

2025 学年第一学期七年级数学期末自适应练习

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 单项式 $-\frac{a^2b^3}{2}$ 的系数是 ()

- A. -1 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】该题考查了单项式的系数, 单项式的系数是指数字部分, 包括符号.

【详解】解: 单项式 $-\frac{a^2b^3}{2}$ 的系数是 $-\frac{1}{2}$,

故选: D.

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $b^3 + b^2 = b^5$ B. $2b^3 \div b^2 = 2b$
C. $b \div \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = b$ D. $(-2b^2)^3 = -6b^6$

【答案】B

【解析】

【分析】该题考查了合并同类项、单项式除以单项式、积的乘方、分式乘除法, 根据相关运算法则逐项验证运算即可.

【详解】解: A: $\because b^3 + b^2$ 中没有同类项, 不能合并, $\therefore$ 原运算错误.

B: $\because 2b^3 \div b^2 = 2b^{3-2} = 2b$, $\therefore$ 原运算正确.

C: $\because b \div \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = b \times \frac{b}{a} \times \frac{b}{a} = \frac{b^3}{a^2} \neq b$, $\therefore$ 原运算错误.

D: $\because (-2b^2)^3 = (-2)^3 \cdot (b^2)^3 = -8b^6 \neq -6b^6$, $\therefore$ 原运算错误.

故选: B.

3. 下列等式中, 从左往右的变形是因式分解的是 ()

- A. $2x - 8 = 2(x - 4)$ B. $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

C. $x^2 - x - 6 = x(x-1) - 6$

D. $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的定义，因式分解是将多项式化为几个整式的乘积的形式.

选项 B 是整式乘法；选项 C 右边不是乘积；选项 A 右边是乘积，但 2 是常数，不视为因式分解；选项 D 右边是乘积，是因式分解.

【详解】解：因式分解要求右边是整式的乘积，

对于 A，右边是 $2(x-4)$ ，但 2 是常数，不视为因式；

对于 B，右边是多项式，不是乘积；

对于 C，右边是差的形式，不是乘积；

对于 D，右边是 $(x+2y)(x-2y)$ ，是整式的乘积，是因式分解；

故选：D.

4. 下列方程中，是分式方程的是（ ）

① $\frac{x-2}{x} = 3$ ； ② $\frac{x-2}{3} = x$ ； ③ $\frac{x-3}{3} = \frac{2(x+1)}{5}$ ； ④ $x-5 = \frac{1}{x}$

A. ①④

B. ①③

C. ②③

D. ①②③④

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的定义，根据分式方程的定义是分母中含有未知数的方程，据此逐一判断各方程是否符合条件.

【详解】解：∵ 方程① $\frac{x-2}{x} = 3$ 的分母 x 含有未知数，

∴ ①是分式方程；

∵ 方程② $\frac{x-2}{3} = x$ 的分母 3 是常数，

∴ ②不是分式方程；

∵ 方程③ $\frac{x-3}{3} = \frac{2(x+1)}{5}$ 的分母 3 5 都是常数，

∴ ③不是分式方程；

∵ 方程④ $x-5 = \frac{1}{x}$ 的分母 x 含有未知数，

∴ ④是分式方程.

∴ 是分式方程的是①④,

故选: A.

5. 下列式子从左往右的变形, 错误的是 ()

A. $\frac{1}{a} = \frac{a^2+1}{a(a^2+1)}$

B. $\frac{1}{a} = \frac{2}{2a}$

C. $\frac{1}{a} = \frac{a+1}{a(a+1)}$

D. $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查分式的基本性质, 即分式的分子与分母同时乘或除以同一个不为零的整式, 分式的值不变.

选项 C 中, 当 $a = -1$ 时, 分母为零, 分式无意义, 因此变形错误, 其他变形均正确.

【详解】 解: 选项 A: $\frac{1}{a} = \frac{a^2+1}{a(a^2+1)}$, 符合分式的基本性质, 变形正确;

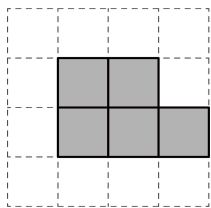
选项 B: $\frac{1}{a} = \frac{2}{2a}$, 符合分式的基本性质, 变形正确;

选项 C: 当 $a = -1$ 时, 右边分母 $a(a+1) = 0$, 无意义, 变形错误;

选项 D: $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2}$, 符合分式的基本性质, 变形正确;

故选: C.

6. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 选择一个空白小正方形涂黑, 所得黑色图案是轴对称图形的情况有 ()



A. 2 种

B. 3 种

C. 4 种

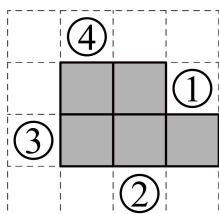
D. 5 种

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了轴对称图形的设计, 如果一个平面图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形就叫做轴对称图形, 据此设计图形即可.

【详解】 解: 如图所示, 将①②③④这四个位置的小正方形选择涂黑一个, 所得黑色图案是轴对称图形,



故选：C.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 计算: $x^2 \cdot x^3 =$ _____.

【答案】 x^5

【解析】

【分析】 该题考查了同底数幂的乘法, 根据同底数幂的乘法法则, 底数不变, 指数相加, 计算即可.

【详解】 解: $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$.

故答案为: x^5 .

8. 将整式 $3 - x^2y^3 + 2x^3y^2 + x$ 按字母 x 降幂排列是_____.

【答案】 $2x^3y^2 - x^2y^3 + x + 3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了降幂排列多项式, 按字母 x 的指数从高到低排列即可.

【详解】 解: 整式 $3 - x^2y^3 + 2x^3y^2 + x$ 按 x 降幂排列为 $2x^3y^2 - x^2y^3 + x + 3$.

故答案为: $2x^3y^2 - x^2y^3 + x + 3$.

9. 如果分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了分式有意义的条件, 解题的关键是掌握分式分母不为 0.

【详解】 解: $x - 2 \neq 0$,

解得: $x \neq 2$,

故答案为: $x \neq 2$.

10. 计算: $(8a^3b - a^2b^3) \div 2ab =$ _____.

【答案】 $4a^2 - \frac{1}{2}ab^2$

【解析】

【分析】 本题考查多项式除以单项式的运算，根据运算法则，将多项式的每一项分别除以单项式，再结合单项式除以单项式的法则计算.

【详解】 解： $(8a^3b - a^2b^3) \div 2ab$
 $= 8a^3b \div 2ab - a^2b^3 \div 2ab$
 $= 4a^2 - \frac{1}{2}ab^2,$
故答案为： $4a^2 - \frac{1}{2}ab^2$.

11. 因式分解： $2(a-1)^2 - a + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(a-1)(2a-3)$

【解析】

【分析】 该题考查了因式分解，运用提公因式法分解因式，通过变形后提取公因式 $(a-1)$ 即可.

【详解】 解： $2(a-1)^2 - a + 1$
 $= 2(a-1)^2 - (a-1)$
 $= (a-1)[2(a-1) - 1]$
 $= (a-1)(2a-3).$

故答案为： $(a-1)(2a-3)$.

12. 如果 $(a+b+c) \cdot (\quad) = c^2 - (a+b)^2$ ，那么括号内的整式是_____.

【答案】 $c-a-b$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用.

将右边因式分解后判断即可.

【详解】 解： $c^2 - (a+b)^2 = [c + (a+b)][c - (a+b)] = (c+a+b)(c-a-b),$
可知括号内的整式是 $c-a-b$.
故答案为： $c-a-b$.

13. 将代数式 $5xy(x+y)^{-3}$ 表示成只含有正整数指数幂的形式是_____.

【答案】 $\frac{5xy}{(x+y)^3}$

【解析】

【分析】 本题考查负整数指数幂的转化.

利用负整数指数幂法则 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (其中 $a \neq 0$) 将表达式化为只含正整数指数幂的形式即可.

【详解】 解: $5xy(x+y)^{-3} = 5xy \cdot \frac{1}{(x+y)^3} = \frac{5xy}{(x+y)^3}$.

故答案为: $\frac{5xy}{(x+y)^3}$.

14. 如果关于 x 的方程 $\frac{3x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$ 无解, 那么 m 的值是_____.

【答案】 9

【解析】

【分析】 该题考查了分式方程无解问题, 将分式方程去分母化为整式方程, 根据分式方程无解的条件, 即解为增根 (使分母为零), 求解 m 的值.

【详解】 解: $\frac{3x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$,

方程两边同乘 $x-3$, 得 $3x - 2(x-3) = m$,

化简得 $x + 6 = m$,

即 $x = m - 6$.

$\therefore$ 原方程无解,

$\therefore x = m - 6$ 应为增根, 即 $x = 3$,

$\therefore m - 6 = 3$,

解得 $m = 9$.

故答案为: 9.

15. 化简: $x^2y^2(x^{-1} - y^{-1}) =$ _____.

【答案】 $xy^2 - x^2y$

【解析】

【分析】 本题考查分式的混合运算, 利用负指数的意义将表达式转化为分式形式, 再通过通分和乘法分配

律进行化简.

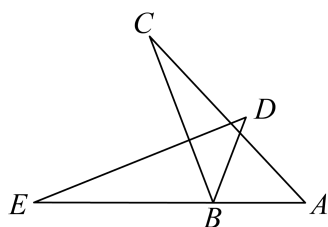
【详解】解：原式 $= x^2 y^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$

$$= x^2 y^2 \cdot \frac{1}{x} - x^2 y^2 \cdot \frac{1}{y}$$

$$= xy^2 - x^2 y;$$

故答案为 $xy^2 - x^2 y$.

16. 如图, 将三角形 ABC 绕点 B 逆时针旋转 70° 得到三角形 DBE , 如果点 C 恰好落在 AB 延长线上的点 E 处, 那么 $\angle CBD =$ _____ $^\circ$.



【答案】40

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的性质, 根据旋转的性质可得 $\angle ABD = \angle CBE = 70^\circ$, 再由平角的定义可得答案.

【详解】解: 由旋转的性质可得 $\angle ABD = \angle CBE = 70^\circ$,

$\because$ 点 C 恰好落在 AB 延长线上的点 E 处,

$$\therefore \angle CBE + \angle CBD + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = 40^\circ,$$

故答案为: 40.

17. 如图 1, 是直角边长分别为 $a, b (a > b)$ 的直角三角形, 用这样 4 个形状、大小完全相同的直角三角形分别拼成了如图 2、图 3 的正方形, 已知正方形 $ABCD$ 的面积为 125, 正方形 $EFGH$ 的面积是 5, 那么图 1 中直角三角形的面积是_____.

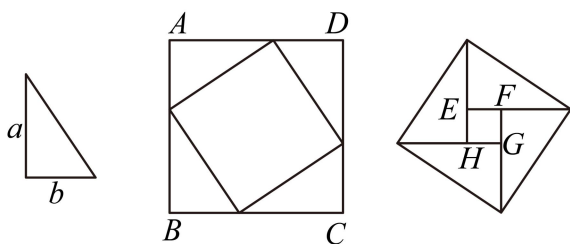


图1

图2

图3

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的几何应用，根据正方形 $ABCD$ 的面积为 125，正方形 $EFGH$ 的面积是 5，得 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 125$ ， $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 5$ ，即可求出 ab 的值，再根据图 1 中直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}ab$ 即可求解.

【详解】 解： $\because$ 正方形 $ABCD$ 的面积为 125，

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 125,$$

$\because$ 正方形 $EFGH$ 的面积是 5，

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 5,$$

$$\therefore (a+b)^2 - (a-b)^2 = 120,$$

$$\therefore 4ab = 120,$$

$$\therefore ab = 30,$$

$$\therefore \text{图 1 中直角三角形的面积是 } \frac{1}{2}ab = 15.$$

故答案为： 15.

18. 邻边不相等的长方形纸片，剪去一个正方形，余下一个四边形，称为第 1 次操作，在余下的四边形纸片中再剪去一个正方形，又余下一个四边形，称为第 2 次操作……，依此类推，如果第 n 次操作余下的四边形是正方形，那么称原长方形为 n 阶方形，如图 1，邻边长分别为 1 和 2 的长方形是 1 阶方形；如图 2，邻边长分别是 2 和 3 的长方形是 2 阶方形，已知一个邻边长分别为 1 和 $a(a>1)$ 的长方形是 3 阶方形，按图 3 裁剪，可得 $a=4$ ，那么满足条件的其它 a 的值是_____.

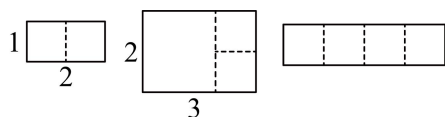


图1

图2

图3

【答案】 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次方程的应用，图形类的规律探索，根据题意可得 3 阶方形需要操作 3 次后剩余的图形为正方形，据此画出图形求解即可.

【详解】 解：当按图 4 裁剪时，则 $a = 1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$;

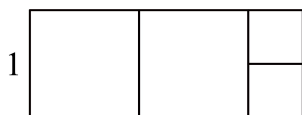


图4

当按图 5 裁剪时，则 $\frac{a-1}{2} + a - 1 = 1$ ，解得 $a = \frac{5}{3}$;

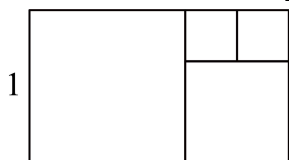


图5

当按图 6 裁剪时，则 $a = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$;

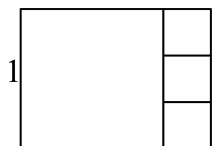


图6

综上所述，满足条件的其它 a 的值是 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{5}{2}$,

故答案为: $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{5}{2}$.

三、解答题 (本大题共 9 题, 满分 52 分)

19. 计算: $a^3 \cdot a^5 - (-2a^2)^4 + (-a)^8$.

【答案】 $-14a^8$

【解析】

【分析】 本题主要考查了幂的混合运算，先计算同底数幂乘法和积的乘方，再合并同类项即可得到答案.

【详解】 解: $a^3 \cdot a^5 - (-2a^2)^4 + (-a)^8$

$$= a^8 - 16a^8 + a^8$$

$$= -14a^8.$$

20. 计算: $(x-3y)^2 - (3x+y)(x-2y) + xy$.

【答案】 $-2x^2 + 11y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算, 熟练掌握完全平方公式与多项式乘法法则是解题的关键.
先用完全平方公式, 多项式乘以多项式计算, 再合并同类项即可.

【详解】 解: $(x-3y)^2 - (3x+y)(x-2y) + xy$
 $= x^2 - 6xy + 9y^2 - 3x^2 + 5xy + 2y^2 + xy$
 $= -2x^2 + 11y^2$

21. 因式分解: $x^2 + 2x^2y - 9 - 18y$.

【答案】 $(1+2y)(x+3)(x-3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解, 先分组, 再提取公因式 $(1+2y)$, 最后利用平方差公式进行因式分解即可.

【详解】 解: $x^2 + 2x^2y - 9 - 18y$
 $= x^2(1+2y) - 9(1+2y)$
 $= (1+2y)(x^2 - 9)$
 $= (1+2y)(x+3)(x-3).$

22. 以下是某同学计算 $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$ 的过程:

计算: $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$
 解: 原式 $= \frac{2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} \text{ ①}$
 $= 2 - (x+1) \text{ ②}$

$$=1-x \text{ ③}$$

老师在批改这道题时，发现了其中的解题错误.

(1) 请你指出：上述解题过程，从第_____步开始出现错误（填入表示解题步骤的序号①②③即可）

(2) 请写出你认为正确的解题过程.

【答案】(1) ② (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查的是分式的化简，熟练掌握分式的加减计算法则是解题的关键.

(1) 计算过程是从第②步开始出现错误的；

(2) 根据异分母分式的加减运算法则写出正确的化简过程即可.

【小问 1 详解】

解：计算过程是从第②步开始出现错误的.

故答案为：②.

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解：} & \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \\ &= \frac{2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{2-(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1-x}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{1}{x+1}.\end{aligned}$$

$$23. \text{ 解方程：} \frac{x+1}{4x^2-1} = \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1}.$$

【答案】 $x=6$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解分式方程，先把原方程去分母化为整式方程，再解方程并检验即可得到答案.

$$\text{【详解】 解：} \frac{x+1}{4x^2-1} = \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1},$$

方程两边同时乘以 $(2x+1)(2x-1)$ 得 $x+1=3(2x-1)-2(2x+1)$,

去括号得 $x+1=6x-3-4x-2$,

解得 $x = 6$,

检验, 当 $x = 6$ 时, $(2x+1)(2x-1) \neq 0$,

$\therefore x = 6$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解是 $x = 6$.

24. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - xy - 2y^2}{x^2 - 2xy} \div \left(x + \frac{2xy + y^2}{x}\right)$, 其中 $x = 3^0, y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

【答案】 $\frac{1}{x+y}, \frac{1}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值, 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再根据

$x = 3^0, y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 得 $x = 1, y = 4$, 代入求值即可.

【详解】 解:
$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - xy - 2y^2}{x^2 - 2xy} \div \left(x + \frac{2xy + y^2}{x}\right) \\ &= \frac{(x-2y)(x+y)}{x(x-2y)} \div \frac{(x+y)^2}{x} \\ &= \frac{(x-2y)(x+y)}{x(x-2y)} \cdot \frac{x}{(x+y)^2} \\ &= \frac{1}{x+y}, \end{aligned}$$

$$\because x = 3^0, y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2},$$

$$\therefore x = 1, y = 4,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}.$$

25. 以基本(单位)纹样(图案)为基础, 根据一定的变换方式(如: 平移、旋转、轴对称等)重复排列所构成的不间断图案称为连续纹样.



如意纹



柿蒂纹



梅花纹



回字纹

(1) 下列单位纹样中既是轴对称图形又是中心对称图形的纹样是_____.

(2) 已知图 2 的二方连续纹样是由图 1 的一个单位纹样连续排列形成的, 那么这个单位纹样的变换方式是_____和_____.



图1



图2

(3) 如图 3, 在网格中有一个单位纹样, 将这个单位纹样通过两种变换方式排列, 形成一个二方连续纹样. (使得整个网格有四个单位纹样)



图3

【答案】(1) 柿蒂纹 (2) 轴对称; 平移

(3) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查图形的平移, 轴对称图形和中心对称图形的定义, 熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义是解题的关键,

(1) 根据轴对称图形和中心对称图形的定义逐一判断即可得到答案;

(2) 根据“连续纹样”的定义并结合图 1 和图 2 可得到答案;

(3) 根据 (2) 中的图形的变换规律即画出图形.

【小问 1 详解】

解: 如意纹: 是轴对称图形, 不是中心对称图形;

柿蒂纹: 是轴对称图形, 也是中心对称图形;

梅花纹: 是轴对称图形;

回字纹: 是中心对称图形;

故答案为: 柿蒂纹.

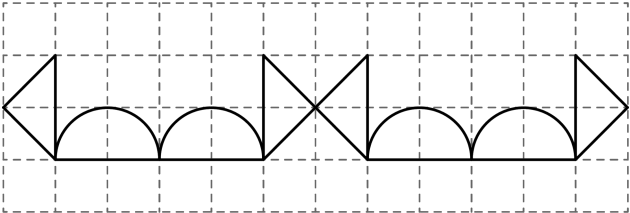
【小问 2 详解】

解: 由图可得: 图 1 变换到图 2 的过程为:

第一单位图先轴对称得到第二单位图，再将第一单位和第二单位图整个平移，
故答案为：轴对称；平移.

【小问 3 详解】

解：由（2）的规律可得图，如下：



26. 某地准备修建一条长 30 千米的公路，该工程将由甲工程队或乙工程队单独完成，甲工程队每天比乙工程队多修路 1 千米，设乙工程队每天修路 x 千米.

(1) 请用含 x 的代数式填表：

工程队	甲	乙
单独完成所需天数（天）		

(2) 已知甲、乙两工程队每天的修路费用分别为 1 万元、0.8 万元，如果甲和乙单独完成这项工程所需费用相同，求乙工程队单独完成这项工程所需的天数.

【答案】(1) 见解析 (2) 乙的天数是 $\frac{15}{2}$ 天

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的实际应用，列代数式，正确理解题意是解题的关键.

- (1) 根据工作时间等于工作总量除以工作效率列式求解即可；
(2) 根据（1）所求结合甲和乙单独完成这项工程所需费用相同建立方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：设乙工程队每天修路 x 千米，则甲工程队每天修路 $(x+1)$ 千米，

∵要修的公路全长 30 千米，

∴甲工程队单独完成所需天数为 $\frac{30}{x+1}$ 天，乙工程队单独完成所需天数为 $\frac{30}{x}$ 天，

填表如下：

工程队	甲	乙
单独完成所需天数（天）	$\frac{30}{x+1}$	$\frac{30}{x}$

【小问 2 详解】

解：由题意得， $\frac{30}{x+1} \times 1 = \frac{30}{x} \times 0.8$,

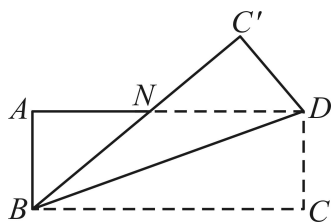
解得 $x = 4$,

经检验， $x = 4$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore$ 乙的天数是 $30 \div 4 = \frac{15}{2}$ 天，

答：乙的天数是 $\frac{15}{2}$ 天.

27. 美术课上我们经常利用长方形的卡纸玩折纸游戏. 如图，将长方形卡纸 $ABCD$ ($AB < AD$) 沿折痕 BD 折叠，点 C 落在了点 C' 处， BC' 交 AD 于点 N .



(1) 如果 $\angle CBD = 20^\circ$ ，那么 $\angle ABC' =$ _____ $^\circ$;

(2) 点 E 为线段 AN 上一点，将三角形 ABE 沿 BE 折叠，点 A 恰好落在 BD 上的点 A_1 处，如果 $\angle CBD = \alpha$ ，请用 α 的代数式表示 $\angle CBE$ ；

(3) 将三角形 ABN 沿 BN 折叠，点 A 落在点 A_2 处，当 $\angle DBA_2 = 9^\circ$ 时，求出 $\angle CBD$ 的度数.

【答案】(1) 50 (2) $45^\circ + \frac{1}{2}\alpha$

(3) 27° 或 33°

【解析】

【分析】本题考查了翻折变换（折叠问题），熟练掌握折叠的性质是解题的关键.

- (1) 根据折叠的性质和矩形的性质即可得到结论；
- (2) 根据折叠的性质和矩形的性质即可得到结论；
- (3) 根据折叠的性质和矩形的性质即可得到结论

【小问 1 详解】

解： $\because \angle CBD = 20^\circ$,

$\therefore$ 由折叠可得 $\angle C'BD = \angle CBD = 20^\circ$,

$\therefore \angle ABC' = 90^\circ - \angle C'BD - \angle CBD = 90^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 50^\circ$,

故答案为：50；

【小问 2 详解】

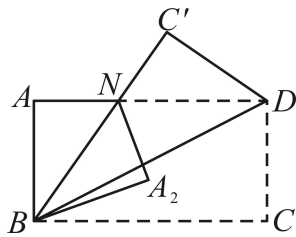
解： 因为 $\angle CBD = a$,

所以 $\angle ABE = \angle A_1BE = \frac{90^\circ - a}{2}$,

所以 $\angle CBE = 90^\circ - \frac{90^\circ - a}{2} = 45^\circ + \frac{1}{2}a$;

【小问 3 详解】

解： ①点 A_2 在 BD 下方时,



设 $\angle C'BD = \angle CBD = x$,

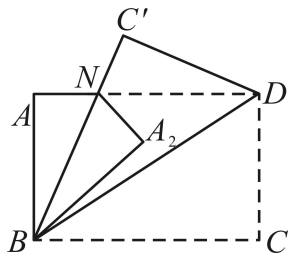
那么 $\angle ABN = \angle A_2BN = 90^\circ - 2x$,

$$x = 90^\circ - 2x - 9^\circ$$

$$x = 27^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = 27^\circ;$$

②点 A_2 在 BD 上方时,



设 $\angle C'BD = \angle CBD = x$,

那么 $\angle ABN = \angle A_2BN = 90^\circ - 2x$,

$$x = 90^\circ - 2x + 9^\circ,$$

$$x = 33^\circ$$

$$\therefore \angle CBD = 33^\circ,$$

综上所述, $\angle CBD = 27^\circ$ 或 33° .