

2025 学年第一学期期末调研七年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列说法正确的是 ()

A. $2x^2y$ 的次数是 2

B. $\frac{x-3}{2}$ 的系数是 1

C. $x^2 - 2x - 3$ 是二次三项式

D. $x^2 - 2x - 3$ 的一次项是 $2x$

【答案】 C

【解析】

【分析】 此题主要考查了多项式和单项式的含义, 关键是掌握单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数, 多项式中每个单项式是多项式的项, 最高次项的次数是多项式的次数. 利用单项式的系数与次数和多项式的项与次数的含义进行解答即可.

【详解】 解: A. $2x^2y$ 的次数是 3, 故选项 A 说法错误;

B. $\frac{x-3}{2}$ 是多项式, 故选项 B 说法错误;

C. $x^2 - 2x - 3$ 是二次三项式, 故选项 C 说法正确;

D. $x^2 - 2x - 3$ 的一次项是 $-2x$, 故选项 D 说法错误.

故选: C.

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $2x + 2y = 2(x + y)$

B. $5x^2 + 10x = 5x(x + 2)$

C. $x^2 - 4 = (x - 2)^2$

D. $2a^2 + 6a + 1 = 2a(a + 3) + 1$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的定义, 根据因式分解的定义: 把含多个项的整式化为几个次数更低的整式的积, 叫作把这个整式因式分解; 逐项判断, 即可求解.

【详解】 解: A. $2x + 2y = 2(x + y)$, 不是因式分解, 故不符合题意;

B. $5x^2 + 10x = 5x(x + 2)$, 符合因式分解的定义, 故符合题意;

C. $x^2 - 4 \neq (x - 2)^2$, 不是因式分解, 故不符合题意;

D. $2a^2 + 6a + 1 = 2a(a+3) + 1$ ，不是因式分解，故不符合题意；

故选：B.

3. 设 $2^m = 3$ ， $2^n = 4$ ， $2^p = 12$ 下列 m, n, p 三者之间的关系式正确的是 ()

A. $m + n = p$

B. $m + p = 2n$

C. $n^2 - mp = 2$

D. $p + n = 2n$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂的乘法的逆用，幂的乘方的逆用，完全平方公式的应用.

由 $2^n = 4$ 得 $n = 2$ ，根据同底数幂的乘法的逆用，幂的乘方的逆用可得 $m + n = p$ ，再进一步分析即可.

【详解】解：∵ $2^n = 4 = 2^2$ ，∴ $n = 2$

$$\because 2^p = 12 = 3 \times 4 = 2^m \times 2^n = 2^{m+n}$$

$$\therefore p = m + n, \text{ 即 } m + n = p, \text{ A 正确}$$

对于 B: $m + p = m + (m + n) = 2m + n$ ，但 $2m \neq 2$ ，故 $m + p \neq 2n$ ，所以 B 错误

对于 C: $n^2 - mp = 4 - m(m + n) = 4 - m^2 - 2m$ ，不是常数，且不等于 2，故 C 错误

对于 D: $p + n = (m + n) + n = m + 2n$ ，而 $2n = 4$ ，所以 $m + 2n \neq 2n$ ，故 D 错误

故选 A.

4. 如果 $(x+1)(3x+a)$ 的乘积中不含 x 的一次项，则 a 为 ()

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】先对 $(x+1)(3x+a)$ 进行化简，然后再根据乘积中不含 x 的一次项建立方程求解即可.

【详解】解：由题意得： $(x+1)(3x+a) = 3x^2 + (a+3)x + a$ ，

∵ 乘积中不含 x 的一次项，

$$\therefore a + 3 = 0,$$

$$\therefore a = -3;$$

故选 B.

【点睛】本题主要考查多项式乘多项式，熟练掌握多项式乘多项式是解题的关键.

5. 下列分式中是最简分式的为 ()

A. $\frac{6x}{15x^2}$

B. $\frac{x-2}{3x-6}$

C. $\frac{6x}{9y}$

D. $\frac{x^2-y^2}{x+y}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了最简分式的定义，最简分式是指分子与分母没有一次及以上的公因式的分式，公因式包括变量和数字系数。据此逐项判断，即可求解。

【详解】解：选项 A: $\frac{6x}{15x^2}$ 的分子与分母有公因式 $3x$ ，可约分为 $\frac{2}{5x}$ ，不是最简分式；

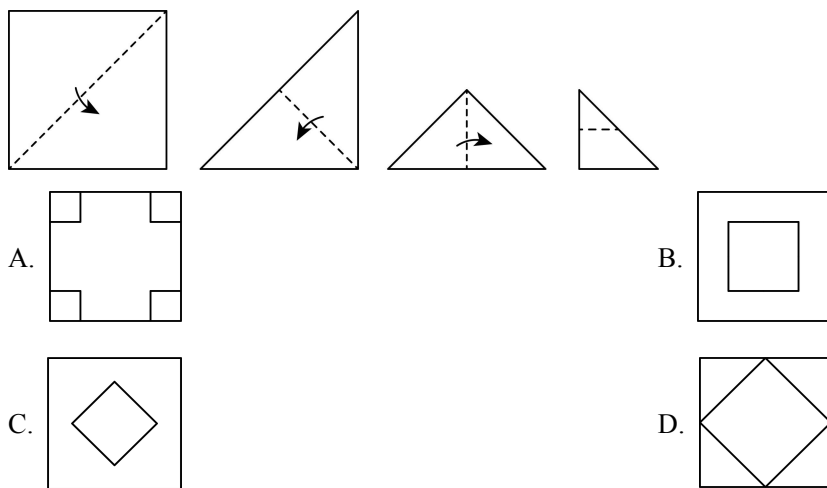
选项 B: $\frac{x-2}{3x-6} = \frac{x-2}{3(x-2)}$ ，分子与分母有公因式 $x-2$ ，可约分为 $\frac{1}{3}$ ，不是最简分式；

选项 C: $\frac{6x}{9y}$ ，分子与分母无变量公因式，数字系数有公因数 3，但变量无公因式，因此是最简分式；

选项 D: $\frac{x^2-y^2}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x+y}$ ，分子与分母有公因式 $x+y$ ，可约分为 $x-y$ ，不是最简分式；

故选：C.

6. “一把剪刀蕴神技，一方红纸酿年味”，剪纸是中国传统的民间艺术，是中国的非物质文化遗产，随着社会的发展形成了一定特征的数学文化。如图，小明在剪纸活动中，将一张长方形纸片对折三次后，沿着成线剪去一个角，再打开后的形状是 ()

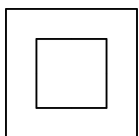


【答案】B

【解析】

【分析】本题考查剪纸问题，动手操作判断即可。

【详解】解：将一张长方形纸片对折三次后，沿着虚线剪去一个角，再打开后的形状是：



故选：B.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 计算： $(-3a)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $9a^2$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方，应用积的乘方法则进行计算即可.

【详解】 解： $(-3a)^2 = (-3)^2 a^2 = 9a^2$.

故答案为： $9a^2$.

8. 将多项式 $2 + 3x^2 - 5x + x^3$ 按字母 x 降幂排列，结果为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x^3 + 3x^2 - 5x + 2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的降幂排列的定义，掌握降幂排列的定义是关键.

根据降幂排列的定义，我们把多项式的各项按照 x 的指数从大到小的顺序排列起来即可.

【详解】 解： 多项式 $2 + 3x^2 - 5x + x^3$ 按字母 x 降幂排列是 $x^3 + 3x^2 - 5x + 2$.

故答案为： $x^3 + 3x^2 - 5x + 2$.

9. 若单项式 $2x^m y^5$ 和 $-x^2 y^n$ 是同类项，则 $n - 3m$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 根据同类项的定义：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，这样的项叫做同类项，据此可得 m 、 n 的值，再代入所求式子计算即可.

【详解】 解： $\because$ 单项式 $2x^m y^5$ 和 $-x^2 y^n$ 是同类项，

$$\therefore m = 2, n = 5,$$

$$\therefore n - 3m = 5 - 6 = -1.$$

故答案为： -1.

【点睛】 本题主要考查了同类项的定义和代数式求值，熟知同类项的定义是解题的关键.

10. 计算： $(a-b)^2 (b-a)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$. (结果用幂的形式表示)

【答案】 $(a-b)^6 \neq (b-a)^6$

【解析】

【分析】 本题主要考查的就是同底数幂的乘法计算法则，属于基础题型．互为相反数的两个数的偶数次幂相等是解决这个问题的关键．

本题首先转化为同底数，然后根据同底数幂的乘法计算法则即可得出答案．

【详解】 解： $(a-b)^2 \cdot (b-a)^4 = (a-b)^2 \cdot (a-b)^4 = (a-b)^6$ ，

故答案为： $(a-b)^6$ ．

11. 若式子 $(x-2025)^0$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____．

【答案】 $x \neq 2025$

【解析】

【分析】 本题考查了零指数幂有意义的条件，解题关键是明确零指数幂中底数不能为 0．

根据零指数幂有意义的条件，底数不能为 0．

【详解】 根据题意得： $x-2025 \neq 0$ ，

解得： $x \neq 2025$ ．

故答案为 $x \neq 2025$ ．

12. 已知 $x^m = 3$ ， $x^n = 6$ 则 x^{m-n} 的值为_____．

【答案】 $\frac{1}{2} \neq 0.5$

【解析】

【分析】 本题主要考查同底数幂的除法运算法则的逆用．先逆用同底数幂的除法运算法则，即 $x^{m-n} = x^m \div x^n$ ，再代入计算即可．

【详解】 解： $\because x^m = 3$ ， $x^n = 6$ ，

$$\therefore x^{m-n} = x^m \div x^n = 3 \div 6 = \frac{1}{2}，$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ ．

13. 用简便方法计算： $2025^2 - 2024^2 =$ _____．

【答案】 4049

【解析】

【分析】此题考查了平方差公式，熟练掌握平方差公式是解本题的关键．利用平方差公式将原式转化为两数差与两数和的乘积．

【详解】解： $2025^2 - 2024^2 = (2025 + 2024) \times (2025 - 2024) = 4049 \times 1 = 4049$ ．

故答案为： 4049．

14. 计算： $\left(-\frac{1}{4}\right)^6 \times 2^{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 1

【解析】

【分析】本题考查了幂的乘方和积的乘方以及负数的偶次幂是正数，

利用负数的偶次幂是正数和指数运算法则，可得 $\left(-\frac{1}{4}\right)^6 \times 2^{12} = \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times (2^2)^6$ ，再逆用积的乘方运算得出

$\left(\frac{1}{4}\right)^6 \times 4^6 = \left(\frac{1}{4} \times 4\right)^6$ ，由此即可计算．

【详解】解： $\left(-\frac{1}{4}\right)^6 \times 2^{12} = \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times (2^2)^6 = \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times 4^6 = \left(\frac{1}{4} \times 4\right)^6 = 1^6 = 1$ ，

故答案为 1．

15. 计算： $\frac{a^2-1}{a+2} - \frac{1-a}{a+2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $a-1$

【解析】

【分析】利用同分母分式的减法法则计算，分子整理后分解因式，约分即可得到结果．

【详解】解：原式 $= \frac{a^2-1-1+a}{a+2} = \frac{a^2+a-2}{a+2} = \frac{(a+2)(a-1)}{a+2} = a-1$ ．

故答案为 $a-1$ ．

【点睛】本题考查了同分母分式的加减运算，关键是掌握因式分解和约分．

16. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 7

【解析】

【分析】本题主要考查了分式化简求值和完全平方公式的运用，掌握完全平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 是解题的关键.

利用完全平方公式将已知条件平方，通过展开并化简求解.

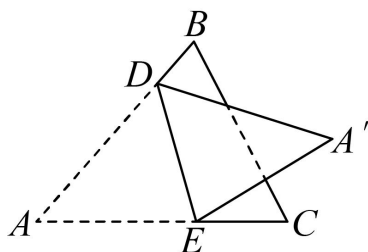
【详解】解：已知 $x + \frac{1}{x} = 3$,

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9, \text{ 展开得, } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 7,$$

故答案为：7.

17. 如图，点 D 、 E 分别在三角形 ABC 的边 AB 、 AC 上，把三角形 ADE 沿直线 DE 翻折后得三角形 $\triangle A'DE$. 如果 $\angle DEC = 100^\circ$ ，那么 $\angle A'EC$ 的度数为_____.



【答案】 20° ##20 度

【解析】

【分析】本题考查折叠性质，熟练掌握折叠的性质是解答的关键. 由折叠性质得 $\angle AED = \angle A'ED$ ，先根据已知求得 $\angle AED = 80^\circ$ ，进而根据平角定义求解即可.

【详解】解：由折叠性质得 $\angle AED = \angle A'ED$,

$$\because \angle DEC = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - \angle DEC = 80^\circ,$$

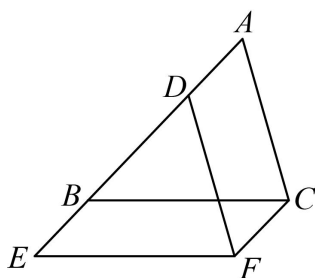
$$\therefore \angle AED + \angle A'ED + \angle A'EC = 180^\circ,$$

$$\therefore 80^\circ + 80^\circ + \angle A'EC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A'EC = 20^\circ.$$

故答案为： 20° .

18. 如图，将一个周长为 a 厘米的三角形 ABC 沿射线 AB 方向平移后得到三角形 DEF ，点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 D 、 E 、 F . 连接 CF ，已知四边形 $AEFC$ 的周长为 b 厘米，那么平移的距离是_____厘米. (用含 a 、 b 的代数式表示结果).



【答案】 $\frac{b-a}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平移的性质，熟知把一个图形整体沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的形状和大小完全相同；新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是对应点，连接各组对应点的线段平行且相等是解题的关键.

根据平移性质得到 $AD = BE = CF$ ， $BC = EF$ ，再根据已知图形的周长求得 BE 即可.

【详解】 解： $\because$ 将一个周长为 a 厘米的 $\triangle ABC$ 沿射线 AB 方向平移后得到 $\triangle DEF$ ，

$$\therefore AD = BE = CF, \quad BC = EF,$$

$\because \triangle ABC$ 的周长为 a 厘米，

$$\therefore AB + BC + AC = a,$$

$\because$ 四边形 $AEFC$ 的周长为 b 厘米，

$$\therefore AB + BE + EF + CF + AC = b, \text{ 即 } AB + BC + AC + 2BE = b,$$

$$\therefore BE = \frac{b-a}{2},$$

即平移的距离是 $\frac{b-a}{2}$ ，

故答案为： $\frac{b-a}{2}$.

三、解答题（本大题共 9 题，满分 64 分）

19. 计算： $2a^2 \cdot a^3 + (-a^3)^2$.

【答案】 $2a^5 + a^6$

【解析】

【分析】 本题考查整式的乘法和幂的运算性质，包括同底数幂的乘法和幂的乘方，根据同底数幂的乘法法则计算前一部分，根据幂的乘方法则计算后一部分即可.

【详解】 解： $2a^2 \cdot a^3 + (-a^3)^2$

$$= 2a^5 + a^6$$

20. 计算: $(1+x^{-1})\div[(x^2-1)\cdot x^{-1}]$.

【答案】 $\frac{1}{x-1}$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂和分式混合运算，掌握相关知识是解题的关键.

将负指数化为分式，利用分式的除法和乘法运算进行化简，最后约分得到结果.

【详解】 解: $(1+x^{-1})\div[(x^2-1)\cdot x^{-1}]$
 $=\left(1+\frac{1}{x}\right)\div\left[(x^2-1)\cdot\frac{1}{x}\right]$
 $=\frac{x+1}{x}\div\frac{x^2-1}{x}$
 $=\frac{x+1}{x}\times\frac{x}{(x+1)(x-1)}$
 $=\frac{1}{x-1}$

21. 因式分解: $1+2xy-x^2-y^2$.

【答案】 $(1+x-y)(1-x+y)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，通过分组后利用完全平方公式和平方差公式进行分解.

【详解】 解: $1+2xy-x^2-y^2$
 $=1-(x^2+y^2-2xy)$
 $=1-(x-y)^2$
 $=(1+x-y)(1-x+y)$.

故答案为 $(1+x-y)(1-x+y)$.

22. 解方程: $\frac{2}{x-3}-\frac{3}{x}=\frac{6}{x^2-3x}$.

【答案】 无解

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程的步骤，注意解分式方程必须检验.

先方程两边同时乘以公分母 $x(x-3)$ ，将分式方程转化为整式方程求解，然后检验解是否使分母为零.

【详解】解： $\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x} = \frac{6}{x^2-3x}$

方程两边同乘公分母 $x(x-3)$ ，得：

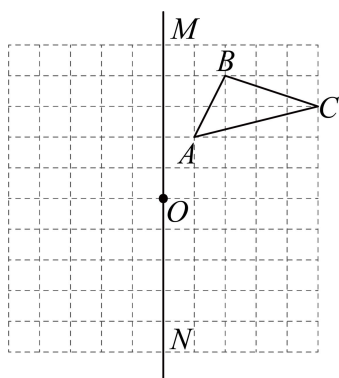
$$2x - 3(x-3) = 6$$

解得： $x = 3$

检验：当 $x = 3$ 时，公分母 $x(x-3) = 0$ ，因此 $x = 3$ 是增根，舍去，

$\therefore$ 原方程无解

23. 如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，已知三角形 ABC 的顶点都在格点上.



- (1) 请画出三角形 ABC 关于点 O 成中心对称的图形三角形 $A_1B_1C_1$ ；
- (2) 请画出三角形 ABC 关于直线 MN 成轴对称的图形三角形 $A_2B_2C_2$ ；
- (3) 在第 (1) (2) 小题的基础上，连接 C_1C_2 和 A_1A_2 ，四边形 $C_1C_2A_2A_1$ 的面积为____. (直接写出答案)

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) 20

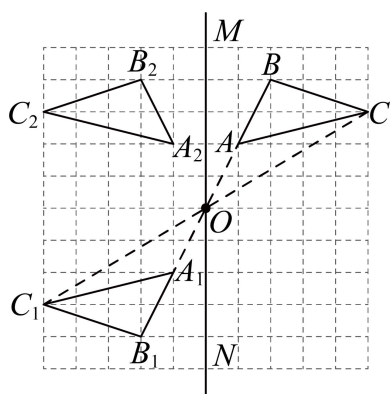
【解析】

【分析】 本题主要考查了轴对称变换和旋转变换作图，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

- (1) 依据中心对称的性质，即可得到 $A_1B_1C_1$.
- (2) 依据轴对称的性质，即可得到 $A_2B_2C_2$.
- (3) 根据梯形面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

解： 如图， $A_1B_1C_1$ 即为所求；



【小问 2 详解】

解：如图， $A_2B_2C_2$ 即为所求；

【小问 3 详解】

解：根据题意得，四边形 $C_1C_2A_2A_1$ 是梯形，

所以，四边形 $C_1C_2A_2A_1$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times (4+6) \times 4 = 20$ 。

故答案为：20.

24. 先化简分式： $\left(x+3-\frac{7}{x-3}\right) \div \frac{2x^2-8x}{x-3}$ ，再从 $-3, 0, 3, 4$ 中选择你认为合适的 x 值，代入求值.

【答案】 $\frac{x+4}{2x}$ ； $x=-3$ 时，原式 $= -\frac{1}{6}$ 。

【解析】

【分析】 本题考查了分式化简求值.，解题的关键是熟练掌握运算法则.

根据分式的运算法则进行化简，再选择使分式有意义的值代入.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解：原式} &= \frac{x^2-16}{x-3} \div \frac{2x^2-8x}{x-3} \\ &= \frac{(x-4)(x+4)}{x-3} \cdot \frac{x-3}{2x(x-4)} \\ &= \frac{x+4}{2x} \end{aligned}$$

$\therefore x \neq 0, 3, 4$,

$$\therefore \text{当 } x = -3 \text{ 时，原式} = \frac{-3+4}{2 \times (-3)} = -\frac{1}{6}.$$

25. 某班组织学生从学校出发到科技馆参观. 部分学生骑自行车先出发 20min 后，其余学生乘坐公交车前往，结果同时到达. 已知学校到科技馆的路程是 8km，如果公交车的平均速度是自行车平均速度的 2 倍，

那么自行车和公交车的平均速度各是多少？

【答案】自行车的平均速度是12km/h，公交车的平均速度是24km/h

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的实际应用，设自行车的平均速度为 $x\text{km/h}$ ，则公交车的平均速度为 $2x\text{km/h}$ ，根据题意找出等量关系“自行车的行驶时间－公交车的行驶时间＝20分钟”，列出方程求解即可.

【详解】解：20分钟＝ $\frac{1}{3}$ 小时，

设自行车的平均速度为 $x\text{km/h}$ ，则公交车的平均速度为 $2x\text{km/h}$ ，

$$\frac{8}{x} - \frac{8}{2x} = \frac{1}{3},$$

解得： $x=12$ ，

经检验， $x=12$ 是原分式方程的解.

$$\therefore 2x=24,$$

答：自行车的平均速度是12km/h，公交车的平均速度是24km/h.

26. 请仔细阅读以下学习任务卡，并完成相应的任务.

多项式除以多项式

我们学习过多项式乘多项式，根据法则，可知 $(x+2)(2x+1)=\textcircled{1}$ ，那么再根据除法是乘法的逆运算，可得 $(2x^2+5x+2)\div(2x+1)=\textcircled{2}$ ，这就是多项式除以多项式.

两个多项式相除，可以先把这两个多项式都按照同一字母降幂排列，然后再仿照两个多位数相除的计算方法，用竖式进行计算.

例如 $(x^2+9x+20)\div(x+4)$ ，可仿照 $2835\div 27$ 用竖式计算（如图）.

$\begin{array}{r} 105 \\ 27 \overline{) 2835} \\ \underline{27} \\ 135 \\ \underline{135} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} x+5 \\ x+4 \overline{) x^2+9x+20} \\ \underline{x^2+4x} \\ 5x+20 \\ \underline{5x+20} \\ 0 \end{array}$
--	--

因此，多项式除以多项式可借助竖式进行计算.

(1) 任务一：补全材料中的两个空①：_____，②：_____.

(2) 任务二：仿照例子的做法计算：

$$\textcircled{1} (x^2 + 2x + 1) \div (x + 1) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{2} (2x^2 + 3x + 1) \div (x + 1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3) 任务三: 若 $(2x^3 + 8x^2 + 8x - m) \div (2x + 6)$ 的商为整式, 求 m 的值和商式 (请列出竖式并回答).

【答案】 (1) $2x^2 + 5x + 2$; $x + 2$

(2) ① $x + 1$; ② $2x + 1$

(3) $m = -6$, 商式为 $x^2 + x + 1$, 竖式见解析

【解析】

【分析】 本题考查了多项式除以多项式、多项式乘多项式, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 根据多项式乘多项式法则得 $(x + 2)(2x + 1) = 2x^2 + 5x + 2$, 则 $2x^2 + 5x + 2 = (x + 2)(2x + 1)$, 即可作答.

(2) ①模仿题干的竖式计算过程作答即可; ②模仿题干的竖式计算过程作答即可;

(3) 模仿题干的竖式计算过程作答即可;

【小问 1 详解】

解: $(x + 2)(2x + 1) = 2x^2 + x + 4x + 2 = 2x^2 + 5x + 2$;

$$(2x^2 + 5x + 2) \div (2x + 1) = x + 2,$$

故答案为: $2x^2 + 5x + 2$; $x + 2$;

【小问 2 详解】

解: ①如图所示:

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+1 \overline{) x^2+2x+1} \\ \underline{x^2+ x} \\ x+1 \\ \underline{x+1} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore (x^2 + 2x + 1) \div (x + 1) = x + 1;$$

故答案为: $x + 1$;

②如图所示:

$$\begin{array}{r}
 2x+1 \\
 x+1 \overline{) 2x^2+3x+1} \\
 \underline{2x^2+2x} \\
 x+1 \\
 \underline{x+1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\therefore (2x^2 + 3x + 1) \div (x + 1) = 2x + 1,$$

故答案为： $2x + 1$ ；

【小问 3 详解】

如图所示：

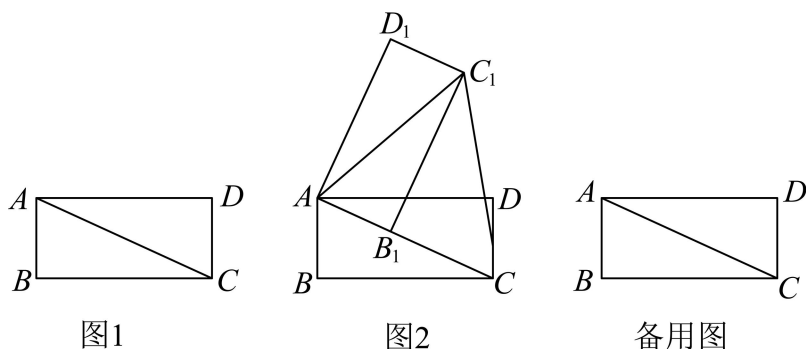
$$\begin{array}{r}
 x^2+x+1 \\
 2x+6 \overline{) 2x^3+8x^2+8x-m} \\
 \underline{2x^3+6x^2} \\
 2x^2+8x \\
 \underline{2x^2+6x} \\
 2x-m \\
 \underline{2x+6} \\
 0
 \end{array}$$

$\therefore (2x^3 + 8x^2 + 8x - m) \div (2x + 6)$ 的商为整式，且结合上图的竖式过程，

$$\therefore -m = 6, \text{ 即 } m = -6,$$

$$\therefore \text{此时 } (2x^3 + 8x^2 + 8x + 6) \div (2x + 6) = x^2 + x + 1.$$

27. 某学校数学兴趣小组的成员李同学在学习了图形的旋转这节课后，探索了一个新的问题：新定义：把长方形 $ABCD$ 绕着一个顶点旋转，使一边落在对角线上，把这样的旋转称为“对角旋转”，这个旋转角称为“对角旋转角”，如图 1，在长方形 $ABCD$ 中， $AB < AD$ ， AC 是对角线。



(1) 如图 2，把长方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针作“对角旋转”，使边 AB 落在对角线 AC 上，此时点 B 的对应点为点 B_1 ，点 C 的对应点为点 C_1 ，点 D 的对应点为点 D_1 ，连接 AC_1 ，如果 $\angle CAD$ 度数为 α ，则“对

角旋转角”的度数=_____ (用含有 a 的代数式表示);

(2) 在 (1) 的条件下, 如果 $\angle C_1AD = 50^\circ$, 那么再把长方形 $ABCD$ 绕点 A 顺时针作“对角旋转”, 使边 AD 落在对角线 AC 上, 点 B 的对应点为点 B_2 , 点 C 的对应点为点 C_2 , 点 D 的对应点为点 D_2 , 连接 AC_2 , 则 $\angle C_2AD =$ _____;

(3) 在长方形 $ABCD$ 中, $BC = 2AB + 4$, 在第 (1) (2) 小题的基础上经“对角旋转”后, 点 C 的对应点分别为点 C_1 和点 C_2 , 连接 CC_2 , 三角形 ACC_1 面积为 312, 三角形 ACC_2 面积为 130, 请求出此时长方形 $ABCD$ 的面积.

【答案】(1) $90^\circ - a$

(2) 40°

(3) 240

【解析】

【分析】本题考查了旋转的性质和定义以及三角形的面积公式, 掌握其相关知识是解题的关键.

(1) 根据对角旋转角的定义解答即可;

(2) 根据旋转的性质和角的关系解答即可;

(3) 根据三角形的面积公式和关系得出 AB 与 BC 的关系, 进而解答即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意可知: “对角旋转角”为 $\angle BAC$, $\angle BAC + \angle CAD = 90^\circ$,

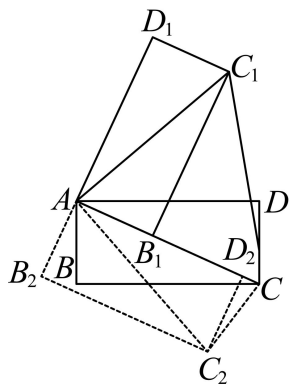
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - a,$$

$$\therefore \text{对角旋转角为: } 90^\circ - a,$$

故答案为: $90^\circ - a$;

【小问 2 详解】

解: 如图,



$$\therefore \angle C_1AD = 50^\circ,$$

由旋转可知, $\angle DAC = \angle D_1AC_1$,

$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle C_1AD + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle DAC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore 2\angle DAC = 40^\circ,$$

由旋转可知, $\angle DAC = \angle D_2AC_2$,

$$\therefore \angle D_2AC_2 + \angle DAC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle C_2AD = \angle C_2AD_2 + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle C_2AD = 40^\circ,$$

故答案为: 40° ;

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because S_{\triangle ACC_1} = \frac{1}{2} AC \cdot B_1C_1 = 312, \quad S_{\triangle ACC_2} = \frac{1}{2} AC \cdot D_2C_2 = 130,$$

$$\therefore B_1C_1 = AD = BC, \quad D_2C_2 = AB = CD, \quad BC = 2AB + 4,$$

$$\therefore AB = \frac{BC-4}{2}, \quad 312 = \frac{1}{2} AC \cdot AD = \frac{1}{2} AC \cdot BC, \quad \frac{1}{2} AC \cdot D_2C_2 = \frac{1}{2} AC \cdot AB = 130,$$

$$\therefore \frac{312}{130} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BC}{\frac{1}{2} AC \cdot AB},$$

$$\therefore 130BC = 312AB, \quad \text{即 } BC = 2.4AB,$$

$$\therefore AB = \frac{BC-4}{2},$$

$$\therefore BC = \frac{BC-4}{2} \times 2.4,$$

$$\therefore AB = 10, \quad BC = 24,$$

$$\therefore S_{\text{长方形}ABCD} = AB \cdot BC = 10 \times 24 = 240.$$