

上海科技大学附属学校 2025-2026 学年度第一学期期末考试 七年级
数学试卷（原卷版）

注意事项：

1. 你拿到的试卷满分为 100 分，考试时间为 900 分钟。
2. 试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分，请务必在“答题卷”上答题，在“试题卷”上答题是无效的。
3. 考试结束后，请将“试题卷”和“答题卷”一并交回。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）每小题都给出 A 、 B 、 C 、 D 四个选项，其中只有一个是符合题目要求的。

1. 中国“二十四节气”已被列入联合国教育、科学及文化组织人类非物质文化遗产代表作名录，下列四幅作品分别代表“立春”“立夏”“芒种”“大雪”，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了中心对称图形和轴对称图形的识别。根据轴对称图形和中心对称图形的概念，对各选项分析判断即可得解。把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形。

【详解】解：A、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故不符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

D、既是轴对称图形又是中心对称图形，故符合题意；

故选：D。

2. 下列等式从左边到右边的变形，属于因式分解的是（ ）

A. $(a+3)(a-3)=a^2-9$ B. $x^2+1=x\left(x+\frac{1}{x}\right)$

C. $x^2-6x+9=(x-3)^2$ D. $x^2+4x+10=(x+2)^2+6$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查因式分解的定义：把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做分解因式，据此进行判断即可.

【详解】解：A、是整式乘法运算，故选项 A 不符合题意；

B、结果不是整式乘积的形式，故选项 B 不符合题意；

C、 $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ ，是因式分解，故选项 C 符合题意；

D、结果不是整式的乘积形式，故选项 D 不符合题意.

故选：C.

3. 下列分式中，是最简分式的是 ()

A. $\frac{x^3 y^3}{x}$

B. $\frac{x-1}{x}$

C. $\frac{x+1}{x^2-1}$

D. $\frac{xy}{x^2}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了最简分式的定义. 最简分式是指分子与分母没有公因式的分式，要判断哪个分式是最简分式，需依次分析每个选项的分子与分母是否有公因式，若没有公因式则为最简分式.

【详解】A、 $\frac{x^3 y^3}{x} = x^2 y^3$ ，不是最简分式，不符合题意；

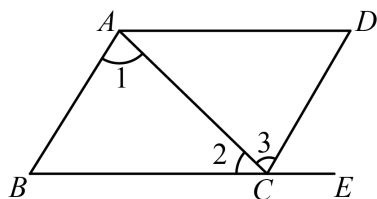
B、 $\frac{x-1}{x}$ 是最简分式，符合题意；

C、 $\frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$ ，不是最简分式，不符合题意；

D、 $\frac{xy}{x^2} = \frac{y}{x}$ ，不是最简分式，不符合题意；

故选：B.

4. 如图，不是 $\angle B$ 的同旁内角的是 ()



A. $\angle 1$

B. $\angle 2$

C. $\angle 3$

D. $\angle BCD$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了同位角、内错角和同旁内角，解题关键是正确识别图形，能够准确判断同位角、内错角和同旁内角．观察图形，根据同旁内角、内错角和同位角的定义，对各个选项中的角与 $\angle B$ 的关系进行判断即可．

【详解】解：A. 观察图形可知： $\angle 1$ 和 $\angle B$ 是同旁内角，故此选项不符合题意；

B. 观察图形可知： $\angle 2$ 和 $\angle B$ 是同旁内角，故此选项不符合题意；

C. 观察图形可知： $\angle 3$ 和 $\angle B$ 不是同旁内角，故此选项符合题意；

D. 观察图形可知： $\angle BCD$ 和 $\angle B$ 是同旁内角，故此选项不符合题意；

故选：C.

5. 下列命题中，判断错误的是（ ）

A. 所有定理都有逆命题

B. 对顶角相等的逆命题是真命题

C. 假命题的逆命题不一定是假命题

D. 两条平行线被第三条直线所截，内错角的平分线互相平行

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查命题、逆命题的定义及真假判断，解题关键是明确每个命题的逆命题，并判断其真假．

【详解】解：选项 A：任何命题都有逆命题，定理属于命题，因此定理都有逆命题，该判断正确；

选项 B：“对顶角相等”的逆命题是“相等的角是对顶角”，相等的角不一定是对顶角(如两直线平行时的同位角)，因此逆命题是假命题，该判断错误；

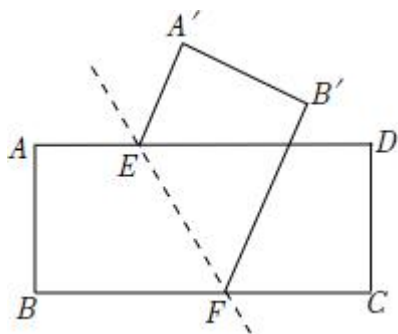
选项 C：假命题的逆命题可能为真，也可能为假，例如假命题“若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$ ”的逆命题“若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ”也是假命题；而假命题“相等的角是对顶角”的逆命题“对顶角相等”是真命题，因此该判断正确．

选项 D：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等，其角平分线分得的角也相等，可推出两条角平分线的内错角相等，故角平分线互相平行，该判断正确．

因此，判断错误的是选项 B.

故选：B.

6. 如图，将一张长方形纸条 $ABCD$ 沿 EF 折叠，点 A, B 分别折叠至点 A', B' ，若 $\angle AEF = 130^\circ$ ，则 $\angle B'FC$ 的度数为（ ）



A. 80°

B. 70°

C. 65°

D. 50°

【答案】A

【解析】

【分析】由折叠的性质得 $\angle BFE = \angle B'FE$ ，再由平行线的性质可求得 $\angle BFE = 50^\circ$ ，从而得解.

【详解】解：由折叠得： $\angle BFE = \angle B'FE$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle AEF + \angle BFE = 180^\circ$,

$\therefore \angle AEF = 130^\circ$,

$\therefore \angle BFE = 50^\circ$,

$\therefore \angle B'FE = 50^\circ$,

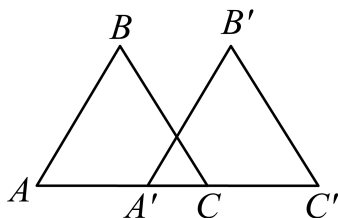
$\therefore \angle B'FC = 180^\circ - \angle BFE - \angle B'FE = 80^\circ$,

故选：A.

【点睛】本题主要考查平行线的性质，解答的关键是熟记平行线的性质：两直线平行，同旁内角互补.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 如图，三角形 $A'B'C'$ 是由三角形 ABC 沿射线 AC 方向平移 2cm 得到的，若 $AC = 3\text{cm}$ ，则 $A'C =$ _____ cm.



【答案】1

【解析】

【分析】本题主要考查了平移的性质，先根据平移的性质得出 $AA' = 2\text{cm}$ ，再利用 $AC = 3\text{cm}$ ，即可求出 $A'C$ 的长.

【详解】解：∵将 ABC 沿射线 AC 方向平移 2cm 得到 $\triangle A'B'C'$,

$$\therefore AA' = 2\text{cm},$$

$$\text{又} \because AC = 3\text{cm},$$

$$\therefore A'C = AC - AA' = 1\text{cm}.$$

故答案为：1.

8. 计算： $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{27}$

【解析】

【分析】 本题考查的是同底数幂的除法及乘方运算，先计算同底数幂的除法，再计算乘方即可.

【详解】解： $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}.$

故答案为： $-\frac{1}{27}$

9. 因式分解： $a^2 - 11a + 24 =$ _____.

【答案】 $(a-3)(a-8)$

【解析】

【分析】 本题考查的是因式分解，通过寻找两个数，它们的乘积为常数项 24，且和为一次项系数 -11 ，从而进行因式分解.

【详解】解： $a^2 - 11a + 24 = (a-3)(a-8).$

故答案为： $(a-3)(a-8)$

10. 计算： $\frac{1}{x+1} + \frac{x-1}{x^2-1} =$ _____.

【答案】 $\frac{2}{x+1}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

通过因式分解分母，将第二个分式简化，再与第一个分式相加.

【详解】解：原式 $= \frac{1}{x+1} + \frac{x-1}{(x-1)(x+1)}$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+1}.$$

故答案为: $\frac{2}{x+1}$.

11. 要说明命题“若 $a^2 \geq 4$, 则 $a > 2$ ”是假命题, 请举出一个反例: $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -4 (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查命题的判断, 以及不等式的性质, 理解命题的定义, 能够根据命题适当的举出反例是解题关键.

本题要使得 $a^2 \geq 4$ 成立, 则 $a < -2$ 或 $a > 2$, 因此举反例可列举 $a < -2$ 的数字即可.

【详解】 解: 当 $a = -4$ 时, $a^2 = 16 > 4$, 但不满足 $a > 2$,

故答案为: -4 (答案不唯一).

12. 在三角形 ABC 中, $AB = 5$, $AC = 3$, $BC = x$, 则 x 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2 < x < 8$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的三边关系, 做题的关键是掌握三角形中任意两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边. 利用三角形三边关系得出 x 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 在三角形 ABC 中, $AB = 5$, $AC = 3$, $BC = x$,

$$\therefore 5 - 3 < x < 5 + 3,$$

$$\text{即 } 2 < x < 8.$$

故答案为: $2 < x < 8$.

13. 若分式 $\frac{9-x^2}{x-3}$ 的值为零, 则 x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查分式值为零的条件, 关键是牢记“分式值为零, 需要分子为零且分母不为零”这一核心规则.

【详解】 解: 要使分式 $\frac{9-x^2}{x-3}$ 的值为零, 需同时满足:

分子为零： $9 - x^2 = 0$ ，解得 $x = 3$ 或 $x = -3$ ；

分母不为零： $x - 3 \neq 0$ ，解得 $x \neq 3$ 。

综上， x 的值为 -3 。

故答案为： -3 。

14. 一个三角形的三个外角的度数比为 $3:4:5$ ，那么这个三角形是_____三角形。

【答案】 直角

【解析】

【分析】 本题考查三角形的外角性质，关键是掌握三角形的外角和是 360° 。

设三个外角的度数分别为 $3x$ ， $4x$ ， $5x$ ，得到 $3x + 4x + 5x = 360^\circ$ ，求出 $x = 30^\circ$ ，得到三个外角的度数，从而求出这个三角形三个内角的度数，即可判断此三角形的形状。

【详解】 解： $\because$ 这个三角形三个外角的度数比为 $3:4:5$ ，

$\therefore$ 设三个外角的度数分别为 $3x$ ， $4x$ ， $5x$ ，

$\therefore 3x + 4x + 5x = 360^\circ$ ，

$\therefore x = 30^\circ$ ，

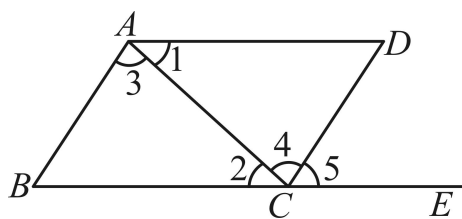
$\therefore$ 三个外角的度数分别为 90° ， 120° ， 150° ，

$\therefore$ 与三个外角对应的三个内角分别为 90° ， 60° ， 30° ，

$\therefore$ 这个三角形是直角三角形。

故答案为： 直角。

15. 如图，下列条件中：① $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ ；② $\angle 1 = \angle 2$ ；③ $\angle 3 = \angle 4$ ；④ $\angle B = \angle 5$ 。则一定能判定 $AB \parallel CD$ 的条件有_____。（请填写序号）



【答案】 ①③④

【解析】

【分析】 本题主要考查平行线的判定，熟练应用平行线的判定方法是解题的关键。根据平行线的判定方法逐项判断即可。

【详解】 解： $\because \angle B + \angle BCD = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，故①符合题意；

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，故②不符合题意；

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ ，

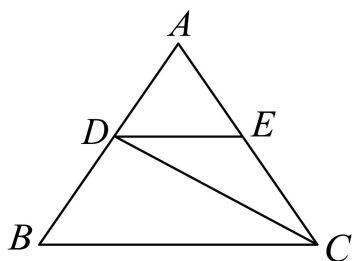
$\therefore AB \parallel CD$ ，故③符合题意；

$\therefore \angle B = \angle 5$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，故④符合题意.

故答案为：①③④.

16. 如图，如果 CD 平分 $\angle ACB$ ， $DE \parallel BC$ ， $\angle EDC = 28^\circ$ ，那么 $\angle AED$ 的度数是_____.



【答案】 56° ## 56度

【解析】

【分析】此题考查了平行线的性质和角平分线的相关计算，熟练掌握平行线的性质是解题的关键. 根据平行线的性质得到 $\angle BCD = \angle EDC = 28^\circ$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle ACB = 2\angle BCD = 56^\circ$ ，再用平行线的性质即可得到 $\angle AED = \angle ACB = 56^\circ$.

【详解】解： $\because DE \parallel BC$ ， $\angle EDC = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle EDC = 28^\circ$ ，

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$ ，

$\therefore \angle ACB = 2\angle BCD = 56^\circ$ ，

$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AED = \angle ACB = 56^\circ$.

故答案为： 56°

17. 若 $a^2 + 4a + 1 = 0$ ，且 $\frac{a^4 + ma^2 + 1}{2a^3 + ma^2 + 2a} = 3$ ，则 $m =$ _____.

【答案】 19

【解析】

【分析】 题目主要考查分式的化简求值，将原式变形为已知条件是解题关键.

根据题意得出 $a^2 + 1 = -4a$ ，将原式变形 $\frac{a^4 + ma^2 + 1}{2a^3 + ma^2 + 2a} = \frac{14a^2 + ma^2}{-8a^2 + ma^2} = 3$ ，然后求解即可.

【详解】 解： $\because a^2 + 4a + 1 = 0$ ，

$$\therefore a^2 + 1 = -4a,$$

$$a^4 + 1 = (a^2)^2 + 2a^2 + 1 - 2a^2 = (a^2 + 1)^2 - 2a^2 = (-4a)^2 - 2a^2 = 14a^2,$$

$$2a^3 + 2a = 2a(a^2 + 1) = 2a(-4a) = -8a^2,$$

$$\text{故 } \frac{a^4 + ma^2 + 1}{2a^3 + ma^2 + 2a} = \frac{14a^2 + ma^2}{-8a^2 + ma^2} = 3.$$

又 $a \neq 0$ ，

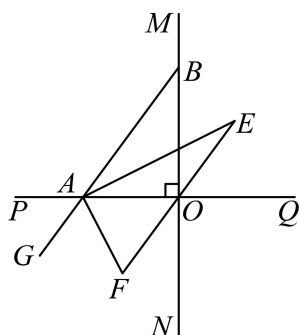
$$\text{故 } \frac{14 + m}{-8 + m} = 3, \text{ 即 } 14 + m = -24 + 3m,$$

解得 $m = 19$ ，

故答案为：19.

18. 在 $\triangle ABC$ 中，若存在一个内角是另外一个内角度数的 n 倍 (n 为大于 1 的正整数)，则称 $\triangle ABC$ 为 n 倍角三角形. 例如，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，可知 $\angle A = 2\angle C$ ，所以 $\triangle ABC$ 为 2 倍角三角形. 如图，直线 $MN \perp$ 直线 PQ 于点 O ，点 A 、点 B 分别在射线 OP 、 OM 上；已知 $\angle BAO$ 、 $\angle OAG$ 的角平分线分别与 $\angle BOQ$ 的角平分线所在的直线交于点 E 、 F . 若 $\triangle AEF$ 为 4 倍角三角形，则

$\angle ABO = \underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 36° 或 45°

【解析】

【分析】本题考查直角三角形的性质及倍角三角形的定义，关键是通过角平分线的性质推导 $\triangle AEF$ 的内角关系，再结合倍角三角形的定义求解 $\angle ABO$ 的度数.

【详解】解： $\because AE$ 平分 $\angle BAO$ ， AF 平分 $\angle OAG$ ， 且 $\angle BAO + \angle OAG = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle EAF = \angle EAO + \angle OAF = \frac{1}{2}\angle BAO + \frac{1}{2}\angle OAG = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ.$$

$$\therefore MN \perp PQ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABO$ 中， $\angle BAO = 90^\circ - \angle ABO$.

又 OE 平分 $\angle BOQ$ ($\angle BOQ = 90^\circ$)， 故 $\angle BOE = 45^\circ$.

在 $\triangle AOE$ 中， $\angle AOE = 135^\circ$ ， 结合 $\angle EAO = \frac{1}{2}\angle BAO = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle ABO)$ ，

$$\text{可得 } \angle E = 180^\circ - 135^\circ - \frac{1}{2}(90^\circ - \angle ABO) = \frac{1}{2}\angle ABO.$$

$\therefore \triangle AEF$ 为 4 倍角三角形， 且 $\angle EAF = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 存在两种情况：

①直角是 4 倍的一个锐角， 即 $90^\circ = 4\angle E$ ， 解得 $\angle E = 22.5^\circ$ ， 则 $\angle ABO = 2\angle E = 45^\circ$.

②一个锐角是 4 倍的另一个锐角， 即 $\angle F = 4\angle E$ ， 解得 $\angle E = 18^\circ$ ， 则 $\angle ABO = 2\angle E = 36^\circ$.

综上， $\angle ABO$ 的度数为 36° 或 45° .

故答案为： 36° 或 45° .

三、解答题 (本大题共 7 题， 满分 46 分)

19. 因式分解：

(1) $3a - 6bc - 9b + 2ac$ ；

(2) $a(a-6)+9$.

【答案】(1) $(2c+3)(a-3b)$

(2) $(a-3)^2$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，

(1) 先分组，再提取公因式即可；

(2) 先展开多项式，再利用完全平方公式分解.

【小问 1 详解】

解: $3a-6bc-9b+2ac$

$=a(3+2c)-3b(2c+3)$

$=(2c+3)(a-3b);$

【小问 2 详解】

解: $a(a-6)+9$

$=a^2-6a+9$

$=(a-3)^2.$

20. 解下列方程:

(1) $\frac{3-x}{4+x}=\frac{1}{2};$

(2) $\frac{1}{x-2}=\frac{x-1}{x-2}-3.$

【答案】(1) $x=\frac{2}{3}$

(2) 无解

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

(1) 去分母转化为整式方程求解并检验；

(2) 去分母转化为整式方程求解并检验.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{3-x}{4+x} = \frac{1}{2}$$

$$2(3-x) = 4+x,$$

$$6-2x = 4+x$$

$$-3x = -2$$

$$\text{解得: } x = \frac{2}{3},$$

经检验: $x = \frac{2}{3}$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解为 $x = \frac{2}{3}$;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{1}{x-2} = \frac{x-1}{x-2} - 3$$

$$1 = x-1-3(x-2)$$

$$1 = x-1-3x+6$$

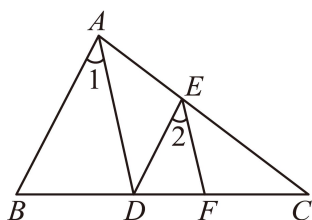
$$2x = 4$$

$$\text{解得: } x = 2$$

经检验: $x = 2$ 是增根,

$\therefore$ 原方程无解.

21. 如图, 已知: AD 平分 $\angle BAC$, EF 平分 $\angle DEC$, $\angle B + \angle BDE = 180^\circ$, 求证: $\angle 1 = \angle 2$.



证明: $\because \angle B + \angle BDE = 180^\circ$,

$\therefore$ _____ // _____, (_____).

$\therefore \angle BAC = \angle$ _____, (_____),

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, EF 平分 $\angle DEC$,

$\therefore \angle BAC = 2\angle 1$, $\angle$ _____ $= 2\angle 2$.

$$\therefore 2\angle 1 = 2\angle 2.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

【答案】 AB ； DE ；同旁内角互补，两直线平行； DEC ；两直线平行，同位角相等； DEC

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质，角平分线的定义．根据平行线的判定和性质，补齐各步骤的结论和推理依据，即可得到结果．

【详解】 证明： $\because \angle B + \angle BDE = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel DE$ ，（同旁内角互补，两直线平行）．

$\therefore \angle BAC = \angle DEC$ ，（两直线平行，同位角相等），

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， EF 平分 $\angle DEC$ ，

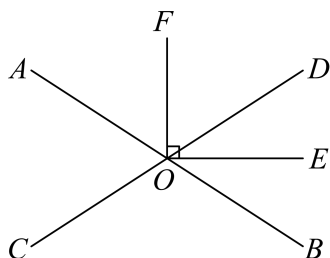
$$\therefore \angle BAC = 2\angle 1, \quad \angle DEC = 2\angle 2.$$

$$\therefore 2\angle 1 = 2\angle 2.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

故答案为： AB ； DE ；同旁内角互补，两直线平行； DEC ；两直线平行，同位角相等； DEC ．

22. 如图，已知直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle BOD$ ， $OF \perp OE$ ．若 $\angle AOC = 66^\circ$ ，求 $\angle DOF$ 的度数．



【答案】 57°

【解析】

【分析】 本题考查的是对顶角的性质，角平分线的定义，垂直的含义，掌握角的和差运算是解本题的关键，先证明 $\angle BOD = \angle AOC = 66^\circ$ ，再求解 $\angle EOD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$ ，再结合垂直的定义可得答案．

【详解】 解： $\because \angle AOC = 66^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOD = \angle AOC = 66^\circ,$$

$\because OE$ 平分 $\angle BOD$ ，

$$\therefore \angle EOD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ.$$

$$\because OF \perp OE,$$

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOF = \angle EOF - \angle EOD = 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ.$$

23. 已知关于 x 的方程 $\frac{m}{x-2} + \frac{1}{x-1} = \frac{2m-2}{x^2-3x+2}$.

(1) 若 $m = -3$, 求出方程的解;

(2) 若方程无解, 求 m 的值.

【答案】 (1) $x = \frac{9}{2}$

(2) m 的值为 -1 或 2 或 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查解分式方程, 掌握解分式方程的方法, 理解分式方程无解的含义是解题的关键;

(1) 将 $m = -3$ 代入原方程, 再解方程即可;

(2) 根据方程无解, 利用分式方程无解有两种情况: 一是化简后的整式方程无解; 二是整式方程的解是原方程的增根 (使分母为零), 首先将原方程化为整式方程, 再讨论这些情况即可.

【小问 1 详解】

解: 当 $m = -3$ 时, 原方程可化为, $\frac{-3}{x-2} + \frac{1}{x-1} = \frac{-8}{x^2-3x+2},$

即 $\frac{-3}{x-2} + \frac{1}{x-1} = \frac{-8}{(x-2)(x-1)},$

两边同乘 $(x-1)(x-2)$ 得, $-3(x-1) + (x-2) = -8,$

化简, 得 $-2x = -9,$

解得 $x = \frac{9}{2},$

经检验, $x = \frac{9}{2}$ 是原分式方程的解;

【小问 2 详解】

解: 去分母得 $m(x-1) + x-2 = 2m-2,$

整理得 $(m+1)x = 3m,$

当 $m+1=0$ 时, 整式方程无解, 即 $m=-1$ 时, 原方程无解;

当 $x=2$ 时, $2(m+1) = 3m,$ 解得 $m=2;$

当 $x=1$ 时, $m+1=3m$, 解得 $m=\frac{1}{2}$,

即 $m=2$ 或 $m=\frac{1}{2}$ 时, 整式方程的解为 2 或 1, 此时分式方程无解,

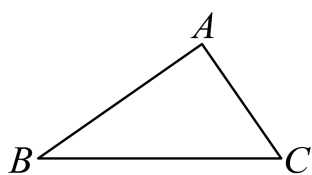
综上所述, m 的值为 -1 或 2 或 $\frac{1}{2}$.

24. 反证法是数学中一种常用的证明方法, 请你用反证法证明“三角形三个内角中, 至少有一个内角小于或等于 60° ”. (提示: 先根据题意写出已知求证, 再给予证明)

已知:

求证:

证明:



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查反证法, 包括反证法的逻辑步骤、三角形内角和定理. 先通过反设结论(假设三个内角都大于 60°), 推导出与三角形内角和定理矛盾的结果, 从而肯定原命题成立.

【详解】解: 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 为其三个内角.

求证: $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 中至少有一个内角小于或等于 60° .

证明: 假设 $\triangle ABC$ 的三个内角都大于 60° , 即 $\angle A > 60^\circ, \angle B > 60^\circ, \angle C > 60^\circ$

则将三个不等式相加, 得 $\angle A + \angle B + \angle C > 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

此结论与“三角形内角和为 180° ”的定理相矛盾.

因此, 假设不成立, 原命题成立. 即三角形三个内角中, 至少有一个内角小于或等于 60° .

25. 如图, $CD \parallel AB$, 现将一块含 30° 的三角板 EFG 按如图 1 放置, $\angle G = 90^\circ$, $\angle EFG = 30^\circ$, 使点 E 、 F 分别在直线 CD 、 AB 上, 设 $\angle GFB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

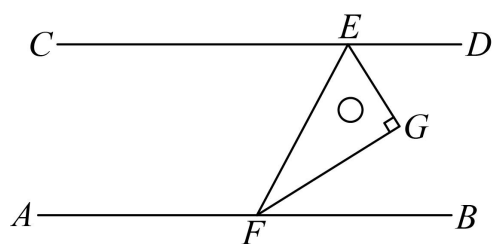


图 1

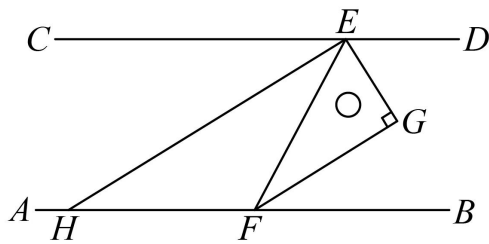


图 2

(1) 求 $\angle DEG + \angle GFB$ 的度数;

(2) 如果 $\angle CEF$ 的角平分线 EH 交直线 AB 于点 H , 如图 2.

①当 $EH \parallel FG$ 时, 求 α 的度数;

②在①的条件下, 如果点 P 是射线 EC 上的一点, 将三角板 EFG 绕着点 E 以每秒 1° 的速度进行顺时针旋转, 同时射线 PC 绕着点 P 以每秒 4° 的速度进行顺时针旋转, 射线 PC 旋转一周后停止转动, 同时三角板 EFG 也停止转动. 当旋转多少时间时, CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行?

【答案】(1) 90°

(2) ① 30° ; ②当旋转 20 秒或 40 秒或 50 秒或 80 秒时, CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行.

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质, 一元一次方程的应用, 添加辅助线是解题的关键, 第 3 问是动点问题, 找到模型即可解答.

(1) 先作辅助线构造平行, 然后根据平行线的性质即可解答;

(2) ①利用两次平行线的性质, 找到等量关系, ②动点问题, 先把图形画出来, 然后数形结合找到角之间的数量关系, 列出方程, 从而求出 t .

【小问 1 详解】

解: 如图 1, 过点 G , 作 $GM \parallel AB$,

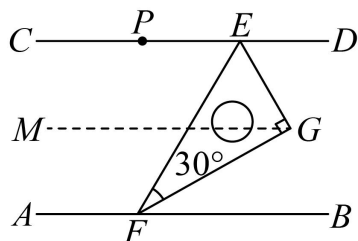


图 1

$\because CD \parallel AB, MG \parallel AB,$

$\therefore CD \parallel MG,$

$\therefore \angle MGF = \angle BFG, \angle DEG = \angle EGM,$

$\therefore \angle DEG + \angle BFG = \angle EGM + \angle MGF = \angle EGF = 90^\circ,$

$\therefore \angle DEG + \angle BFG = 90^\circ;$

【小问 2 详解】

解: ① $\because EH \parallel FG,$

$\therefore \angle GFB = \angle EHF = \alpha,$

$\because HE$ 平分 $\angle CEF,$

$$\therefore \angle CEH = \angle FEH,$$

$$\text{又} \because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CEH = \angle EHF = \alpha, \quad \angle CEF = \angle EFB = 2\alpha,$$

$$\therefore 2\alpha = 30^\circ + \alpha,$$

$$\text{解得 } \alpha = 30^\circ;$$

【点睛】②如图 2，当 $PC' \parallel EG$ 时，延长 GE 至点 Q ，

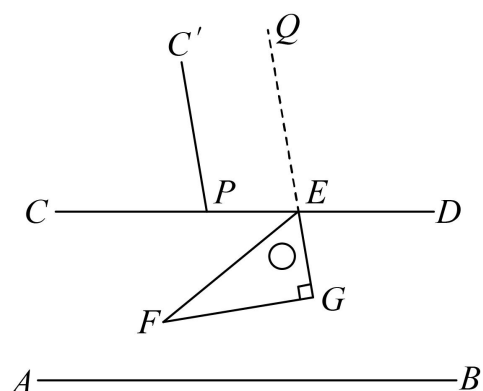


图 2

$$\because PC' \parallel GQ,$$

$$\therefore \angle CPC' = \angle CEQ,$$

$$\because \angle CEQ = \angle DEG,$$

$$\therefore \angle CPC' = \angle DEG,$$

$$\text{由题意知, } \angle CPC' = (4t)^\circ,$$

$$\text{由①得 } \angle DEG = 90^\circ - \alpha + t = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ + t^\circ,$$

$$\therefore (4t)^\circ = 60^\circ + t^\circ,$$

$$\text{解得: } t = 20;$$

当 $PC' \parallel EF$ 时,

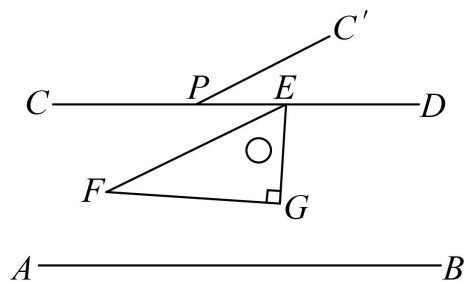


图 3

$$\therefore \angle CPC' = \angle DEF,$$

$$\text{由题意知得 } \angle DEE = \angle DEG + \angle FEG = 120^\circ + t^\circ,$$

$$\therefore (4t)^\circ = 120^\circ + t^\circ,$$

$$\text{解得 } t = 40;$$

如图 4, 当 $PC' \parallel FG$ 时, 延长 GF 交 CE 于点 T , 过点 G 作 $GV \parallel CD$,

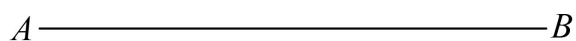
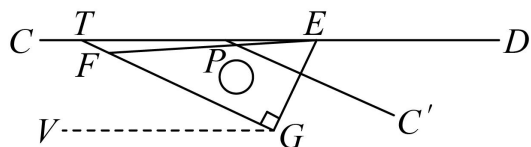


图 4

$$\therefore \angle VGE = \angle DEG = 60^\circ + t^\circ,$$

$$\therefore \angle FGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle VGT = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ETG = \angle VGT = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\therefore PC' \parallel FG,$$

$$\therefore \angle DPC' = \angle ETG = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC' = (4t)^\circ - 180^\circ,$$

$$\therefore (4t)^\circ - 180^\circ = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\text{解得: } t = 50;$$

如图 4, 当 $PC' \parallel EG$ (第二次) 时,

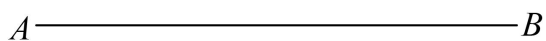
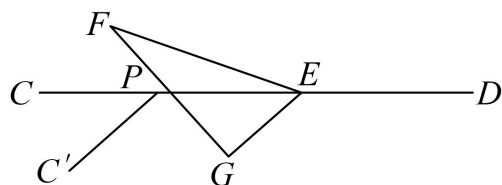


图 5

$$\text{则 } \angle CPC' = \angle CEG,$$

$$\therefore 360^\circ - (4t)^\circ = 180^\circ - (60^\circ + t^\circ),$$

$$\text{解得: } t = 80;$$

综上，当旋转 20 秒或 40 秒或 50 秒或 80 秒时， CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行.