

2025 学年第一学期七年级数学学科期终质量监测试卷

(满分：100 分 完成时间：90 分钟)

一、填空题 (本大题共 13 题, 每题 2 分, 共 26 分)

1. 单项式 $-\frac{x^2y}{3}$ 的系数是_____.

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式系数的定义, 单项式中数字因数叫做单项式的系数, 据此可得答案.

【详解】 解: 单项式 $-\frac{x^2y}{3}$ 的系数是 $-\frac{1}{3}$,

故答案为: $-\frac{1}{3}$.

2. 化简: $2xy - xy =$ _____.

【答案】 xy

【解析】

【分析】 此题考查了合并同类项. 根据合并同类项法则, 直接计算即可.

【详解】 解: $2xy - xy = xy$

故答案为: xy .

3. 计算: $x^3 \cdot (-x^2) =$ _____.

【答案】 $-x^5$

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法, 掌握同底数幂的乘法法则是解答本题的关键. 根据同底数幂的乘法法则“同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加”求解即可.

【详解】 解: $x^3 \cdot (-x^2) = -x^{3+2} = -x^5$.

故答案为: $-x^5$.

4. 计算: $(x+2)(x-1) =$ _____.

【答案】 $x^2 + x - 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式乘法运算，掌握整式的乘法运算法则成为解题的关键，运用多项式乘多项式计算即可.

【详解】 解： $(x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$,

故答案为： $x^2 + x - 2$.

5. 计算： $(20xy^2 - 5x) \div 5x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $4y^2 - 1$

【解析】

【分析】 本题考查多项式除以单项式的运算，掌握相关运算法则是解题的关键.
根据运算法则，用多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的商相加即可.

【详解】 解： $(20xy^2 - 5x) \div 5x$

$$= 20xy^2 \div 5x - 5x \div 5x$$

$$= 4y^2 - 1$$

故答案为： $4y^2 - 1$.

6. 因式分解： $-9 + 25x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(5x+3)(5x-3)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，掌握公式法进行因式分解是解题的关键.
观察表达式，发现其为平方差形式，利用平方差公式进行因式分解.

【详解】 解： 原式 $= -9 + 25x^2 = 25x^2 - 9 = (5x)^2 - 3^2 = (5x-3)(5x+3)$,

故答案为： $(5x-3)(5x+3)$.

7. 如果分式 $\frac{2-x}{2x+3}$ 有意义，那么 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x \neq -\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查分式有意义的条件，根据分式有意义的条件是分母不为零进行解答即可.

【详解】解：分式有意义的条件是分母不为零，故 $2x+3 \neq 0$ ，

解得 $x \neq -\frac{3}{2}$ 。

故答案为： $x \neq -\frac{3}{2}$ 。

8. 若 $a+2b=3$ ，则整式 $1-2a-4b$ 的值为_____。

【答案】 -5

【解析】

【分析】本题考查了求代数式的值，掌握整体代入法求值是解题的关键。

将 $1-2a-4b$ 整理得 $1-2(a+2b)$ ，再整体代入即可求解。

【详解】解： $\because a+2b=3$ ，

$$\therefore 1-2a-4b=1-2(a+2b)=1-2 \times 3=1-6=-5,$$

故答案为： -5。

9. 若关于 x 的整式 x^2+px+5 可以在有理数范围内因式分解，则整数 p 的值是_____。

【答案】 ± 6 或 -6 或 6

【解析】

【分析】本题考查公式法的因式分解，掌握十字相乘法是解题的关键。

设因式分解形式为 $(x+a)(x+b)$ ，则 $a+b=p$ ， $ab=5$ ，由 p 为整数， a 、 b 为整数，枚举 $ab=5$ 的整数解求 p 即可。

【详解】解：因式分解形式为 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ ，

故 $a+b=p$ ， $ab=5$ ，

由于 p 为整数，且 $ab=5$ ，

则 a 、 b 为整数，

$ab=5$ 的整数解有： $a=1$ ， $b=5$ 或 $a=-1$ ， $b=-5$ 或 $a=5$ ， $b=1$ 或 $a=-5$ ， $b=-1$ ，

对应 $p=a+b$ ：

当 $a=1$ ， $b=5$ 时 $p=6$ ；

当 $a=-1$ ， $b=-5$ 时 $p=-6$ ；

当 $a=5$ ， $b=1$ 时 $p=6$ ；

当 $a = -5$, $b = -1$ 时 $p = -6$,

故整数 p 的值为 6 或 -6 ,

故答案为: ± 6 .

10. 一个分式同时满足: ①字母仅含有 x ; ②当 $x = -3$ 时, 分式的值为 0; ③当 $x = 1$ 时, 分式的值为 -2 , 这个分式可以是_____ (写出一个即可).

【答案】 $\frac{x+3}{x-3}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值为零的条件, 掌握分式的值为零的条件: 分子等于 0 且分母不等于 0 是解题的关键.

根据分式值为 0 的条件, 分子为 0 且分母不为 0, 因此分子需包含因式 $(x+3)$; 再根据分式值为 -2 的条件, 代入 $x = 1$ 建立方程求解分母.

【详解】 解: 设分式为 $\frac{a}{b}$, 其中 a 和 b 是关于 x 的多项式,

由 $x = -3$ 时分式值为 0,

得 $a = 0$ 且 $b \neq 0$,

故 a 含有因式 $(x+3)$,

令 $a = x+3$,

由 $x = 1$ 时分式值为 -2 , 得 $\frac{1+3}{b} = -2$,

即 $\frac{4}{b} = -2$, 解得 $b = -2$,

故可设 $b = x-3$,

验证当 $x = -3$ 时, $b = -3-3 = -6 \neq 0$, 满足条件,

因此分式可为 $\frac{x+3}{x-3}$.

故答案为: $\frac{x+3}{x-3}$ (答案不唯一).

11. 有下列图形: ①等边三角形; ②正方形; ③平行四边形; ④圆; ⑤等腰梯形. 其中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是_____ (填序号).

【答案】 ②④

【解析】

【分析】 本题考查了轴对称图形与中心对称图形的概念.

根据轴对称图形和中心对称图形的定义，逐一判断各图形是否同时具备两种对称性.

【详解】解：①等边三角形是轴对称图形，但不是中心对称图形；

②正方形既是轴对称图形，又是中心对称图形；

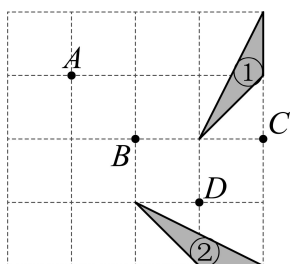
③平行四边形是中心对称图形，但不是轴对称图形；

④圆既是轴对称图形，又是中心对称图形；

⑤等腰梯形是轴对称图形，但不是中心对称图形.

故答案为：②④.

12. 如图 4×4 的正方形网格中，其中一个三角形①绕某点旋转一定的角度，得到三角形②，则图中 A, B, C, D 四个点中是其旋转中心的点是_____.

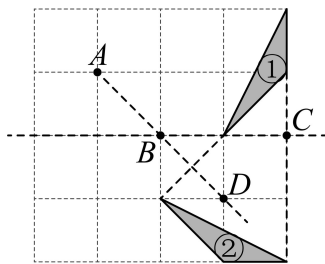


【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查旋转的性质，主要利用了旋转中心的确定，是基础题，比较简单. 根据旋转的性质，找出两组对应顶点的连线的垂直平分线，交点即为旋转中心.

【详解】 解：如图：作出三角形①和三角形②两组对应点所连线段的垂直平分线的交点 B 为旋转中心.



故答案为： B .

13. 若分式 $\frac{x-x-2}{x-1}$ 的值为整数，则所有符合条件的正整数 x 的值为_____.

【答案】 2 或 3 或 2

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值，掌握相关知识是解题的关键.

分式化简为 $\frac{-2}{x-1}$ ，值为整数时， $x-1$ 是 -2 的约数，结合 x 为正整数且分母不为零，求解即可.

【详解】解：分式 $\frac{x-x-2}{x-1} = \frac{-2}{x-1}$,

要使分式的值为整数，则 $\frac{-2}{x-1}$ 为整数，即 $x-1$ 是 -2 的约数，

-2 的约数为 ± 1 和 ± 2 ,

所以 $x-1=-2$ 或 $x-1=2$ 或 $x-1=-1$ 或 $x-1=1$,

解得 $x=-1$ 或 $x=3$ 或 $x=0$ 或 $x=2$,

由于 x 为正整数，且 $x \neq 1$ (分母 $x-1 \neq 0$),

所以符合条件的 x 为 2 或 3 .

故答案为： 2 或 3 .

二、选择题 (本大题共 5 题，每题 3 分，共 15 分)

14. 中式连续纹样是一种独特的艺术形式，不仅承载着吉祥和美好的寓意，还展现了古人对自然和生活的深刻理解，下面四个连续纹样中，属于四方连续纹样的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了利用平移设计图案，熟练掌握平移的性质是解题的关键。四方连续纹样是指一个单位纹样向上下左右四个方向反复循环排列形成的装饰图案，根据平移的性质判断即可。

【详解】解：属于四方连续纹样的是选项 D，

故选：D。

15. 下列各式中，能用完全平方公式进行因式分解的是 ()

- A. $x^2 - 10x - 25$ B. $a^2 + 4a + 16$ C. $9x^2 + 24x + 16$ D. $4x^2 + 4x$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查完全平方公式分解因式，掌握完全平方公式是解题的关键。

需满足 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 的形式，据此判断各选项。

【详解】解：选项 A: $x^2 - 10x - 25$ ，末项 -25 为负数，且非平方数，不符合公式；

选项 B: $a^2 + 4a + 16$ ：中间项 $4a$ 对应 $2 \cdot a \cdot 2$ ，末项应为 $2^2 = 4$ ，但末项为 16 ，不匹配；

选项 C: $9x^2 + 24x + 16$: 首项 $(3x)^2$, 末项 4^2 , 中间项 $2 \cdot 3x \cdot 4 = 24x$, 符合 $(3x + 4)^2$;

选项 D: $4x^2 + 4x$: 缺少常数项, 无法构成完全平方;

故选 C.

16. 小海解分式方程 $\frac{1-x}{2-x} - 1 = \frac{3x-4}{x-2}$ 的过程如图所示, 他从某一步开始出现了错误, 则出现错误的是 ()

解: 方程整理, 得 $\frac{x-1}{x-2} - 1 = \frac{3x-4}{x-2}$, 第一步
去分母, 得 $x-1-1=3x-4$, 第二步
移项, 合并同类项, 得 $x=1$, 第三步
经检验 $x=1$ 是原分式方程的解. 第四步

A. 第一步

B. 第二步

C. 第三步

D. 第四步

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查解分式方程, 根据解分式方程的步骤进行判断即可, 熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

小海在去分母时未将方程左边的常数项乘以公分母, 导致错误.

【详解】解: $\because$ 原方程整理后为 $\frac{x-1}{x-2} - 1 = \frac{3x-4}{x-2}$, 去分母时两边应同乘 $x-2$,

$\therefore$ 左边: $\left(\frac{x-1}{x-2} - 1\right) \times (x-2) = (x-1) - (x-2) = 1$,

右边: $\frac{3x-4}{x-2} \times (x-2) = 3x-4$,

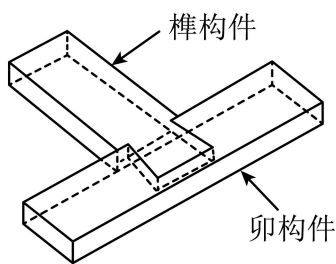
得 $1 = 3x-4$,

但小海第二步写为 $x-1-1=3x-4$, 错误在于未将 -1 乘以 $x-2$,

$\therefore$ 出现错误的是第二步,

故选: B.

17. 古代建筑中, 榫(sǔn)卯(mǎo)结构至关重要, 它通过凸出的榫和凹进的卯精密配合连接, 使得建筑物连接牢固且难以松动. 工匠们制作了一种特定的榫卯组合, 每个榫需要的木材比每个卯需要的木材多 0.5 千克. 已知用 35 千克木材制作榫的数量与用 30 千克木材制作卯的数量相同. 设制作 1 个榫需要的木材为 x 千克, 符合题意的方程是 ()



A. $\frac{35}{x} = \frac{30}{x-0.5}$

B. $\frac{35}{x} = \frac{30}{x} + 0.5$

C. $\frac{35}{x} + 0.5 = \frac{30}{x}$

D. $\frac{35}{x+0.5} = \frac{30}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程，设制作1个榫需要的木材为 x 千克，则每个卯需要的木材为 $(x-0.5)$ 千克，结合35千克木材制作榫的数量与用30千克木材制作卯的数量相同，列出方程即可，解题的关键是明确题意，列出相应的分式方程.

【详解】 解：设制作1个榫需要的木材为 x 千克，则每个卯需要的木材为 $(x-0.5)$ 千克，

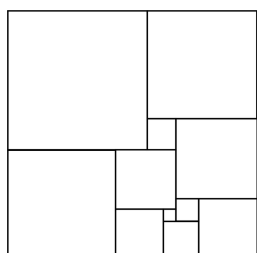
由题意可得， $\frac{35}{x} = \frac{30}{x-0.5}$ ，

故选：A.

18. 如图是第23届国际数学家大会的邮票，它的图案是一个矩形，这个矩形被分割成大小不相同的11个正方形.

如果图中所有正方形的边长都是整数，且图中最大正方形与最小正方形的边长分别为 x 、 y ，则 $\frac{x}{y}$ 的

值（ ）



A. 12

B. 11

C. $\frac{43}{4}$

D. $\frac{32}{3}$

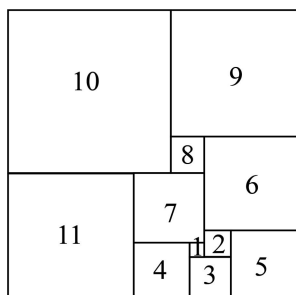
【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查整式加减的应用，代数式求值，利用数形结合的思想是解题关键，设第2号正方形的边长为 a ，根据图形依次用代数式表示出第3、4、7、11号和第5、6、8号正方形的边长，根据第11号边长+7

号边长 -8 号边长 $=10$ 号边长，进而可求出 $x=(3y+a)+(5y+2a)-(3a-3y)=11y$ ，由此即可求解.

【详解】解：如图：顺次对图中每一个正方形标号，



由图可知：第1号正方形的边长为 y ，第10号正方形的边长为 x ，设第2号正方形的边长为 a ，

$\therefore$ 第3号正方形的边长为 $y+a$ ，第4号正方形的边长为 $y+(y+a)=2y+a$ ，

$\therefore$ 第7号正方形的边长为 $(2y+a)+y=3y+a$ ，第11号正方形的边长为 $(2y+a)+(3y+a)=5y+2a$ ，

第5号正方形的边长为 $y+a+a=y+2a$ ，

$\therefore$ 第6号正方形的边长为 $y+2a+a=y+3a$ ，

$\therefore$ 第8号正方形的边长为 $(y+2a)+(y+3a)-(2y+a)-(3y+a)=3a-3y$ ，

由第11号边长 $+7$ 号边长 -8 号边长 $=10$ 号边长可得：

10号边长 $x=(3y+a)+(5y+2a)-(3a-3y)=11y$ ，

$\therefore \frac{x}{y}=11$ ，

故选：B.

三、简答题（本大题共6题，每题5分，共30分）

19. 计算： $(a+1)^2-(a-2)(a+2)$.

【答案】 $2a+5$

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式，平方差公式的应用，先运用完全平方公式，平方差公式去括号，再合并同类项即可.

【详解】解：原式 $=a^2+2a+1-(a^2-4)=a^2+2a+1-a^2+4=2a+5$.

20. 计算： $\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}+\frac{2y}{x^2-y^2}$.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减运算，熟练掌握分式的运算法则是解答此题的关键．根据异分母分式加减运算法则通分计算即可．

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} + \frac{2y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{x-y}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} + \frac{2y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{x-y-x-y+2y}{x^2-y^2} \\ &= 0. \end{aligned}$$

21. 计算: $a^{-1}b^{-1} \div (a^{-1}-b^{-1})$. (结果不含负指数幂)

【答案】 $\frac{1}{b-a}$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂，分式的混合运算，先把负整数指数幂化为正指数幂的形式，然后根据分式的混合运算法则化简，即可得到结果．

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & a^{-1}b^{-1} \div (a^{-1}-b^{-1}) \\ &= \frac{1}{ab} \div \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\ &= \frac{1}{ab} \div \frac{b-a}{ab} \\ &= \frac{1}{ab} \cdot \frac{ab}{b-a} \\ &= \frac{1}{b-a}. \end{aligned}$$

22. 因式分解: $(x+5)^2 + 5(x+5) - 6$.

【答案】 $(x+4)(x+11)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解-十字相乘法，先将 $(x+5)$ 看作一个整体，然后利用十字相乘法，分解因式即可．

【详解】解： $(x+5)^2 + 5(x+5) - 6$

$$= (x+5-1)(x+5+6)$$

$$= (x+4)(x+11).$$

23. 因式分解： $4 - a^2 + 4ab - 4b^2$.

【答案】 $(2+a-2b)(2-a+2b)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，解题的关键是熟练掌握因式分解的几种常用方法.

先分组， 利用平方差公式进行因式分解.

【详解】解： 原式 $= 4 - (a^2 - 4ab + 4b^2)$

$$= 4 - (a-2b)^2$$

$$= (2+a-2b)(2-a+2b).$$

24. 解方程： $1 - \frac{x}{1-x} = \frac{1}{x-1}$.

【答案】 无解

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程.

先将分式方程化为整式方程，再求解，最后检验即可.

【详解】解： $1 - \frac{x}{1-x} = \frac{1}{x-1}$

$$x-1+x=1$$

解得 $x=1$,

当 $x=1$ 时, $x-1=0$,

$\therefore$ 原方程无解.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 25 题 6 分, 第 26 题 7 分, 第 27、28 题每题 8 分, 共 29 分)

25. 先化简, 再求值: $\left(\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a}{b-a} \right) \div \frac{b^2}{a^2-ab}$, 其中 a 、 b 满足 $(a+2)^2 + |b-1| = 0$.

【答案】 $\frac{a}{b}, -2$

【解析】

【分析】 本题考查分式的化简求值、非负数的性质，熟练掌握运算是解答本题的关键. 先计算括号内的式子，再算括号外面的除法，然后根据 $(a+2)^2 + |b-1| = 0$ 可以得到 a 、 b 的值，再代入化简后的式子计算即可.

【详解】 解： 原式 $= \left[\frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} - \frac{a}{a-b} \right] \div \frac{b^2}{a(a-b)}$

$$= \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a}{a-b} \right) \cdot \frac{a(a-b)}{b^2}$$
$$= \frac{b}{a-b} \cdot \frac{a(a-b)}{b^2}$$
$$= \frac{a}{b},$$

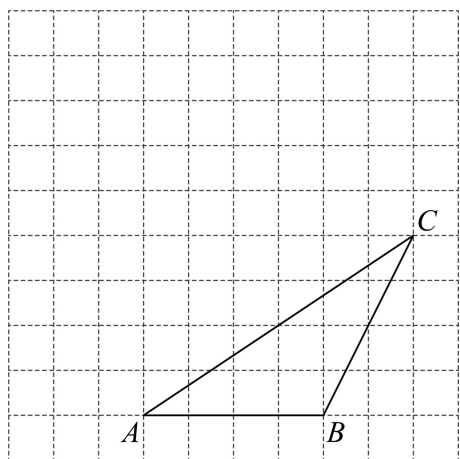
因为 $(a+2)^2 \geq 0$, $|b-1| \geq 0$, 且 $(a+2)^2 + |b-1| = 0$,

所以 $a+2=0$, $b-1=0$,

解得: $a=-2$, $b=1$,

当 $a=-2$, $b=1$ 时, 原式 $= \frac{-2}{1} = -2$.

26. 如图, 在每个小正方形边长为 1 的方格纸中, 三角形 ABC 的顶点都在方格纸格点上. 将三角形 ABC 先向左平移 2 格, 再向上平移 4 格.



(1) 请在方格纸中画出平移后的三角形 $A'B'C'$;

(2) 求出线段 AC 扫过的图形的面积.

【答案】 (1) 详见解析

(2) 线段 AC 扫过的图形的面积是 32

【解析】

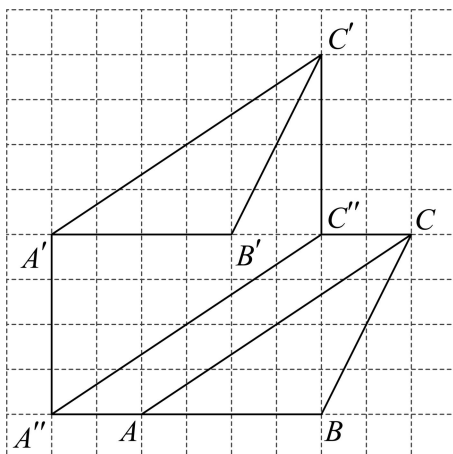
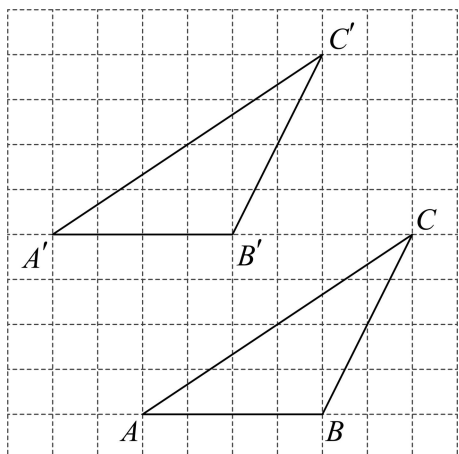
【分析】此题主要考查了平移变换和三角形的高，利用图形的面积之和是解题关键.

(1) 分别将点 A 、 B 、 C 向左平移 2 格，再向上平移 4 格，得到点 A' 、 B' 、 C' ，然后顺次连接；

(2) 先画出平移过程，可得线段 AC 扫过的图形的面积 $= S_{\text{平行四边形}ACC''A''} + S_{\text{平行四边形}A'C'C''A''}$ ，据此求解即可.

【小问 1 详解】

解：如图，三角形 $A'B'C'$ 即为所求；



【小问 2 详解】

解：线段 AC 扫过的图形的面积

$$= S_{\text{平行四边形}ACC''A''} + S_{\text{平行四边形}A'C'C''A''} = 2 \times 4 + 4 \times 6 = 32,$$

答：线段 AC 扫过的图形的面积是 32.

27. 某超市购进两种松江大米的礼盒装，其中甲礼盒的购进数量是乙礼盒的 3 倍. 已知购进甲礼盒共花费 9000 元，购进乙礼盒共花费 6000 元，且甲礼盒每盒的进价比乙礼盒每盒的进价少 20 元.

(1) 求甲、乙两种礼盒分别购进了多少盒？

(2) 该超市将两种礼盒按进价提高 $n\%$ 后定价销售，全部售完后，两种礼盒的利润总和为 3600 元，求 n 的值.

【答案】(1) 甲、乙两种礼盒分别购进了 450 盒、150 盒

(2) n 的值是 24

【解析】

【分析】本题考查了一元一次方程的应用，分式方程的应用，理解题意并根据题意建立相应等量关系是解题的关键，分式方程注意检验.

(1) 设乙种礼盒购进了 x 盒，则甲种礼盒购进了 $3x$ 盒，根据购进甲礼盒共花费 9000 元，购进乙礼盒共花费 6000 元，且甲礼盒每盒的进价比乙礼盒每盒的进价少 20 元，列分式方程，求解即可，注意检验；

(2) 分别求出甲、乙两种礼盒每盒的进价，再根据该超市将两种礼盒按进价提高 $n\%$ 后定价销售，全部售

完后，两种礼盒的利润总和为 3600 元，列一元一次方程，求解即可.

【小问 1 详解】

解：设乙种礼盒购进了 x 盒，则甲种礼盒购进了 $3x$ 盒，

根据题意，得：
$$\frac{9000}{3x} = \frac{6000}{x} - 20,$$

解得： $x = 150$,

经检验： $x = 150$ 是原方程的解，且符合题意，

$3x = 3 \times 150 = 450$,

答：甲、乙两种礼盒分别购进了 450 盒、150 盒；

【小问 2 详解】

解：由 (1) 可知：

甲种礼盒每盒的进价 $= \frac{9000}{450} = 20$ 元，

乙种礼盒每盒的进价 $= \frac{6000}{150} = 40$ 元，

根据题意，得： $20 \times n\% \times 450 + 40 \times n\% \times 150 = 3600$,

解得： $n = 24$,

答： n 的值是 24.

28. 图形运动藏奥秘，动手实践出真知！某校七年级数学兴趣小组围绕直角三角形运动，解锁几何探究新乐趣.

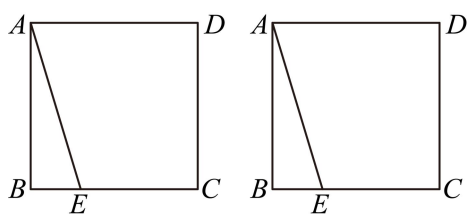


图1

图2

【操作】

如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 边上一动点（不与 B 、 C 重合），连结 AE .

(1) 将三角形 ABE 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到三角形 ADF （点 B 、 E 分别与点 D 、 F 对应），请在图1中画出旋转后的图形；（不要求写作图步骤，只写结论）

【探究】

(2) 在 (1) 所画图形的基础上，已知 $AB = a$ ， $BE = b$ （其中 $a > b$ ），连结 EF .

①当 $a = 10$ ， $b = 3$ 时，求三角形 AEF 的面积；

②如果三角形 AEF 的面积为14，三角形 ABE 的面积为2，求线段 CF 的长.

【拓展】

(3) 在 (2) 的条件下，画出三角形 AEF 关于直线 EF 成轴对称的三角形 GEF (点 A 与点 G 是对称点)，设 GE 交 CD 于点 H ，直接写出三角形 FGH 与三角形 ECH 的面积差. (用含 b 的代数式表示)

【答案】 (1) 详见解析； (2) ①三角形 AEF 的面积是 $\frac{109}{2}$ ； ②线段 CF 的长是6； (3) b^2

【解析】

【分析】 本题考查旋转的性质，图形面积的计算，以及列代数式等知识点，掌握相关的知识点，准确添加辅助线是解题的关键.

(1) 根据题意作图即可；

(2) ①联结 EF ，根据旋转的性质，得出 $S_{\text{四边形}AE CF} = S_{\text{正方形}ABCD}$ ，根据面积公式进行计算即可； ②得出面积的相关表达式， $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 = 14$ ， $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}ab = 2$ ，即可求出线段 CF 的长；

(3) 根据面积关系进行计算即可.

【详解】 解： (1) 如图1，三角形 ADF 即为所求.

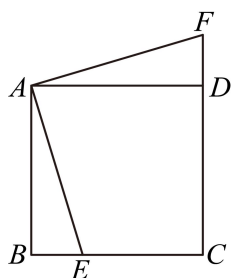


图1

(2) ①联结 EF ，如图2所示，

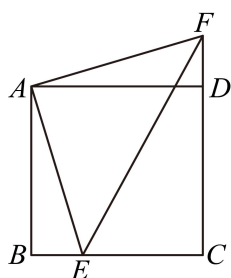


图2

$\therefore$ 将三角形 ABE 绕点 A 旋转到三角形 ADF ，

$\therefore DF = BE = 3$ ， $AD = AB = 10$ ， $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADF}$ ，

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ ，

$\therefore BC = CD = AB = 10$.

$$\therefore CE = BC - BE = 7, \quad CF = CD + DF = 13.$$

$$\therefore S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} \times EC \times FC = \frac{1}{2} \times 7 \times 13 = \frac{91}{2}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\triangle ADF} + S_{\text{梯形}AECD}$$

$$= S_{\triangle ABE} + S_{\text{梯形}AECD} = S_{\text{正方形}ABCD} = 100.$$

$$\text{又} \because S_{\text{四边形}AECF} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle ECF},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} + \frac{91}{2} = 100.$$

$$\text{解得 } S_{\triangle AEF} = \frac{109}{2}.$$

答：三角形 AEF 的面积是 $\frac{109}{2}$ 。

②如图 2，由①可知：

$$S_{\text{四边形}AECF} = S_{\text{正方形}ABCD} = a^2,$$

$$S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} \times EC \times FC = \frac{1}{2} (a-b)(a+b) = \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} b^2,$$

$$S_{\triangle AEF} = S_{\text{四边形}AECF} - S_{\triangle ECF} = a^2 - \left(\frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} b^2 \right) = \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2.$$

$$\text{根据题意，得：} S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2 = 14, \quad S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} ab = 2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 28, \quad ab = 4.$$

$$\therefore CF^2 = (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 28 + 8 = 36,$$

$$\text{又} \because CF > 0,$$

$$\therefore CF = 6.$$

答：线段 CF 的长是 6。

(3) 如图 3 所示：

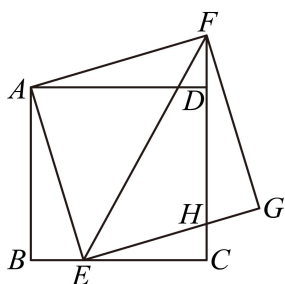


图3

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle FGH} - S_{\triangle ECH} &= S_{\triangle FGE} - S_{\triangle ECF} \\
 &= S_{\triangle AEF} - S_{\triangle ECF} = \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 \right) - \left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 \right) = b^2
 \end{aligned}$$