

2025-2026 学年上海市普陀区进华中学七年级（上）月考数学试卷（9 月份）

一、选择题：本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列各式正确的是（ ）

A. $3x^2 - 3x^2 = x^2$

B. $m^2 + m^3 = m^5$

C. $4x^2 - 2x^2 = 2$

D. $5a^4b^3 - 4b^3a^4 = a^4b^3$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查整式的运算法则，根据整式的加减运算法则即可求出答案。

【详解】解：A、 $3x^2 - 3x^2 = 0 \neq x^2$ ，故 A 错误；

B、 $m^2 + m^3 \neq m^5$ ，故 B 错误；

C、 $4x^2 - 2x^2 = 2x^2 \neq 2$ ，故 C 错误；

D、 $5a^4b^3 - 4b^3a^4 = a^4b^3$ ，故 D 正确。

故选：D。

2. 计算 $(-5 \times 10^4)^3$ 的结果是（ ）

A. -125×10^{12}

B. -1.5×10^{13}

C. -1.25×10^{14}

D. -15×10^{12}

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是积的乘方、幂的乘方运算及科学记数法，掌握积的乘方及幂的乘方运算法则是解题关键，根据运算顺序及法则计算即可。

【详解】解： $(-5 \times 10^4)^3$

$$= (-5)^3 \cdot (10^4)^3$$

$$= -125 \times 10^{12}$$

$$= -1.25 \times 10^{14},$$

故选：C.

3. 若 $(p^4q^3)^3 < 0$ ，那么 p, q 的关系是 ()

- A. p, q 同号 B. p, q 异号 C. 其中一个为零 D. 以上都不对

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了有理数的乘方，乘方的符号法则，有理数的乘法，正确理解相关法则是解题的关键. 先根据 $(p^4q^3)^3 < 0$ ， $p^4 > 0$ ，确定 q^3 的符号，最后确定 p, q 的关系.

【详解】解： $(p^4q^3)^3 = (p^4)^3 \cdot (q^3)^3 = p^{12}q^9$ ，

$$\because (p^4q^3)^3 < 0,$$

$$\therefore p^{12}q^9 < 0,$$

$$\therefore p, q \neq 0 \text{ 且 } p^{12} > 0,$$

$$\therefore q^9 < 0,$$

$$\therefore q < 0,$$

$\therefore p, q$ 异号或同号，

故选：D.

4. 下列各式中，不能用平方差公式得到的是 ()

- A. $4a^2 - 9b^2$ B. $-1 + \frac{1}{4}b^2$ C. $4x^2 - \frac{1}{4}$ D. $-1 - a^2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查平方差公式，根据平方差公式的结构特点判断即可.

【详解】解：A、 $4a^2 - 9b^2$ 能用平方差公式，不符合题意；

B、 $-1 + \frac{1}{4}b^2$ 能用平方差公式，不符合题意；

C、 $4x^2 - \frac{1}{4}$ ，能用平方差公式，不符合题意；

D、 $-1 - a^2$ ，不能用平方差公式，符合题意；

故选：D.

5. 设 M 是一个多项式，且 $M \div \frac{5}{3}x^2y = -2x^2y^4 + \frac{3}{2}x$ ，那么 M 等于 () .

A. $-\frac{6}{5}x^4y^5 + \frac{9}{10}x^4y^3$

B. $-\frac{6}{5}y^3 + \frac{5}{2}xy$

C. $-\frac{10}{3}x^4y^5 + \frac{5}{2}x^3y$

D. $\frac{10}{3}x^4y^5 - \frac{5}{2}x^3y$

【答案】C

【解析】

【分析】根据被除数等于商乘以除数，计算即可得到 M 的值.

【详解】解：根据题意得： $M = \left(-2x^2y^4 + \frac{3}{2}x\right) \cdot \left(\frac{5}{3}x^2y\right) = -\frac{10}{3}x^4y^5 + \frac{5}{2}x^3y$

故选 C.

【点睛】此题考查了整式的除法，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

二、填空题：本题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分.

6. 用代数式表示： a 的 $1\frac{1}{5}$ 倍的相反数是_____.

【答案】 $-\frac{6}{5}a$

【解析】

【分析】根据题意先求倍数，后求相反数.

【详解】解： a 的 $1\frac{1}{5}$ 倍的相反数表示为： $-\frac{6}{5}a$.

故答案为： $-\frac{6}{5}a$.

【点睛】本题考查列代数式，解题的关键是正确分析数量关系，理清顺序，列出相应的代数式. 同时要求学生注意代数式的书写格式：数字与字母或字母与字母相乘时，乘号省略，且数字要写在字母的前面；除法要写成分数形式；带分数与字母相乘需把带分数化为假分数等. 本题还涉及相反数这一知识点.

7. $-2^2x^{m+1}y^2z$ 是六次单项式，则 $m =$ _____.

【答案】2

【解析】

【分析】本题考查单项式的系数和次数，单项式中数字因数叫做单项式的系数，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数. 根据单项式系数、次数的定义求解即可. 根据单项式的次数的概念列出方程，解方程得

到答案.

【详解】解: $\because -2^2 x^{m+1} y^2 z$ 是六次单项式,

$$\therefore m+1+2+1=6$$

$$\therefore m=2$$

故答案为: 2

8. 填空: $(x+y)(\quad) = y^2 - x^2$.

【答案】 $-x+y$

【解析】

【分析】 本题考查的是平方差公式, 掌握平方差公式是解题关键, 根据平方差公式直接解决问题即可.

【详解】解: $\because (x+y)(-x+y) = y^2 - x^2$,

故答案为: $-x+y$.

9. 如果 $\frac{2}{3}a^m b^3$ 与 $-5a^3 b^n$ 是同类项, 则 $m = \underline{\quad}$, $n = \underline{\quad}$.

【答案】 ①. 3 ②. 3

【解析】

【分析】 本题主要考查的是同类项的定义, 依据所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同可求得 m 、 n 的值.

【详解】解: 由同类项的定义可知 $m=3$, $n=3$.

故答案为: 3, 3.

10. 若一个正方形的边长增加 4cm, 它的面积增加 64cm^2 , 则原来这个正方形的边长是 $\underline{\quad}$.

【答案】 6cm 或 6 厘米

【解析】

【分析】 本题考查的是完全平方公式的应用, 能够理解题意, 列出方程本题关键, 设正方形原来的边长为 x 厘米, 列出方程然后解方程即可.

【详解】解: 设原来这个正方形的边长为 x 厘米,

根据题意得:

$$(x+4)^2 = x^2 + 64,$$

解得: $x=6$,

则原来这个正方形的边长是 6cm,

故答案为: 6cm.

11. 若 $(x+a)(x+b) = x^2 + mx - 36$, 则 m 可取的整数值有_____个.

【答案】 9

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘多项式, 先整理得 $ab = -36, m = a + b$, 再结合 $-36 = 1 \times (-36) = -1 \times 36$, $-36 = 2 \times (-18) = -2 \times 18$, $-36 = 3 \times (-12) = -3 \times 12 = 4 \times (-9) = -4 \times 9 = 6 \times (-6)$, 则分别算出 m 可取的整数值, 即可作答.

【详解】 解: $\because (x+a)(x+b) = x^2 + mx - 36$,

$$\therefore x^2 + (a+b)x + ab = x^2 + mx - 36,$$

$$\therefore ab = -36, m = a + b,$$

$$\text{则 } -36 = 1 \times (-36) = -1 \times 36, -36 = 2 \times (-18) = -2 \times 18,$$

$$-36 = 3 \times (-12) = -3 \times 12 = 4 \times (-9) = -4 \times 9 = 6 \times (-6)$$

$\therefore m$ 为整数

$$\therefore m = 1 + (-36) = -35, m = -1 + 36 = 35, m = 2 + (-18) = -16, m = -2 + 18 = 16,$$

$$m = 3 + (-12) = -9, m = -3 + 12 = 9, m = 4 + (-9) = -5, m = -4 + 9 = 5, m = 6 + (-6) = 0,$$

$\therefore m = -35$ 或 35 或 -16 或 16 或 -9 或 9 或 -5 或 5 或 0 , 共 9 个,

故答案为: 9

$$12. \left(\frac{1}{2}x^{n+2} + 2x^{n+4} \right) \div \left(-\frac{1}{2}x^{n-2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $-x^4 - 4x^6$

【解析】

【分析】 此题考查了整式的除法运算. 注意掌握指数的变化是解此题的关键. 直接利用多项式除以单项式法则求解即可.

$$\text{【详解】 解: 原式} = \frac{1}{2}x^{n+2} \div \left(-\frac{1}{2}x^{n-2} \right) + 2x^{n+4} \div \left(-\frac{1}{2}x^{n-2} \right)$$

$$= -x^4 - 4x^6,$$

故答案为： $-x^4 - 4x^6$.

13. 已知实数 a 、 b 、 c 满足 $|a+1| + (b-5)^2 + (25c^2 + 10c + 1) = 0$, 则 $(abc)^{251} \div (a^7bc) =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了非负数的性质：绝对值，偶次方，代数式求值，根据非负数的性质求出 a 、 b 、 c 的值，再代入计算即可.

【详解】 解： $\because |a+1| + (b-5)^2 + (25c^2 + 10c + 1) = 0$,

$$\therefore |a+1| + (b-5)^2 + (5c+1)^2 = 0 ,$$

$$\therefore a+1=0, \quad b-5=0, \quad 5c+1=0 ,$$

$$\therefore a=-1, \quad b=5, \quad c=-\frac{1}{5} ,$$

$$\therefore (abc)^{251} \div (a^7bc)$$

$$= \left[-1 \times 5 \times \left(-\frac{1}{5} \right) \right]^{251} \div \left[(-1)^7 \times 5 \times \left(-\frac{1}{5} \right) \right]$$

$$= 1^{251} \div 1$$

$$= 1 ,$$

故答案为： 1.

14. 已知多项式 $(2x-1)^2 = ax^2 + bx + c$, 则 $a+b+c =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查的是完全平方公式，掌握完全平方公式特征是解题关键，根据完全平方公式展开得出 $(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$, 可求出 a 、 b 、 c 的值，进而求出结论.

【详解】 解： $(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$,

$$\therefore (2x-1)^2 = ax^2 + bx + c ,$$

$$\therefore a=4, \quad b=-4, \quad c=1 ,$$

$$\therefore a+b+c = 4 + (-4) + 1 = 1 ,$$

故答案为： 1.

15. 若 $x^2 + 2(m-3)x + 16$ 是完全平方式，则 m 的值等于 _____.

【答案】 7 或 -1 或 -1 或 7

【解析】

【分析】 本题主要考查了已知是完全平方式求参数，根据已知完全平方式得出 $2(m-3)x = \pm 2 \cdot x \cdot 4$ ，求出即可.

【详解】 解： $\because x^2 + 2(m-3)x + 16$ 是完全平方式，

$$\therefore 2(m-3)x = \pm 2 \cdot x \cdot 4,$$

解得： $m = 7$ 或 -1 ,

故答案为： 7 或 -1.

16. 一个正整数如果加上 50 或减去 31 都是一个完全平方数，则这个正整数是_____.

【答案】 31 或 175 或 1631

【解析】

【分析】 本题考查因式分解的应用. 设此数为 a ，则 $a + 50 = x^2$ ， $a - 31 = y^2$ ， $x^2 - y^2 = 81$ ，再将 81 分解成为 3 和 27，或 1 和 81，或 9 和 9，分别列得二元一次方程组，求得 x 、 y 的值，即可求得 a 的值.

【详解】 解： 设这个正整数为 a ，则 $a + 50 = x^2$ ， $a - 31 = y^2$ ， $x^2 - y^2 = 81$ ，

$$(x-y)(x+y) = 81,$$

对 81 因式分解，可以分解为 3 和 27，或 1 和 81，或 9 和 9，

所以： $y + x = 27$ ， $x - y = 3$ ，

所以： $x = 15$ ，

由 $a + 50 = x^2$ 得： $a = 175$ ；

或 $y + x = 81$ ， $x - y = 1$ ，

所以： $x = 41$ ，

由 $a + 50 = x^2$ 得： $a = 1631$ ；

或 $y + x = 9$ ， $x - y = 9$ ，

所以： $x = 9$ ，

由 $a + 50 = x^2$ 得： $a = 31$ ；

故答案为：31 或 175 或 1631.

17. 已知 $a^m = 3, a^n = 2$ ，则 $a^{2m+3n} =$ _____.

【答案】 72

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法逆运算，幂的乘方逆运算. 根据同底数幂的乘法逆运算，幂的乘方逆运算法则得到 $a^{2m+3n} = (a^m)^2 \cdot (a^n)^3$ ，再整体代入计算即可.

【详解】 解： $\because a^{2m+3n} = (a^m)^2 \cdot (a^n)^3, a^m = 3, a^n = 2,$

$$\therefore a^{2m+3n} = 3^2 \times 2^3 = 9 \times 8 = 72.$$

故答案为： 72.

18. 已知 $x^2 - 5x + 1 = 0$ ，则 $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ _____.

【答案】 110

【解析】

【分析】 本题考查的是完全平方公式、立方和公式及代数式求值, 先根据完全平方公式变形求出 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$, 再整体代入计算即可.

【详解】 解： $x^2 - 5x + 1 = 0$,

等式两边除以 x 得到 $x + \frac{1}{x} = 5$,

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 5^2 = 25,$$

$$\text{即 } x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25,$$

$$\text{解得 } x^2 + \frac{1}{x^2} = 23,$$

根据立方和的公式 $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$,

$$\text{则 } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 5 \times 22 = 110,$$

故答案为： 110.

19. 方程 $xy + x + y = 5$ 的正整数解为_____.

【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了求二元二次方程的正整数解，分式的正整数解.将二元二次方程整理得到 $x = -1 + \frac{6}{y+1}$,

得到 $y+1$ 为 6 的约数，据此可确定 x, y 的范围，即可求解.

【详解】解：用含 y 的式子表示 x ，得 $x = \frac{5-y}{y+1}$,

整理得 $x = -1 + \frac{6}{y+1}$,

$\because x$ 为整数,

$\therefore \frac{6}{y+1}$ 为整数,

$\therefore y+1$ 为 6 的约数,

$\therefore y+1 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6,$

得 $y = 0, -2, 1, -3, 2, -4, 5, -7,$

$\therefore x = 5, -7, 2, -4, 1, -3, 0, -2$

$\therefore$ 方程 $xy + x + y = 5$ 的正整数解为: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases},$

故答案为: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}.$

20. 已知 $a^2 + b^2 + c^2 + 4d^2 = 2ac + 4bd$ ，则代数式 $2ab + 5cd - 2bc - 5ad = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 0

【解析】

【分析】此题考查了完全平方公式以及代数式求值，熟练掌握运算法则和公式是解本题的关键. 先将原等式化为 $(a-c)^2 + (b-2d)^2 = 0$ ，求出 $a=c$ ， $b=2d$ ，代入代数式计算即可.

【详解】解: $\because a^2 + b^2 + c^2 + 4d^2 = 2ac + 4bd$,

$\therefore a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 4bd + 4d^2 = 0,$

$$\sqrt{(a-c)^2 + (b-2d)^2} = 0,$$

$$\therefore a-c=0, \quad b-2d=0,$$

$$\text{即 } a=c, \quad b=2d,$$

$$\sqrt{2ab+5cd-2bc-5ad} = \sqrt{2bc+5cd-2bc-5cd} = 0.$$

三、解答题：本题共 12 小题，共 60 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

21. 计算： $(4x+3y+z)(4x-3y-z)$.

【答案】 $16x^2 - 9y^2 - 6yz - z^2$

【解析】

【分析】 本题考查的是乘法公式的综合应用，掌握平方差公式及完全平方公式是解题关键，先利用平方差公式计算，再利用完全平方公式计算即可.

【详解】 解： 原式 $= \sqrt{4x+(3y+z)} \sqrt{4x-(3y+z)}$

$$= (4x)^2 - (3y+z)^2$$

$$= 16x^2 - 9y^2 - 6yz - z^2 .$$

22 计算： $2008 \times 2010 - 2009^2$.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 此题考查了平方差公式的应用. 此题比较简单，注意平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. 首先可将原式变形为： $(2009-1)(2009+1) - 2009^2$ ，然后由平方差公式求得答案.

【详解】 解： $2008 \times 2010 - 2009^2$

$$= (2009-1)(2009+1) - 2009^2$$

$$= 2009^2 - 1 - 2009^2$$

$$= -1 .$$

23. 计算： $a^2 \left[a^3 (2ab)^5 + (-5a^4)^2 \cdot 0.2b^2 - (-a^2b)^3 (-3ab)^2 \right]$.

【答案】 $41a^{10}b^5 + 5a^{10}b^2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减混合运算，积的乘方，幂的乘方，同底数幂的运算，对几种幂的正确计算是解题的关键。先进行积的乘方，幂的乘方，同底数幂的乘方运算，然后进行整式的加减运算即可。

【详解】 解：原式 $= a^2(a^3 \times 32a^5b^5 + 25a^8 \times 0.2b^2 + a^6b^3 \times 9a^2b^2)$

$$= 32a^{10}b^5 + 5a^{10}b^2 + 9a^{10}b^5$$

$$= 41a^{10}b^5 + 5a^{10}b^2.$$

24. 计算： $678^2 + 67.8 \times 6440 + 322^2$.

【答案】 1000000

【解析】

【分析】 本题考查的是因式分解在有理数简便运算中的应用，涉及完全平方公式因式分解，利用完全平方公式分解后直接计算即可。

【详解】 解：原式 $= 678^2 + 2 \times 678 \times 322 + 322^2$

$$= (678 + 322)^2$$

$$= 1000^2$$

$$= 1000000.$$

25. 计算： $\left(-\frac{3}{4}\right)^9 \times \left(\frac{1}{1.5}\right)^4 \div \left(-\frac{1}{32}\right)^5 \times 0.25^5$.

【答案】 486

【解析】

【分析】 本题考查的是含乘方的有理数的混合运算、同底数幂乘法的逆运算及积的乘方的逆运算，根据运算顺序和运算法则直接计算即可。

【详解】 解：原式 $= \left(-\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{1}{1.5}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{32}\right)^5$,

$$= \left(-\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right)^5 \times (-32)^5,$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{16}\right)^5 \times (-32)^5,$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{3}{16} \times 32\right)^5,$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times 6^5,$$

$$= \frac{1}{16} \times 6^5,$$

$$= 486.$$

26. 计算: $ab - \left\{ ab - \left[3a^2b - \left(4ab^2 + \frac{1}{2}ab \right) \right] - 3ab^2 \right\}.$

【答案】 $3a^2b - ab^2 - \frac{1}{2}ab$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算，解题的关键是熟练掌握整式的加减运算法则，根据去括号法则和整式的加减运算法则求解即可.

【详解】 解: $ab - \left\{ ab - \left[3a^2b - \left(4ab^2 + \frac{1}{2}ab \right) \right] - 3ab^2 \right\}$

$$= ab - ab + \left[3a^2b - \left(4ab^2 + \frac{1}{2}ab \right) \right] + 3ab^2$$

$$= ab - ab + 3a^2b - \left(4ab^2 + \frac{1}{2}ab \right) + 3ab^2$$

$$= ab - ab + 3a^2b - 4ab^2 - \frac{1}{2}ab + 3ab^2$$

$$= 3a^2b - ab^2 - \frac{1}{2}ab.$$

27. 已知 $(x+y)^2 = 5$, $(x-y)^2 = 6$, 求 xy , $x^2 + y^2$ 的值.

【答案】 $xy = -\frac{1}{4}$, $x^2 + y^2 = \frac{11}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式的应用，由完全平方公式得出 $x^2 + 2xy + y^2 = 5$ ① 和 $x^2 - 2xy + y^2 = 6$ ②，通过两式相加减可求出答案.

【详解】 解: $\because (x+y)^2 = 5,$

$$\therefore x^2 + 2xy + y^2 = 5 \text{ ①},$$

$$\because (x-y)^2 = 6,$$

$$\therefore x^2 - 2xy + y^2 = 6 \text{ ②},$$

$$\text{①} - \text{②}, \text{ 得 } 4xy = -1,$$

$$\therefore xy = -\frac{1}{4},$$

$$\text{①} + \text{②}, \text{ 得 } 2(x^2 + y^2) = 11,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \frac{11}{2}.$$

$$28. \text{ 化简: } (x+y) + \left(2x + \frac{1}{2}y\right) + \left(3x + \frac{1}{6}y\right) + \left(4x + \frac{1}{12}y\right) + \left(5x + \frac{1}{20}y\right) + \left(6x + \frac{1}{30}y\right) + \left(7x + \frac{1}{42}y\right).$$

【答案】 $28x + \frac{13}{7}y$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的加减、有理数的混合运算，首先去括号、合并同类项，利用裂项相消的方法计算 y 的系数.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & (x+y) + \left(2x + \frac{1}{2}y\right) + \left(3x + \frac{1}{6}y\right) + \left(4x + \frac{1}{12}y\right) + \left(5x + \frac{1}{20}y\right) + \left(6x + \frac{1}{30}y\right) + \left(7x + \frac{1}{42}y\right) \\ & x + y + 2x + \frac{1}{2}y + 3x + \frac{1}{6}y + 4x + \frac{1}{12}y + 5x + \frac{1}{20}y + 6x + \frac{1}{30}y + 7x + \frac{1}{42}y \\ & = (x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x + 7x) + \left(y + \frac{1}{2}y + \frac{1}{6}y + \frac{1}{12}y + \frac{1}{20}y + \frac{1}{30}y + \frac{1}{42}y\right) \\ & = (1+2+3+4+5+6+7)x + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}\right)y \\ & = (1+2+3+4+5+6+7)x + \left(1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7}\right)y \\ & = 28x + y \left(1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) \\ & = 28x + \frac{13}{7}y. \end{aligned}$$

29. 比较 2^{100} 与 3^{75} 的大小.

【答案】 $2^{100} < 3^{75}$

【解析】

【分析】把两个数化成指数相同底数不同的数,通过比较底数比较大小.

【详解】解: $2^{100} = (2^4)^{25} = 16^{25}$, $3^{75} = (3^3)^{25} = 27^{25}$.

$\therefore 16^{25} < 27^{25}$, $\therefore 2^{100} < 3^{75}$.

【点睛】本题主要考查幂的乘方的性质,转化为同指数的幂,然后根据底数的大小进行比较是解题的关键.

30. 已知 $13x^2 - 6xy + y^2 - 4x + 1 = 0$, 求 $(xy - x^2)^5$ 的值.

【答案】 $\frac{1}{32}$

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式的应用, 非负数的性质. 由完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 得到 $(3x - y)^2 + (2x - 1)^2 = 0$, 则根据非负数的性质得到 $3x - y = 0$, $2x - 1 = 0$, 再计算出 x 、 y 的值, 然后把 x 、 y 代入所求的代数式中, 然后进行有理数的混合运算.

【详解】解: $\because 13x^2 - 6xy + y^2 - 4x + 1 = 0$,

$\therefore 9x^2 - 6xy + y^2 + 4x^2 - 4x + 1 = 0$,

$\therefore (3x - y)^2 + (2x - 1)^2 = 0$,

$\therefore 3x - y = 0$, $2x - 1 = 0$,

解得 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$,

$\therefore (xy - x^2)^5 = \left[\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right]^5 = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$.

31. 若 $a = 2013x + 2000$, $b = 2013x + 2002$, $c = 2013x + 2004$, 求代数式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$ 的值.

【答案】 12.

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的运用, 由 $a = 2013x + 2000$, $b = 2013x + 2002$, $c = 2013x + 2004$, 求出 $a - b = -2$, $b - c = -2$, $c - a = 4$, 然后通过

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$ 即可求解, 掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】解: $\because a = 2013x + 2000, b = 2013x + 2002, c = 2013x + 2004,$

$$\therefore a - b = -2, b - c = -2, c - a = 4,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$$

$$= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac)$$

$$= \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

$$= \frac{1}{2}[(-2)^2 + (-2)^2 + 4^2]$$

$$= \frac{1}{2}(4 + 4 + 16)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24$$

$$= 12.$$

32. 已知 a, b 为整数, $x^3 + ax^2 + bx + 8$ 可以分解成三个一次因式的乘积, 其中的两个因式为 $x+1$ 和 $x+2$,

求 $a+b$ 的值. (待定系数法)

【答案】 21

【解析】

【分析】 本题考查的是因式分解的应用, 设 $x^3 + ax^2 + bx + 8 = (x+1)(x+2)(x+c)$, 得出
$$\begin{cases} a = 3 + c \\ b = 2 + 3c \\ 2c = 8 \end{cases}$$
 代

入后求值即可求出结论.

【详解】解: 设 $x^3 + ax^2 + bx + 8 = (x+1)(x+2)(x+c)$,

$$\text{则 } x^3 + ax^2 + bx + 8 = x^3 + (3+c)x^2 + (2+3c)x + 2c,$$

$$\therefore \begin{cases} a = 3 + c \\ b = 2 + 3c \\ 2c = 8 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = 7 \\ b = 14 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 7 + 14 = 21.$$

