

2025 学年第一学期即时作业

初一年级数学

(时间: 70 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 若 $(2x-1)^0$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x = -2$

B. $x \neq 0$

C. $x \neq \frac{1}{2}$

D. $x = \frac{1}{2}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据零次幂的运算法则可知底数不为 0, 据此即可求得 x 的取值范围.

【详解】 $(2x-1)^0$ 有意义, 则 $2x-1 \neq 0$,

即 $x \neq \frac{1}{2}$.

故选 C.

【点睛】 本题考查了零次幂, 理解 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ 是解题的关键.

2. 下列式子中, 正确的有 ()

① $a^{3n} \div a^3 = a^n$

② $a^{3n-5} \div a^{5-n} = a^{4n-10}$

③ $(xy)^5 \div (xy)^2 = xy^3$

④ $(x+y)^4 \div (-x-y)^3 = -x-y$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题主要考查了同底数幂的除法, 以及积的乘方的运算, 要熟练掌握运算法则.

根据同底数幂的除法与积的乘方运算方法逐一判断即可.

【详解】 解: ① $a^{3n} \div a^3 = a^{3n-3}$, 故①错误;

② $a^{3n-5} \div a^{5-n} = a^{3n-5-(5-n)} = a^{3n-5-5+n} = a^{4n-10}$, 故②正确;

③ $(xy)^5 \div (xy)^2 = (xy)^3 = x^3y^3$, 故③错误;

④ $(x+y)^4 \div (-x-y)^3 = (x+y)^4 \div [-(x+y)]^3 = -(x+y) = -x-y$ ，故④正确；

故选：B.

3. 下列从左边到右边的变形，属于因式分解的是（ ）

A. $a^2 - b^2 - c^2 = (a+b)(a-b) - c^2$

B. $(a+4)(a-4) = a^2 - 16$

C. $x^2 - 4x + 1 = x\left(x - 4 + \frac{1}{x}\right)$

D. $ax - ay + a = a(x - y + 1)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，理解并掌握因式分解的定义是解题的关键.

把一个多项式化为几个最简整式的乘积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解（也叫作分解因式），根据定义进行判定即可求解.

【详解】解：A、等式右边不是乘积的形式，不是因式分解，不符合题意；

B、等式右边不是乘积的形式，不是因式分解，不符合题意；

C、等式右边有分式，不是因式分解，不符合题意；

D、符合因式分解的定义，属于因式分解，符合题意；

故选：D.

4. 下列因式分解正确的是（ ）

A. $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$

B. $2x^2 + 3x^3 + x = x(2x + 3x^2)$

C. $-a^2 + (-b)^2 = (a+b)(b-a)$

D. $x^2 - 4x - 4 = (x-2)^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，需逐一验证各选项等式是否成立，且因式分解是否彻底（即分解到最简形式）. 选项A虽等式成立但未完全分解；选项B和D等式不成立；选项C等式成立且完全分解.

【详解】A: $\because x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$ ，等式成立，但 $x^2 - 1$ 可进一步分解为 $(x-1)(x+1)$ ，未完全分解，故不正确；

B: 右边 $= x(2x + 3x^2) = 2x^2 + 3x^3 \neq$ 左边，缺少项 x ，等式不成立，故不正确；

C: 左边 $= -a^2 + b^2 = b^2 - a^2$ ，右边 $= (a+b)(b-a) = b^2 - a^2$ ，等式成立且完全分解，故正确；

D: 左边 $= x^2 - 4x - 4$, 右边 $= (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$, 等式不成立, 故不正确,

故选: C.

5. 用分组分解法将 $x^2 - xy + 2y - 2x$ 分解因式, 下列分组不恰当的是 ()

A. $(x^2 - 2x) + (2y - xy)$

B. $(x^2 - xy) + (2y - 2x)$

C. $(x^2 + 2y) + (-xy - 2x)$

D. $(x^2 - 2x) - (xy - 2y)$

【答案】C

【解析】

【分析】利用分组分解法, 结合提公因式法, 对选项一一进行分析, 即可得出答案.

【详解】解: A. $x^2 - xy + 2y - 2x$

$$= (x^2 - 2x) + (2y - xy)$$

$$= x(x-2) - y(x-2)$$

$$= (x-2)(x-y), \text{ 故选项 A 分组正确, 不符合题意;}$$

B. $x^2 - xy + 2y - 2x$

$$= (x^2 - xy) + (2y - 2x)$$

$$= (x^2 - xy) - (2x - 2y)$$

$$= x(x-y) - 2(x-y)$$

$$= (x-y)(x-2), \text{ 故选项 B 分组正确, 不符合题意;}$$

C. $x^2 - xy + 2y - 2x = (x^2 + 2y) + (-xy - 2x)$ 无法进行分组分解, 故选项 C 分组错误, 符合题意;

D. $x^2 - xy + 2y - 2x$

$$= (x^2 - 2x) - (xy - 2y)$$

$$= x(x-2) - y(x-2)$$

$$= (x-2)(x-y), \text{ 故选项 D 分组正确, 不符合题意.}$$

故选: C.

【点睛】本题考查了分组分解法、提公因式法分解因式, 解本题的关键在熟练掌握相关的分解因式的方法.

6. 因式分解 $x^2 + mx + n$ 时, 甲看错了 m 的值, 分解的结果是 $(x-6)(x+2)$, 乙看错了 n 的值, 分解的结果为 $(x+8)(x-4)$, 那么 $x^2 + mx + n$ 分解因式正确的结果为 ()

A. $(x+3)(x-4)$

B. $(x+4)(x-3)$

C. $(x+6)(x-2)$

D. $(x+2)(x-6)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据甲看错了 m 的值可以知道, 甲的分解结果中 n 的值是正确的, 根据乙看错了 n 的值可以知道, 乙的分解结果中 m 的值是正确的, 据此即可得到 m 、 n 的值, 进而得到答案.

【详解】 $\because$ 甲看错了 m 的值,

$$\therefore x^2 + mx + n = (x-6)(x+2) = x^2 - 4x - 12,$$

$$\therefore n = -12;$$

$\because$ 乙看错了 n 的值,

$$\therefore x^2 + mx + n = (x+8)(x-4) = x^2 + 4x - 32,$$

$$\therefore m = 4,$$

$\therefore x^2 + mx + n$ 分解因式正确的结果为:

$$x^2 + 4x - 12 = (x+6)(x-2),$$

故选: C.

【点睛】 本题考查因式分解, 解题的关键是正确理解因式分解的定义.

二、填空题 (每空 2 分, 共 24 分)

7. 计算: $(-1)^{2025} + \left(-\frac{1}{2025}\right)^0 =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 此题考查了乘方和零指数幂, 根据乘方和零指数幂计算后再计算加法即可.

【详解】 解: $(-1)^{2025} + \left(-\frac{1}{2025}\right)^0 = -1 + 1 = 0$

故答案为: 0

8. 在横线上填入适当的整式: $(\quad)(-2x) = -5x^3 + 6x^2 - 2x$.

【答案】 $\frac{5}{2}x^2 - 3x + 1$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的除法公式, 掌握除法运算是解题的关键.

根据“因子 = 积 $\div$ 另一个因子”, 将右边多项式除以 $-2x$ 即可得到横线上的整式.

【详解】 设横线上的整式为 A , 则 $A \times (-2x) = -5x^3 + 6x^2 - 2x$,

所以 $A = (-5x^3 + 6x^2 - 2x) \div (-2x)$,

因为 $\frac{-5x^3}{-2x} = \frac{5}{2}x^2$, $\frac{6x^2}{-2x} = -3x$, $\frac{-2x}{-2x} = 1$,

所以 $A = \frac{5}{2}x^2 - 3x + 1$,

故答案为: $\frac{5}{2}x^2 - 3x + 1$.

9. 因式分解: $-15a^3b^2 + 9a^2b^2 =$ _____.

【答案】 $-3a^2b^2(5a - 3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了提公因式分解因式, 提公因式 $-3a^2b^2$ 即可.

【详解】 解: $-15a^3b^2 + 9a^2b^2 = -3a^2b^2(5a - 3)$

故答案为: $-3a^2b^2(5a - 3)$.

10. 因式分解: $4a^2 - 25 =$ _____.

【答案】 $(2a + 5)(2a - 5)$

【解析】

【分析】 本题主要考查利用公式法分解因式, 利用平方差公式进行因式分解即可.

【详解】 解: $4a^2 - 25 = (2a)^2 - 5^2 = (2a + 5)(2a - 5)$,

故答案为: $(2a + 5)(2a - 5)$.

11. 因式分解: $6x^2 - 5x + 1 =$ _____.

【答案】 $(2x-1)(3x-1)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，熟练掌握因式分解的方法是解题关键.

根据十字相乘法分解因式即可.

【详解】 解： $6x^2 - 5x + 1 = (2x-1)(3x-1)$,

故答案为： $(2x-1)(3x-1)$.

12. 因式分解： $-x^2 - 4xy - 4y^2 =$ _____.

【答案】 $-(x+2y)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的因式分解，选择适当的方法进行因式分解是解题的关键，先提取公因式，再利用完全平方公式因式分解即可.

【详解】 解： $-x^2 - 4xy - 4y^2 = -(x^2 + 4xy + 4y^2) = -(x+2y)^2$

故答案为： $-(x+2y)^2$.

13. 因式分解： $m^2 - 2m + 1 - n^2 =$ _____.

【答案】 $(m-1+n)(m-1-n)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，把一个多项式化成几个整式的乘积的形式，叫做因式分解.因式分解常用的方法有：①提公因式法；②公式法；③十字相乘法；④分组分解法.因式分解必须分解到每个因式都不能再分解为止.

利用完全平方公式和平方差公式分解因式即可.

【详解】 解： $m^2 - 2m + 1 - n^2 = (m-1)^2 - n^2 = (m-1+n)(m-1-n)$.

故答案为： $(m-1+n)(m-1-n)$.

14. 已知多项式 $2x^2 + bx + c$ 分解因式为 $2(x-3)(x+1)$ ，则 $b+c =$ _____.

【答案】 -10

【解析】

【分析】 先计算多项式乘多项式，再计算单项式乘多项式，即可解答.

【详解】解：由题意得：

$$2x^2 + bx + c = 2(x-3)(x+1),$$

$$2x^2 + bx + c = 2(x^2 + x - 3x - 3),$$

$$2x^2 + bx + c = 2x^2 - 4x - 6$$

$$\therefore b = -4, \quad c = -6,$$

$$\therefore b + c = -10,$$

故答案为：-10.

【点睛】本题考查了因式分解-十字相乘法，多项式相乘，熟练掌握因式分解与整式乘法的关系是解题的关键.

15. 已知 $x - y = 5, xy = 3$ 则 $xy^2 - x^2y =$ _____.

【答案】 -15

【解析】

【分析】本题考查因式分解，将式子 $xy^2 - x^2y$ 提公因式分解后，把相关式子的值代入即可求解.

【详解】解： $\because x - y = 5,$

$$\therefore y - x = -5,$$

$$\because xy = 3$$

$$\therefore xy^2 - x^2y = xy(y - x) = 3 \times (-5) = -15.$$

故答案为：-15

16. 如果整式 $x^2 + (2k-1)x + 36$ 是某个整式的平方，那么常数 $k =$ _____.

【答案】 $k = -\frac{11}{2}$ 或 $k = \frac{13}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了完全平方式，根据平方项确定出这两个数是解题的关键，也是难点，熟记完全平方公式对解题非常重要.

先根据两平方项确定出这两个数，再根据完全平方公式的乘积二倍项即可确定 k 的值.

【详解】解： $x^2 + (2k-1)x + 36 = x^2 + (2k-1)x + (\pm 6)^2 = x^2 + 2 \times (\pm 6)x + (\pm 6)^2,$

$$\therefore 2k-1=\pm 12,$$

$$\text{解得: } k=-\frac{11}{2} \text{ 或 } k=\frac{13}{2}$$

$$\text{故答案为: } k=-\frac{11}{2} \text{ 或 } k=\frac{13}{2}.$$

17. 现定义一种新运算： $g(m-n)=g(m)\div g(n)(g(n)\neq 0)$. 若 $g(2)=2$, 则 $g(2)=g(4-2)=g(4)\div g(2)$, 所以 $g(4)=g(2)\cdot g(2)=2\times 2=4$. 若 $g(3)=3$, 则 $g(9)=$ _____.

【答案】 27

【解析】

【分析】题目主要考查新定义运算，理解题意是解题关键.

根据新运算的定义 $g(m-n)=\frac{g(m)}{g(n)}$ (其中 $g(n)\neq 0$) , 利用已知 $g(3)=3$, 通过代入减法的形式逐步求解 $g(9)$ 即可.

$$\text{【详解】解: 根据题意得: } g(6-3)=\frac{g(6)}{g(3)},$$

$$\therefore g(6-3)=g(3),$$

$$\therefore g(3)=\frac{g(6)}{g(3)}, \text{ 即 } g(6)=g(3)\times g(3)=3\times 3=9,$$

$$\text{同理, } g(9-3)=\frac{g(9)}{g(3)},$$

$$\therefore g(9-3)=g(6)=9,$$

$$\therefore 9=\frac{g(9)}{3},$$

$$\therefore g(9)=9\times 3=27,$$

故答案为: 27.

18. 已知长方形周长 8 米, 长方形的长 x 和宽 y 满足 $(1-x^2)(1-y^2)-6xy+19=0$, 则长方形面积为

_____平方米.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用，利用整体和换元的思想是解题的关键.

由长方形周 8 米可得长与宽之和为 4 米，即 $x + y = 4$ 。将给定方程展开并整理，利用 $x + y$ 和 xy 的关系代入化简，得到关于 xy 的二次方程，解之得 $xy = 2$ ，即长方形面积为 2 平方米.

【详解】 由周长公式得:

$$2(x + y) = 8$$

$$x + y = 4$$

$$(1 - x^2)(1 - y^2) - 6xy + 19 = 0$$

$$1 - x^2 - y^2 + x^2y^2 - 6xy + 19 = 0$$

$$x^2y^2 - x^2 - y^2 - 6xy + 20 = 0$$

$$\text{设 } p = xy, \text{ 则 } x^2y^2 = p^2, \text{ 且 } x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 16 - 2p,$$

代入方程:

$$p^2 - (16 - 2p) - 6p + 20 = 0$$

$$p^2 - 16 + 2p - 6p + 20 = 0$$

$$p^2 - 4p + 4 = 0$$

$$(p - 2)^2 = 0$$

$$p = 2$$

故长方形面积为 $xy = 2$ 平方米。

故答案为: 2.

三、解答题

19. 因式分解:

$$(1) \quad 2(a - b)^2 + a(b - a);$$

$$(2) \quad 3a^3 - 6a^2b - 24ab^2;$$

$$(3) 7a^2 - 3b + ab - 21a;$$

$$(4) (a^2 + 1)^2 - 4a^2;$$

$$(5) (a^2 + 5a)^2 - (a^2 + 5a) - 20.$$

【答案】 (1) $(a-b)(a-2b)$

$$(2) 3a(a-4b)(a+2b)$$

$$(3) (a-3)(7a+b)$$

$$(4) (a+1)^2(a-1)^2$$

$$(5) (a^2 + 5a - 5)(a+4)(a+1)$$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等.

(1) 利用提公因式法分解；

(2) 先提取公因式 $3a$ ，再利用十字相乘法分解；

(3) 先分组分解，再利用提公因式法分解；

(4) 先利用平方差公式分解，再利用完全平方公式分解；

(5) 连续运用十字相乘法分解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 2(a-b)^2 + a(b-a)$$

$$= 2(a-b)^2 - a(a-b)$$

$$= (a-b)(2a-2b-a)$$

$$= (a-b)(a-2b);$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } 3a^3 - 6a^2b - 24ab^2$$

$$= 3a(a^2 - 2ab - 8b^2)$$

$$= 3a(a-4b)(a+2b)$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 7a^2 - 3b + ab - 21a \\ &= (7a^2 - 21a) + (ab - 3b) \\ &= 7a(a - 3) + b(a - 3) \\ &= (a - 3)(7a + b); \end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & (a^2 + 1)^2 - 4a^2 \\ &= (a^2 + 1)^2 - (2a)^2 \\ &= (a^2 + 1 + 2a)(a^2 + 1 - 2a) \\ &= (a + 1)^2(a - 1)^2 \end{aligned}$$

【小问 5 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & (a^2 + 5a)^2 - (a^2 + 5a) - 20 \\ &= (a^2 + 5a - 5)(a^2 + 5a + 4) \\ &= (a^2 + 5a - 5)(a + 4)(a + 1) \end{aligned}$$

20. 利用因式分解简便计算: $18.9^2 + 21.3^2 - 18.7^2 - 21.1^2$.

【答案】 16

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用, 熟练掌握因式分解的几种常用方法是解题的关键.

先将原式分组为 $(18.9^2 - 21.1^2) + (21.3^2 - 18.7^2)$, 再利用平方差公式和提取公因式进行分解计算.

$$\begin{aligned}\text{【详解】 解: } & 18.9^2 + 21.3^2 - 18.7^2 - 21.1^2 \\ &= (18.9^2 - 21.1^2) + (21.3^2 - 18.7^2) \\ &= (18.9 + 21.1) \times (18.9 - 21.1) + (21.3 + 18.7) \times (21.3 - 18.7) \\ &= 40 \times (-2.2) + 40 \times 2.6 \\ &= 40 \times (-2.2 + 2.6) \end{aligned}$$

$$= 40 \times 0.4$$

$$= 16.$$

21. 先化简，再求值： $(3a + b)^2 - (3a + b - 1)(3a - b - 1) - 2b^2$ ，其中 $a = -\frac{1}{3}, b = -2$.

【答案】 $6ab + 6a - 1$ ， 1

【解析】

【分析】 此题主要考查整式的化简求值，解题的关键是熟知乘法公式的运用.

根据乘法公式进行化简，再代入 a, b 的值即可求解.

【详解】 解： $(3a + b)^2 - (3a + b - 1)(3a - b - 1) - 2b^2$

$$= 9a^2 + 6ab + b^2 - [(3a - 1)^2 - b^2] - 2b^2$$

$$= 9a^2 + 6ab + b^2 - (9a^2 - 6a + 1 - b^2) - 2b^2$$

$$= 9a^2 + 6ab + b^2 - 9a^2 + 6a - 1 + b^2 - 2b^2$$

$$= 6ab + 6a - 1,$$

当 $a = -\frac{1}{3}, b = -2$,

$$\text{原式} = 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times (-2) + 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 1$$

$$= 4 - 2 - 1$$

$$= 1.$$

22. 在分解因式时，小彬和小颖对同一道题产生了分歧，下面是他们的解答过程，请认真阅读并完成相应的任务.

题目：将 $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$ 分解因式	
小彬的解法： $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$ $= (4x^2 + 4xy + y^2) - (x^2 + 4xy + 4y^2) \text{-----第 1 步}$ $= 3x^2 - 3y^2 \text{-----第 2 步}$ $= 3(x + y)(x - y) \text{-----第 3 步}$	小颖的解法： $(2x + y)^2 - (x + 2y)^2$ $= (2x + y + x + 2y)(2x + y - x + 2y) \text{-----第 1 步}$ $= (3x + 3y)(x + 3y) \text{-----第 2 步}$ $= 3(x + y)(x + 3y) \text{-----第 3 步}$

任务：

(1) 老师批阅后发现两人中只有一人的解答结果正确，则解答正确的同学是_____；

(2) 老师认为两名同学的解答过程都有道理：

小彬同学的第1步依据是运用了_____公式；

小颖同学的第1步依据是运用了_____公式；

(3) 请你按照做错同学的思路，写出正确的解答过程.

【答案】 (1) 小彬 (2) 完全平方，平方差

(3) 见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了公式法进行因式分解、完全平方公式、平方差公式等知识点，熟练掌握上述公式是解题的关键.

(1) 利用因式分解的公式法解答即可；

(2) 利用因式分解的公式法解答即可；

(3) 利用平方差公式解答即可.

【小问1详解】

解：小彬的解答是正确的.

故答案为：小彬；

【小问2详解】

解：小彬同学的第1步依据是运用了完全平方公式；

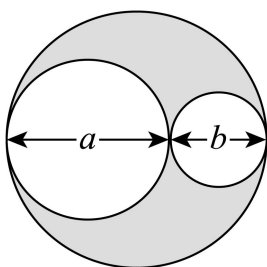
小颖同学的第1步依据是运用了平方差公式；

故答案为：完全平方；平方差；

【小问3详解】

$$\begin{aligned} \text{解：} & (2x+y)^2 - (x+2y)^2 \\ &= (2x+y+x+2y)(2x+y-x-2y) \\ &= (3x+3y)(x-y) \\ &= 3(x+y)(x-y). \end{aligned}$$

23. 如图，一块直径为 $a+b$ 的圆形钢板，从中挖出直径分别为 a 与 b 的两个圆.



- (1) 求剩下的钢板的面积;
- (2) 若剩下的钢板面积是原钢板面积的 $\frac{1}{2}$, 求 a 与 b 的关系.

【答案】(1) $\frac{\pi ab}{2}$

(2) $a = b$

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算, 涉及的知识有: 圆的面积公式, 完全平方公式, 去括号、合并同类项法则, 熟练掌握公式及法则是解答本题的关键.

- (1) 剩下钢板的面积等于大圆的面积减去两个小圆的面积, 利用圆的面积公式列出关系式, 化简即可;
- (2) 根据“剩下的钢板面积是原钢板面积的 $\frac{1}{2}$ ”列出 a 、 b 的等量关系式, 然后利用完全平方公式变形求解即可.

【小问 1 详解】

解: 剩下的钢板的面积为 $\pi \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{b}{2} \right)^2 = \frac{\pi ab}{2}$

【小问 2 详解】

解: 根据题意, 得 $\frac{\pi ab}{2} = \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{a+b}{2} \right)^2$,

化简得 $a^2 - 2ab + b^2 = 0$,

$\therefore (a-b)^2 = 0$,

$\therefore a = b$.

24. 观察下列各式:

$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$$

$$(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1) = x^4 - 1;$$

.....

根据你发现的规律完成下列各题:

(1) 填空: $(x-1) \cdot (\underline{\hspace{2cm}}) = x^5 - 1$;

(2) 填空: $\underline{\hspace{2cm}} = x^n - 1$;

(3) 因式分解: $32x^5 - 1$.

【答案】 (1) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

(2) $(x-1) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x^2 + x + 1)$

(3) $(2x-1)(16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式和整式的乘法运算, 发现规律是解答本题的关键.

(1) 根据题目给出式子得出规律求解即可;

(2) 根据题目给出式子得出规律求解即可;

(3) 根据题意进行因式分解即可.

【小问 1 详解】

解: 根据题意得: $(x-1) \cdot (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^5 - 1$,

故答案为: $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$;

【小问 2 详解】

根据题意得: $(x-1) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x^2 + x + 1) = x^n - 1$,

故答案为: $(x-1) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x^2 + x + 1)$;

【小问 3 详解】

$$32x^5 - 1$$

$$= 2^5 x^5 - 1$$

$$= (2x)^5 - 1$$

$$= (2x-1)[(2x)^4 + (2x)^3 + (2x)^2 + (2x) + 1]$$

$$= (2x-1)(16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1).$$

25. 阅读下列解题过程:

分解因式: $x^4 + (2y+4)x^2 + y^2 + 4y + 4$

分析: 题中 $y^2 + 4y + 4$ 是 $(y+2)^2$, 把 x^2 , $y+2$ 分别看作 a , b , 用公式法分解因式, 即可得

解: 设 $x^2 = a$, $y+2 = b$ 则

$$\text{原式} = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (x^2 + y + 2)^2$$

像这样因式分解的方法叫做运用换元法的因式分解.

请你参照上述方法因式分解: $(1-xy)^2 + (x+y-2)(x+y-2xy)$.

【答案】 $(x-1)^2(y-1)^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式, 解题的关键是理解题意, 熟练掌握完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

设 $xy = a$, $x + y = b$, 则 $(1-xy)^2 + (x+y-2)(x+y-2xy)$ 可变为 $(a-b+1)^2$, 再把 $xy = a$, $x + y = b$ 代入得出最后结果.

【详解】 解: 设 $xy = a$, $x + y = b$,

$$\therefore (1-xy)^2 + (x+y-2)(x+y-2xy)$$

$$= (1-a)^2 + (b-2)(b-2a)$$

$$= 1 - 2a + a^2 + b^2 - 2ab - 2b + 4a$$

$$= a^2 + b^2 - 2ab + 2a - 2b + 1$$

$$= (a-b)^2 + 2(a-b) + 1$$

$$= (a-b+1)^2$$

$$= (xy - x - y + 1)^2$$

$$= [(x-1)(y-1)]^2$$

$$= (x-1)^2(y-1)^2.$$

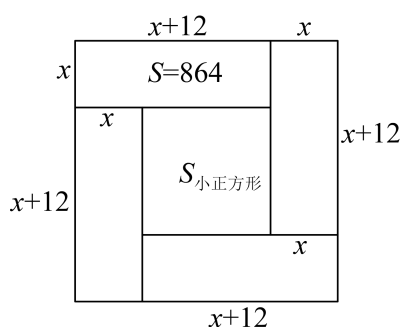
26. 中国古代数学家很早就会利用数形结合思想来解决生活中的一些问题.

杨辉是我国南宋时期的数学家, 一次他画了一张“弦图”, 解决了如下问题: 一块长方形田地的面积是 864

平方步，已知它的宽比长少 12 步，问长与宽是多少？（注：“步”是长度单位，“平方步”是面积单位.1 步 = 5 尺）

解：设宽为 x 步，则长为 $(x+12)$ 步，得方程_____.

如图，杨辉将题目中所说长方形的田地安排成“弦图”中四个相同的长方形，并组成了一个正方形，由题目条件可知小正方形面积是_____平方步，大正方形面积是_____平方步，于是矩形的长与宽的和是步，得到宽（即 x 的一个正数解）为_____步.（在对应序号处填空，写在答题纸上）



请你仿造杨辉的“画图”方法，解方程 $x^2 + 6x - 616 = 0$ （求出一个正数解即可）.（注意：画出示意图，所画图上要有必要数据标记）

【答案】 $x(x+12) = 864$ ；144；3600；60；24；图见解析； $x = 22$

【解析】

【分析】 题目主要考查算术平方根的应用，理解题意，结合图形求解是解题关键.

根据题意，结合图形即可得出结果；将 $x^2 + 6x - 616 = 0$ 变形为 $x(x+6) = 616$ ，然后根据题意画出图形，求解即可.

【详解】 解：设宽为 x 步，则长为 $(x+12)$ 步，得方程 $x(x+12) = 864$.

如图，杨辉将题目中所说长方形的田地安排成“弦图”中四个相同的长方形，并组成了一个正方形，

由题目条件得：小正方形的边长为： $x+12-x=12$ ，面积为 $12^2 = 144$ 平方步，

大正方形的面积是 $4 \times 864 + 144 = 3600$ 平方步，

于是矩形的长与宽的和是 $x+12+x = \sqrt{3600} = 60$ 步，

解得： $x = 24$ 步，

$\therefore$ 宽为 24 步.

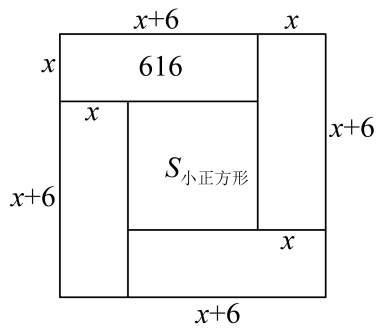
故答案为： $x(x+12) = 864$ ；144；3600；60；24；

$\because x^2 + 6x - 616 = 0$,

$$\therefore x^2 + 6x = 616,$$

$$\therefore x(x+6) = 616,$$

如图所示:



$$\therefore S_{\text{小}} = (x+6-x)^2 = 36,$$

矩形的面积为 616,

$$\therefore (x+6+x)^2 = 616 \times 4 + 36 = 2500,$$

$$\therefore x+6+x = 50,$$

解得: $x = 22$.