项 D 右边含分式，不是整式，故不是因式分解，故不符合题意.

故选：C.

17. 下列计算结果正确的是 ( )

A.  $a^2 + a^3 = a^5$

B.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

C.  $(3ab^3)^2 = 6a^2b^6$

D.  $a^0 = 1 (a \neq 0)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、零指数幂，熟练掌握运算法则是解题关键. 根据合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、零指数幂逐项判断即可得.

【详解】解：A、 $a^2$  与  $a^3$  不是同类项，不可合并，则此项错误，不符合题意；

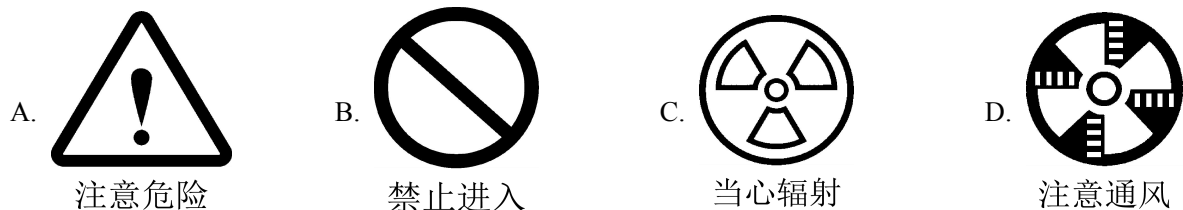
B、 $a^3 \cdot a^4 = a^7$ ，则此项错误，不符合题意；

C、 $(3ab^3)^2 = 9a^2b^6$ ，则此项错误，不符合题意；

D、 $a^0 = 1(a \neq 0)$ ，则此项正确，符合题意；

故选：D.

18. 生活中有许多安全标志，这些标志不仅让我们快速地获取信息，还能提醒我们注意安全. 下列标志中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的识别，理解两个概念是解题的关键；根据这两个概念进行判断即可.

【详解】解：A、不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

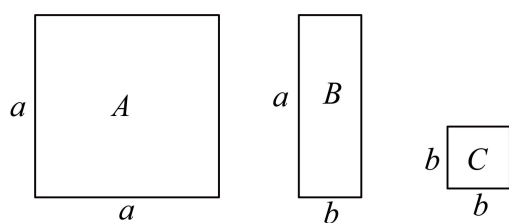
B、既是中心对称图形，也是轴对称图形，不符合题意；

C、不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

D、是中心对称图形，不是轴对称图形，不符合题意；

故选：D.

19. 如图，现有 A、B、C 三种不同型号的卡片，其中 A 型卡片是边长为  $a$  的正方形，B 型卡片是长为  $a$ 、宽为  $b$  的长方形，C 型卡片是边长为  $b$  的正方形，且  $a > b$ . 现取出 1 张 A 型卡片，12 张 C 型卡片，要再取几张 B 型卡片，使得所取卡片可以不重叠、无缝隙地拼成一个长方形. 那么下列取法错误的是（ ）



A. 6 张

B. 7 张

C. 8 张

D. 13 张

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了多项式乘法的应用；根据题意有  $a^2 + 12b^2$ ，根据  $12b^2$  可表示为  $b \times 12b$  或  $2b \times 6b$  或  $3b \times 4b$  三种形式，则可得长方形的长为  $a + 12b$ ，宽为  $a + b$ ，或长为  $a + 6b$ ，宽为  $a + 2b$ ，或长为  $a + 4b$ ，宽为  $a + 3b$ ，进而可作出判断.

【详解】解：取出 1 张  $A$  型卡片，12 张  $C$  型卡片，其面积和为  $a^2 + 12b^2$ ；

而  $12b^2$  可表示为  $b \times 12b$  或  $2b \times 6b$  或  $3b \times 4b$  三种形式，

对应地，长方形的长为  $a + 12b$ ，宽为  $a + b$ ，或长为  $a + 6b$ ，宽为  $a + 2b$ ，或长为  $a + 4b$ ，宽为  $a + 3b$ ，

此时  $(a + 12b)(a + b) = a^2 + 13ab + 12b^2$ ， $(a + 6b)(a + 2b) = a^2 + 8ab + 12b^2$ ，

$(a + 4b)(a + 3b) = a^2 + 7ab + 12b^2$ ，

则可以取 13 张或 8 张或 7 张  $B$  型卡片；

当取 6 张  $B$  型卡片时，其面积为  $6ab$ ，所取三种卡片不能拼成一个长方形。

故选：A.

### 三、简答题（本大题共 5 题，每题 6 分；满分 30 分）

20. 计算：  $(a + b)(2a - 3b) + (a + 2b)^2$ .

【答案】  $3a^2 + 3ab + b^2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘以多项式、完全平方公式，熟练掌握运算法则是解题关键. 先计算多项式乘以多项式、完全平方公式，再计算整式的加减即可得.

【详解】解：原式  $= 2a^2 - 3ab + 2ab - 3b^2 + a^2 + 4ab + 4b^2$   
 $= (2a^2 + a^2) + (2ab + 4ab - 3ab) + (4b^2 - 3b^2)$   
 $= 3a^2 + 3ab + b^2$ .

21. 因式分解：  $x^2y - 2xy - 8y$ .

【答案】  $y(x - 4)(x + 2)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，掌握几种基本的因式分解方法是关键；先提取公因式  $y$ ，再利用十字相乘法即可完成.

【详解】解：  $x^2y - 2xy - 8y$   
 $= y(x^2 - 2x - 8)$   
 $= y(x - 4)(x + 2)$ .

22. 因式分解:  $1-x^2+2xy-y^2$ .

【答案】  $(1+x-y)(1-x+y)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 熟练掌握因式分解的常用方法(提公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法、换元法等)是解题关键. 先将多项式变形为 $1-(x^2-2xy+y^2)$ , 再利用完全平方公式分解因式, 然后利用平方差公式分解因式即可得.

【详解】 解: 原式  $= 1 - (x^2 - 2xy + y^2)$

$$= 1 - (x - y)^2$$
$$= [1 + (x - y)][1 - (x - y)]$$
$$= (1 + x - y)(1 - x + y).$$

23. 计算:  $\left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2}\right) \div \frac{x-4}{x+2}$ .

【答案】  $\frac{2}{x-2}$

【解析】

【分析】 本题考查了异分母分式加减法, 分式加减乘除混合运算, 通分, 解题关键是掌握上述知识点并能熟练运用求解.

先将除法转化为乘法, 再利用乘法分配律展开, 然后通分合并进行化简即可.

【详解】 解:  $\left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2}\right) \div \frac{x-4}{x+2}$

$$= \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{x+2}{x-4}$$
$$= \frac{3}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-4} - \frac{1}{x-2} \cdot \frac{x+2}{x-4}$$
$$= \frac{3}{x-4} - \frac{x+2}{(x-2)(x-4)}$$
$$= \frac{3(x-2) - (x+2)}{(x-2)(x-4)}$$

$$= \frac{3x-6-x-2}{(x-2)(x-4)}$$

$$= \frac{2x-8}{(x-2)(x-4)}$$

$$= \frac{2(x-4)}{(x-2)(x-4)}$$

$$= \frac{2}{x-2}$$

24. 解方程:  $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{6}{x^2-1}$ .

【答案】  $x = 2$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键．去分母化为整式方程、解整式方程、再验根即可求解．

【详解】 解:  $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{6}{x^2-1}$ ,

去分母, 得:  $(x+1)^2 = (x+1)(x-1) + 6$ ,

解得:  $x = 2$ ,

检验: 当  $x = 2$ ,  $(x+1)(x-1) \neq 0$ ,

$\therefore x = 2$  是原分式方程的解.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 25 题 6 分; 第 26、27 题每题 8 分; 第 28 题 10 分; 满分 32 分)

25. 先化简, 再求值:  $\frac{1}{m-1} - \frac{2}{m^2-1}$ , 其中  $m = -2$ .

下面是乐乐的解题过程:

解:  $\frac{1}{m-1} - \frac{2}{m^2-1} = \frac{m+1}{(m+1)(m-1)} - \frac{2}{(m+1)(m-1)}$  ①

$= (m+1) - 2$  ②

$= m - 1$  ③

当  $m = -2$  时, 原式  $= -2 - 1 = -3$ . ④

(1) 上述解题过程从第\_\_\_\_\_步开始出现错误 (填入表示解题步骤的序号①②③④), 请分析错误的原因是\_\_\_\_\_;

(2) 请写出完整的正确解题过程.

**【答案】** (1) ②, 通分后分式相减时漏掉了分母

(2) 见解析

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查分式的化简求值, 解题的关键是熟练掌握分式的运算法则.

(1) 根据异分母分式的加减运算法则, 先通分, 然后分母不变, 分子相减, 最后将结果化为最简分式, 逐步观察即可得出答案;

(2) 根据异分母分式的加减运算法则, 先通分, 然后分母不变, 分子相减, 最后将结果化为最简分式, 再将  $m = -2$  代入计算即可.

**【小问 1 详解】**

解: 由计算过程可知, 上述解题过程从第②步开始出现错误, 错误的原因是: 通分后分式相减时漏掉了分母.

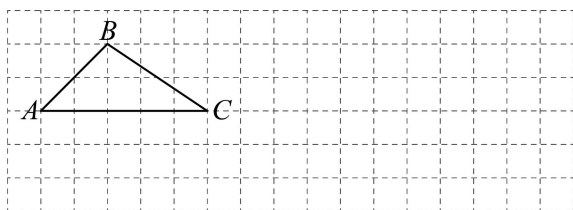
故答案为: ②, 通分后分式相减时漏掉了分母.

**【小问 2 详解】**

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{m-1} - \frac{2}{m^2-1} \\ &= \frac{m+1}{(m+1)(m-1)} - \frac{2}{(m+1)(m-1)} \\ &= \frac{(m+1)-2}{(m+1)(m-1)} \\ &= \frac{m-1}{(m+1)(m-1)} \\ &= \frac{1}{m+1}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } m = -2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{-2+1} = -1.$$

26. 在方格图中, 三角形  $ABC$  三个顶点均在格点上, 如图所示.



(1) 先将三角形  $ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $180^\circ$  后得到三角形  $A_1B_1C_1$ ；再将三角形  $ABC$  向右平移 10 个单位后得到三角形  $A_2B_2C_2$ 。请在方格图中画出三角形  $A_1B_1C_1$  和三角形  $A_2B_2C_2$ 。

(2) 三角形  $A_2B_2C_2$  和三角形  $A_1B_1C_1$  在位置上是否存在特殊的对称关系？若存在，请说明它们是轴对称还是中心对称，并写出对称轴或对称中心。

(3) 如果再将三角形  $A_2B_2C_2$  再按相同的方式进行旋转、平移……多次重复操作后，得到的图形是一个\_\_\_\_\_（填“二方连续纹样”或“四方连续纹样”）。

**【答案】** (1) 见解析 (2) 存在；中心对称；对称中心为点  $A_1(A_2)$

(3) 二方连续纹样

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了画旋转图形与画图形的平移，理解这两种变换的性质是关键；

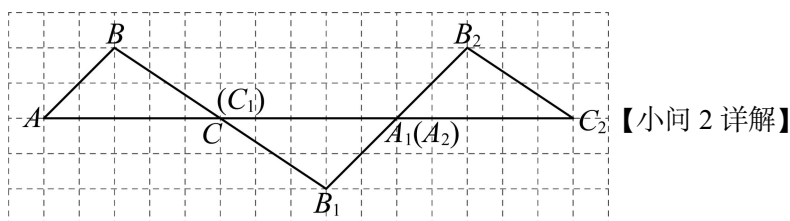
(1) 根据画旋转图形与平移图形的方法进行即可；

(2) 根据所画出的两个图形的位置即可作出判断；

(3) 由变换知，图形只能在水平方向延伸，因而是二方连续纹样。

**【小问 1 详解】**

解：三角形  $A_1B_1C_1$  和三角形  $A_2B_2C_2$  如下图所示；



解：三角形  $A_2B_2C_2$  和三角形  $A_1B_1C_1$  在位置上成中心对称，对称中心为点  $A_1(A_2)$ ；

**【小问 3 详解】**

解：由题意知，得到的图形相当于把三角形  $ABC$  与三角形  $A_1B_1C_1$  组成的图形每次向右平移 10 个单位长度，因而得到的是二方连续纹样的图形；

故答案为：二方连续纹样。

27. 防护用品常用防晒指数 ( $SPF$  值) 表示其防晒能力,  $SPF$  值是指使用该产品可以延缓多少倍的晒伤时

间. 其对抗紫外线的防护率为: 防护率  $= \frac{SPF - 1}{SPF} \times 100\%$  (其中  $SPF \geq 1$ ). 某款防晒霜的宣传广告如图所

示:



第一代  
防晒指数25



第二代  
防晒指数50

防护大升级！

第二代防晒霜比第一代提供多一倍的防护率！

- (1) 第一代防晒霜的防护率是\_\_\_\_\_；
- (2) 试判断广告内容是否合理，并说明理由.
- (3) 某商店同时销售该产品第一代和第二代防晒霜，某日第一代防晒霜的销售额为 3000 元，第二代防晒霜的销售额为 4680 元. 已知第二代防晒霜的单价比第一代贵 15 元，且其当日销售量比第一代多 30%，求第二代防晒霜的销售单价.

【答案】(1) 96%

(2) 不合理，理由见解析

(3) 90 元

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的应用，有理数的混合运算，理解题意，正确列出分式方程是解题的关键.

- (1) 根据防晒霜的防护率公式计算即可；
- (2) 计算出第二代防晒霜的防护率，根据广告内容得到第二代防晒霜的防护率，比较即可判断内容不合理；
- (3) 设第二代防晒霜的单价为  $x$  元，则第一代防晒霜的单价为  $(x-15)$  元，根据等量关系列出分式方程即可求解，注意检验.

【小问 1 详解】

解：第一代防晒霜的防护率  $= \frac{25-1}{25} \times 100\% = 96\%$ ；

故答案为：96%；

【小问 2 详解】

解：广告内容不合理；

理由如下：

第二代防晒霜的防护率  $= \frac{50-1}{50} \times 100\% = 98\%$ ；

根据广告内容，第二代防晒霜的防护率应为第一代防晒霜的 2 倍，即为  $2 \times 96\% = 192\%$ ，而实际第二代防

防晒霜的防护率  $= \frac{50-1}{50} \times 100\% = 98\%$ ；

故广告内容不合理.

【小问3 详解】

解: 设第二代防晒霜的单价为  $x$  元, 则第一代防晒霜的单价为  $(x-15)$  元,

由题意得:  $\frac{4680}{x} = \frac{3000}{x-15} \times (1+30\%)$ ,

解得:  $x=90$ ,

答: 第二代防晒霜的单价为 90 元.

28. 【阅读理解】

如果一个正整数能表示成  $a^2 - b^2$  ( $a$ 、 $b$  是正整数) 的形式, 那么称这个正整数为“方差数”.

小明采用举例的方式, 有序地列出了一些“方差数”, 想从中寻找规律:

$$2^2 - 1^2 = 3,$$

$$3^2 - 1^2 = 8, \quad 3^2 - 2^2 = 5,$$

$$4^2 - 1^2 = 15, \quad 4^2 - 2^2 = 12, \quad 4^2 - 3^2 = 7,$$

.....

小杰采用不同的方法, 找到一类“方差数”, 试图发现“方差数”更本质的特征:

设  $m$  为正整数且  $m \geq 1$ , 因为  $(m+1)^2 - m^2 = m^2 + 2m + 1 - m^2 = 2m + 1$ ,

所以  $2m+1$  这样的数都是“方差数”, 即所有奇数 (1 除外) 都是“方差数”.

【尝试运用】

(1) 填空: ①16\_\_\_\_\_“方差数” (填“是”或“不是”);

②因为  $2025 = (\quad)^2 - (\quad)^2$ , 所以 2025 是“方差数”;

(2) 已知  $M = x^2 - y^2 + 8x - 6y + k$  ( $x$ 、 $y$  是正整数且  $x \geq y$ ,  $k$  是常数), 请写出  $k$  的值, 使得不论  $x$ 、 $y$  取何值,  $M$  都是“方差数”, 并说明理由;

【深入探究】

(3) 你能像小杰一样找到一类“方差数”吗? 如果能, 试描述你找到的这类“方差数”的特征, 并说明理由;

(4) 请写出 40 到 50 之间的所有“方差数” (不包含 40 和 50).

【答案】(1) ①是 ②1013, 1012

(2) 7

(3) 所有 4 的倍数 (4 除外) 都是“方差数”

(4) 41, 43, 44, 45, 47, 48, 49

【解析】

【分析】本题主要考查了新定义“方差数”的理解与应用，因式分解的应用，解题的关键是理解新定义运算．根据“方差数”的定义进行解答即可．

【详解】(1) 解：①  $\because 5^2 - 3^2 = 16$ ,

$\therefore 16$  是“方差数”；

②因为  $2025 = 1013^2 - 1012^2$ ,

所以 2025 是“方差数”．

故答案为：①是；②1013, 1012.

(2) 解：当  $k = 7$  时，不论  $x$ 、 $y$  取何值， $M$  都是“方差数”，理由如下：

$$\begin{aligned} M &= x^2 - y^2 + 8x - 6y + k \\ &= x^2 + 8x + 16 - y^2 - 6y - 9 + k - 16 + 9 \\ &= (x + 4)^2 - (y + 3)^2 + k - 7, \end{aligned}$$

要使不论  $x$ 、 $y$  取何值， $M$  都是“方差数”，

则  $k - 7 = 0$ ，即  $k = 7$ ，

此时， $M = (x + 4)^2 - (y + 3)^2$ ，

$\because x$ 、 $y$  是正整数且  $x \geq y$ ，

$\therefore x + 4$  和  $y + 3$  都是正整数，且  $x + 4 > y + 3$ ，满足“方差数”的定义，

$\therefore$  当  $k = 7$  时，无论不论  $x$ 、 $y$  取何值， $M$  都是“方差数”．

(3) 解：能．

设  $m$  为正整数且  $m \geq 1$ ，

$$\text{则 } (m + 2)^2 - m^2 = m^2 + 4m + 4 - m^2 = 4m + 4 = 4(m + 1),$$

所以  $4(m + 1)$  这样的数都是“方差数”，即所有 4 的倍数 (4 除外) 都是“方差数”．

(4) 解：由题意和 (3) 可知，所有奇数 (1 除外) 都是“方差数”，所有 4 的倍数 (4 除外) 都是“方差数”，

所以 40 到 50 之间 (不包含 40 和 50) 的所有“方差数”是：41, 43, 44, 45, 47, 48, 49.

