

初一年级数学练习 4

一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. $3x^2 - x - 6$ 中的一次项系数是 1; B. 单项式 $\frac{abc}{3}$ 的系数为 3;
- C. a^2b 和 ab^2 是同类项 D. $2x^2 - 3x + 1$ 是二次三项式.

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查的是单项式系数及次数的定义, 多项式的次数的定义, 同类项的定义. 根据单项式、多项式系数及次数的定义及同类项的定义对各选项进行逐一分析即可.

【详解】 解: A. $3x^2 - x - 6$ 中的一次项系数是 -1 , 故该选项不正确, 不符合题意;

B. 单项式 $\frac{abc}{3}$ 的系数为 $\frac{1}{3}$, 故该选项不正确, 不符合题意;

C. a^2b 和 ab^2 所含字母相同, 但相同字母的次数不同, 不是同类项, 故此选项错误;

D. $2x^2 - 3x + 1$ 是二次三项式, 故该选项正确, 符合题意.

故选: D.

2. 下列各式中, 计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$
- C. $(2a^3)^3 = 8a^6$ D. $a^6 \div a^4 = a^2$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方运算法则以及同底数幂的乘除运算法则、合并同类项法则, 直接利用幂的乘方运算法则以及同底数幂的乘除运算法则、合并同类项法则分别计算得出答案.

【详解】 解: A. a^2 与 a^3 不是同类项, 不能合并, 故该选项不正确, 不符合题意;

B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$, 故该选项不正确, 不符合题意;

C. $(2a^3)^3 = 8a^9$, 故该选项不正确, 不符合题意;

D. $a^6 \div a^4 = a^2$, 故该选项正确, 符合题意.

故选: D.

3. 下列多项式乘以多项式能用平方差公式计算的是 ()

A. $(-x-3y)(-x-3y)$

B. $(x+3y)(-x-3y)$

C. $(-x-3y)(-x+3y)$

D. $(-x+3y)(x-3y)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 此题主要考查了平方差公式，根据平方差公式的特点要找相同项和相反项，其结果是相同项的平方减去相反项的平方，只有具备以上特点才能进行运算.

【详解】 解： A. $(-x-3y)(-x-3y) = (-x-3y)^2$ ，不能用平方差公式计算，故该选项不符合题意；

B. $(x+3y)(-x-3y) = -(x+3y)^2$ ，不能用平方差公式计算，故该选项不符合题意；

C. $(-x-3y)(-x+3y) = -(3y+x)(3y-x) = -(9y^2-x^2)$ ，可以用平方差公式计算，故该选项符合题意；

D. $(-x+3y)(x-3y) = -(x-3y)(x-3y) = -(x-3y)^2$ ，不能用平方差公式计算，故该选项不符合题意；

故选： C.

4. 下列由左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $a^2-b^2+1 = (a+b)(a-b)+1$ ；

B. $xy(x^2+y^2)(x+y)(x-y) = x^5y-xy^5$ ；

C. $(m+3)^2 = m^2+9$ ；

D. $x^2-9 = (x+3)(x-3)$ ；

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解，把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做分解因式. 据此一一判断即可.

【详解】 解： A. $a^2-b^2+1 = (a+b)(a-b)+1$ ，不是因式分解，故该选项不符合题意；

B. $xy(x^2+y^2)(x+y)(x-y) = x^5y-xy^5$ 不是因式分解，故该选项不符合题意；

C. $(m+3)^2 = m^2+9+6m$ ，原运算错误，不是因式分解，故该选项不符合题意；

D. $x^2-9 = (x+3)(x-3)$ 是因式分解，故该选项符合题意；

故选： D.

5. 将多项式 $4x^2 + 1$ 加上一个单项式后, 使它能成为一个完全平方式, 下列添加单项式错误的是 ()

- A. $2x$ B. $4x$ C. $-4x$ D. $4x^4$

【答案】A

【解析】

【分析】根据完全平方公式即可求出答案.

【详解】解: A. $4x^2 + 2x + 1$, 不是完全平方式, 故此选项符合题意;

B. $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$, 是完全平方式, 故此选项不符合题意;

C. $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$, 是完全平方式, 故此选项不符合题意;

D. $4x^4 + 4x^2 + 1 = (2x^2 + 1)^2$, 是完全平方式, 故此选项不符合题意;

故选: A.

【点睛】本题考查完全平方公式, 解题的关键是熟练运用完全平方公式, 本题属于基础题型.

6. 因式分解 $x^2 + ax + b$, 甲看错了 a 的值, 分解的结果是 $(x + 6)(x - 1)$, 乙看错了 b 的值, 分解的结果为 $(x - 2)(x + 1)$, 那么 $x^2 + ax + b$ 分解因式正确的结果为 ().

- A. $(x - 2)(x + 3)$ B. $(x + 2)(x - 3)$
C. $(x - 2)(x - 3)$ D. $(x + 2)(x + 3)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据甲看错了 a 的值, 将分解的结果展开, 能求出正确的 b 的值, 乙看错了 b 的值, 可以求出 a 的值, 再因式分解即可得到答案.

【详解】解: $\because$ 甲看错了 a 的值

$\therefore b$ 是正确的

$$\therefore (x + 6)(x - 1) = x^2 + 5x - 6$$

$$\therefore b = -6$$

$\because$ 乙看错了 b 的值

$\therefore a$ 是正确的

$$\therefore (x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = -1$$

$$\therefore x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$$

故选：B.

【点睛】 本题主要考查了因式分解，熟练因式分解以及计算是解决本题的关键.

二. 填空题 (本大题共有 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 将整式 $4xy^3 - 2x^3y^2 - 9 + 3x^2y$ 按 x 的降幂排列_____.

【答案】 $-2x^3y^2 + 3x^2y + 4xy^3 - 9$

【解析】

【分析】 本题主要考查多项式的降幂排列；因此此题可根据多项式的 x 的次数进行求解.

【详解】 解： 多项式 $4xy^3 - 2x^3y^2 - 9 + 3x^2y$ 按 x 降幂排列为 $-2x^3y^2 + 3x^2y + 4xy^3 - 9$ ；

故答案为： $-2x^3y^2 + 3x^2y + 4xy^3 - 9$.

8. 当 $m =$ _____时, $-2x^3y^m$ 与 $3x^3y^5$ 的和是一个单项式.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题主要考查同类项的定义，所含字母相同，相同字母的指数也相同的几个单项式为同类项. 根据题意可知两个单项式为同类项，由此可求得 m 的值.

【详解】 解： $\because -2x^3y^m$ 与 $3x^3y^5$ 的和是单项式，

$\therefore -2x^3y^m$ 与 $3x^3y^5$ 是同类项，

$\therefore m = 5$,

故答案为： 5.

9. 已知 $a^m = 2$, $a^n = 3$, 则 $a^{m+2n} =$ _____.

【答案】 18

【解析】

【分析】 本题考查幂的乘方和同底数幂的乘法的逆运算，根据幂的乘方 $(a^m)^n = a^{mn}$ 和同底数幂的乘法

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 求解即可.

【详解】 解： $\because a^n = 3$, $a^m = 2$,

$\therefore a^{2n} = (a^n)^2 = 3^2 = 9$,

$$\therefore a^{m+2n} = a^m \cdot a^{2n} = 2 \times 9 = 18.$$

故答案为：18.

10. 计算： $2x(3x^2 - 2y + 1) =$ _____.

【答案】 $6x^3 - 4xy + 2x$

【解析】

【分析】 本题考查了单项式乘多项式. 根据单项式乘多项式法则直接计算即可.

【详解】 解： $2x(3x^2 - 2y + 1)$
 $= 6x^3 - 4xy + 2x.$

11. 若二项式 $3x+a$ 与 $x+2$ 相乘，化简后结果中不出现一次项，则 a 的值是 ____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 利用多项式乘以多项式法则将已知多项式化简，合并同类项后令一次项系数等于 0，即可求出 a 的值.

【详解】 解： $(3x+a)(x+2) = 3x^2 + 6x + ax + 2a = 3x^2 + (a+6)x + 2a,$
 $\therefore$ 此多项式不含 x 的一次项，
 $\therefore a+6=0$ ，即 $a=-6$.

故答案为：-6.

【点睛】 本题考查了多项式乘以多项式法则，解决这类问题的方法是：不含哪一项，就合并同类项后让这一项的系数等于 0.

12. 已知 $x-y=3$ ， $x^2+y^2=29$ ，那么 $xy=$ _____.

【答案】 10

【解析】

【分析】 根据完全平方公式变形即可求解.

【详解】 解： $\because x-y=3$ ， $x^2+y^2=29$ ，
 $\therefore (x-y)^2 - (x^2+y^2) = -2xy = 9-29 = -20$
 $\therefore xy=10$ ，

故答案为：10.

【点睛】 本题考查了完全平方公式变形求值，掌握完全平方公式是解题的关键.

13. 计算 $(a-b+c)^2 =$ _____.

【答案】 $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的应用，熟练掌握完全平方公式是解题的关键；先将原式变形为 $[(a-b)+c]^2$ ，再利用完全平方公式展开得到 $(a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2$ ；然后再次利用完全平方公式展开，从而得到结果.

【详解】 原式 $=[(a-b)+c]^2$

$$= (a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2.$$

故答案为: $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

14. 计算: $(25a^2b + 20ab^3 - ab) \div (-5ab) =$ _____.

【答案】 $-5a - 4b^2 + \frac{1}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式除以单项式：多项式除以单项式，用多项式的每一项除以单项式，再把所得的商相加. 根据多项式除以单项式法则进行计算即可.

【详解】 解: $(25a^2b + 20ab^3 - ab) \div (-5ab)$

$$= 25a^2b \div (-5ab) + 20ab^3 \div (-5ab) - ab \div (-5ab)$$

$$= -5a - 4b^2 + \frac{1}{5}.$$

故答案为: $-5a - 4b^2 + \frac{1}{5}$.

15. 计算: $298 \times 302 =$ _____.

【答案】 89996

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式的应用. 将 298×302 化成 $(300-2) \times (300+2)$, 利用平方差公式计算即可求解.

【详解】 解: 298×302

$$= (300-2) \times (300+2)$$

$$= 300^2 - 2^2$$

$$= 90000 - 4$$

$$= 89996.$$

故答案为: 89996.

16. 因式分解: $a^2b - 6ab^2 + 2ab = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $ab(a - 6b + 2)$

【解析】

【分析】 此题考查了提公因式法因式分解. 原式提取公因式分解即可.

【详解】 解: $a^2b - 6ab^2 + 2ab$

$$= ab(a - 6b + 2).$$

故答案为: $ab(a - 6b + 2)$.

17. 因式分解: $x^4 - 16 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$

【解析】

【分析】 此题主要考查了用公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式时首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止. 利用平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, 进行两次分解.

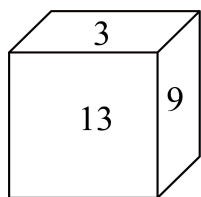
【详解】 解: $x^4 - 16$

$$= (x^2 + 4)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2).$$

故答案为: $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$.

18. 如图，正方体的每一个面上都有一个正整数，已知相对的两个面上两数之和都相等．如果 13、9、3 对面的数分别为 a 、 b 、 c ，则 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 的值为_____



【答案】 76

【解析】

【分析】本题主要考查了整式的混合运算－化简求值问题. 本题须先求出 $a - b = -4$ ， $b - c = -6$ ， $c - a = 10$ ，再通过对要求的式子进行化简整理，代入相应的值即可求出结果.

【详解】解：∵正方体的每一个面上都有一个正整数，相对的两个面上两数之和都相等，

$$\therefore a + 13 = b + 9 = c + 3,$$

$$\therefore a - b = -4, \quad b - c = -6, \quad c - a = 10,$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} (2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$$

$$= \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{2}$$

$$= \frac{(-4)^2 + (-6)^2 + 10^2}{2}$$

$$= 76,$$

故答案为：76.

三、简答题（本大题共 5 题，每题 5 分，满分 25 分）

19. 计算： $\left(-3x^2\right)^2 + 2x^4 \cdot \left(-x^2\right)^3 \div \left(\frac{1}{2}x^2\right)^3$

【答案】 $-7x^4$

【解析】

【分析】本题考查了积的乘方，单项式的乘除法. 先计算积的乘方，再计算单项式的乘除法，最后合并同类项即可.

$$\text{【详解】解: } (-3x^2)^2 + 2x^4 \cdot (-x^2)^3 \div \left(\frac{1}{2}x^2\right)^3$$

$$= 9x^4 + 2x^4 \cdot (-x^6) \div \left(\frac{1}{8}x^6\right)$$

$$= 9x^4 + 2 \times (-1) \times 8x^{4+6-6}$$

$$= 9x^4 - 16x^4$$

$$= -7x^4.$$

$$20. \text{ 计算: } (a-b-2c)(a+b-2c)$$

$$\text{【答案】 } a^2 - 4ac + 4c^2 - b^2$$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式和平方差公式，根据乘法公式进行计算即可求解.

$$\text{【详解】解: } (a-b-2c)(a+b-2c)$$

$$= [(a-2c)-b][(a-2c)+b]$$

$$= (a-2c)^2 - b^2$$

$$= a^2 - 4ac + 4c^2 - b^2.$$

$$21. \text{ 因式分解: } a^2 + 2a - b^2 - 2b$$

$$\text{【答案】 } (a-b)(a+b+2)$$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，把一个多项式化成几个整式的乘积的形式，叫做因式分解. 因式分解常用的方法有：①提公因式法；②公式法；③十字相乘法；④分组分解法. 用分组分解法分解即可.

$$\text{【详解】解: } a^2 + 2a - b^2 - 2b$$

$$= (a^2 - b^2) + (2a - 2b)$$

$$= (a+b)(a-b) + 2(a-b)$$

$$= (a-b)[(a+b)+2]$$

$$= (a-b)(a+b+2).$$

22. 因式分解: $x^3 + 5x^2y - 24xy^2$

【答案】 $x(x-3y)(x+8y)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解, 熟练掌握因式分解的几种方法是关键, 先提公因式 x , 再进行十字相乘法因式分解.

【详解】 解: $x^3 + 5x^2y - 24xy^2$
 $= x(x^2 + 5xy - 24y^2)$
 $= x(x-3y)(x+8y)$

23. 因式分解: $(a^2 - 4a)^2 + 8(a^2 - 4a) + 16$

【答案】 $(a-2)^4$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解的知识, 解题的关键是掌握因式分解的方法公式法, $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, 即可.

【详解】 $(a^2 - 4a)^2 + 8(a^2 - 4a) + 16$
 $= (a^2 - 4a + 4)^2$
 $= [(a-2)^2]^2$
 $= (a-2)^4$.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 24、25 题 6 分, 第 26 题 9 分, 满分 21 分)

24. 先化简再求值: $a\left(a^2 - a - \frac{1}{3}\right) + 2(a^2 + 2) - \frac{1}{3}a(3a^2 + 6a - 1)$, 其中 $a = -2$

【答案】 $4 - a^2$, 0

【解析】

【分析】 本题考查整式的化简求值. 先根据单项式乘多项式去括号, 合并同类项, 再将值代入计算即可.

【详解】 解: $a\left(a^2 - a - \frac{1}{3}\right) + 2(a^2 + 2) - \frac{1}{3}a(3a^2 + 6a - 1)$

$$= a^3 - a^2 - \frac{1}{3}a + 2a^2 + 4 - a^3 - 2a^2 + \frac{1}{3}a$$

$$= 4 - a^2,$$

当 $a = -2$ 时, 原式 $= 4 - (-2)^2 = 4 - 4 = 0$.

25. 已知 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$, 求 x^y 的值.

【答案】 x^y 的值为 1.

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值, 完全平方公式, 非负数的性质. 利用完全平方公式分解因式得到 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 0$, 则由非负数的性质可求出 x 、 y , 再代值计算即可得到答案.

【详解】 解: $\because x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$,

$$\therefore (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 0,$$

$$\therefore (x+1)^2 + (y-2)^2 = 0,$$

$$\therefore x+1=0, y-2=0,$$

$$\therefore x=-1, y=2,$$

$$\therefore x^y = (-1)^2 = 1.$$

26. 数形结合是解决数学问题的重要思想方法, 借助图形可以对很多数学问题进行直观推导和解释. 如下用几个小的长方形、正方形拼成一个大的正方形, 然后利用两种不同的方法计算这个大的正方形的面积, 可以得到一个等式, 利用这些等式也可以求一些不规则图形的面积.

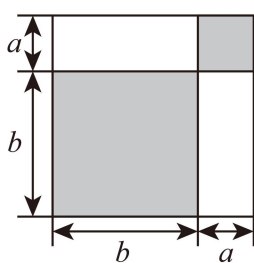


图1

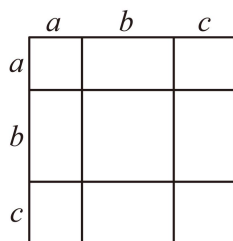


图2

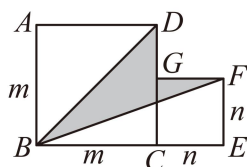


图3

(1) 如图 1 所示的大正方形, 是由两个正方形和两个形状大小完全相同的长方形拼成的. 用两种不同的方法计算图中阴影部分的面积, 可以得到的数学等式 $a^2 + b^2 =$ _____;

(2) 如图 2, 由几个面积不等的小正方形和几个小长方形拼成一个边长为 $(a+b+c)$ 的大正方形, 用不同

形式表示这个大正方形的面积，从中你能发现的等式可表示为_____；

(3) 利用 (2) 中的结论解决以下问题：已知 $a+b+c=5$ ， $ab+bc+ac=2$ ，可得 $a^2+b^2+c^2$ 的值为_____；

(4) 如图 3，由两个边长分别为 m ， n 的正方形拼在一起，点 B ， C ， E 在同一直线上，连接 BD 、 BF ，若 $m+n=12$ ， $mn=24$ ，请利用 (1) 中的结论，求图 3 中阴影部分的面积。

【答案】(1) $(a+b)^2 - 2ab$

(2) $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=(a+b+c)^2$

(3) 21 (4) 36

【解析】

【分析】此题主要考查了几何背景下的完全平方公式及其应用，理解题意，准确识图，熟练掌握完全平方公式的结构特征是解答此题的关键。

(1) 根据大正方形的边长为 $(a+b)$ ，而大正方形由两个边长为 a ， b 的正方形和两个长为 b ，宽为 a 的长方形组成即可得出答案；

(2) 分别表示出大正方形中每一个小正方形的面积及长方形的面积，然后根据这些小正方形的面积及长方形的面积等于大正方形的面积即可得出答案；

(3) 由 (2) 得结论可得 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-(2ab+2bc+2ac)$ ，然后将 $a+b+c=5$ ， $ab+bc+ac=2$ 代入进行计算即可得出结论；

(4) 分别求出 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}m^2$ ， $S_{\text{正方形CEFG}} = n^2$ ， $S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}(m+n)n$ ，再根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BCD} + S_{\text{正方形CEFG}} - S_{\triangle BEF}$ 得 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}(m^2+n^2-mn)$ ，然后由 (1) 可知： $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$ ，从而得 $m^2+n^2-mn=(m+n)^2-3mn$ ，再将 $m+n=12$ ， $mn=24$ 进行计算即可得出答案。

【小问 1 详解】

解：依题意得： $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ ；

故答案为： $(a+b)^2-2ab$ ；

【小问 2 详解】

解：依题意得： $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=(a+b+c)^2$ ；

故答案为: $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = (a + b + c)^2$;

【小问 3 详解】

解: 由 (2) 可知: $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = (a + b + c)^2$,

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - (2ab + 2bc + 2ac),$$

$$\text{即: } a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac),$$

$$\text{又} \because a + b + c = 5, \quad ab + bc + ac = 2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5^2 - 2 \times 2 = 21;$$

故答案为: 21;

【小问 4 详解】

$$\text{解: } S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BCD} + S_{\text{正方形CEFG}} - S_{\triangle BEF}$$

$$= \frac{1}{2}m^2 + n^2 - \frac{1}{2}(m+n)n = \frac{1}{2}m^2 + n^2 - \frac{1}{2}mn - \frac{1}{2}n^2$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 + n^2 - mn) = \frac{1}{2}[(m+n)^2 - 3mn].$$

当 $m + n = 12$, $mn = 24$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{2}[(m+n)^2 - 3mn] = \frac{1}{2} \times (12^2 - 3 \times 24) = \frac{1}{2} \times 72 = 36.$$

27. 阅读下列素材, 完成相应的任务.

	平衡多项式
素材一:	定义: 对于一组多项式: $x+a$, $x+b$, $x+c$ (a , b , c 都是非零常数), 当其中一个多项式的平方与另外两个多项式的乘积的差是一个常数 m 时, 称这样的三个多项式是一组平衡多项式, m 的值是这组平衡多项式的平衡因子.
素材二:	例如: 对于多项式 $x+1$, $x+2$, $x+3$, 因为 $(x+2)^2 - (x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 4 - (x^2 + 4x + 3) = 1$, 所以多项式 $x+1$, $x+2$, $x+3$ 是一组平衡多项式, 其平衡因子为 1.
任务一:	小明发现多项式 $x+2$, $x+5$, $x+8$ 是一组平衡多项式, 在求其平衡因子时, 列式如下: $(x+5)^2 - (x+2)(x+8)$, 根据他的列式求该组平衡多项式的平衡因

	子.
任务二:	判断多项式 $x+1$, $x+5$, $x-3$ 是否为一组平衡多项式, 若是, 求出其平衡因子; 若不是, 说明理由.
任务三:	若多项式 $x-2$, $x+4$, $x+p$ 是一组平衡多项式, 求 p 的值.

【答案】任务一: 该组平衡多项式的平衡因子为 9; 任务二: 该组多项式是平衡多项式, 其平衡因子为 16;

任务三: $p = -8$ 或 $p = 1$ 或 $p = 10$

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算, 关键是注意分类讨论.

任务一: 化简 $(x+5)^2 - (x+2)(x+8)$, 可得该组平衡多项式的平衡因子;

任务二: 观察该组多项式可得, $(x+1)^2 - (x-3)(x+5)$, 化简可得该组平衡多项式的平衡因子;

任务三: 分情况讨论.

【详解】解: 任务一: $(x+5)^2 - (x+2)(x+8) = x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 10x + 16) = 9$,

答: 该组平衡多项式的平衡因子为 9;

任务二: $(x+1)^2 - (x+5)(x-3) = x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 2x - 15) = 16$,

答: 该组多项式是平衡多项式, 其平衡因子为 16;

任务三: ①当 $(x-2)^2 - (x+4)(x+p)$

$$= x^2 - 4x + 4 - [x^2 + (4+p)x + 4p]$$

$$= (-8-p)x + 4 - 4p \text{ 时,}$$

$\therefore$ 多项式 $x-2$, $x+4$, $x+p$ (p 为非零常数) 是一组平衡多项式,

$$\therefore -8-p=0,$$

解得: $p = -8$,

②当 $(x+p)^2 - (x+4)(x-2)$

$$= x^2 + 2px + p^2 - (x^2 + 2x - 8)$$

$$= (2p-2)x + p^2 + 8 \text{ 时,}$$

$\therefore$ 多项式 $x-2$, $x+4$, $x+p$ (p 为非零常数) 是一组平衡多项式,

$$\therefore 2p-2=0,$$

解得: $p=1$,

$$\textcircled{3} \text{ 当 } (x+4)^2 - (x+p)(x-2)$$

$$= x^2 + 8x + 16 - [x^2 + (p-2)x - 2p]$$

$$= (10-p)x + 16 + 2p \text{ 时,}$$

$\therefore$ 多项式 $x-2$, $x+4$, $x+p$ (p 为非零常数) 是一组平衡多项式,

$$\therefore 10-p=0,$$

解得: $p=10$,

综上, $p=-8$ 或 $p=1$ 或 $p=10$.