

## 2025 学年第一学期七年级数学单元练习二

### 一、选择题 (共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 关于整式的概念, 下列说法错误的是 ( )

- A.  $1-a-ab$  是二次三项式  
B.  $\frac{3}{4}\pi x^2$  的系数是  $\frac{3}{4}$   
C.  $x^3y$  是四次单项式  
D.  $-2^2a^2b$  的次数是 3

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了多项式和单项式的相关概念: 单项式系数是指单项式中与字母相乘的数字因数, 单项式次数是所有字母指数的和, 多项式是几个单项式的和, 多项式的次数是指次数最高项的次数, 逐一判断即可解答.

【详解】解: A、 $1-a-ab$  是二次三项式, 故 A 不符合题意;

B、 $\frac{3}{4}\pi x^2$  的系数是  $\frac{3}{4}\pi$  不是  $\frac{3}{4}$ , 故 B 符合题意;

C、 $x^3y$  是四次单项式, 故 C 不符合题意;

D、 $-2^2a^2b$  的次数是 3, 故 D 不符合题意.

故选: B.

2. 下列各对单项式中, 不是同类项的是 ( )

- A. 1 与 2  
B.  $ab$  与  $-ba$   
C.  $\frac{1}{2}ab$  与  $\frac{1}{2}abc$   
D.  $x^2y$  与  $0.25yx^2$ .

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了同类项的知识, 解答本题的关键是掌握同类项中的两个相同, ①所含字母相同, ②相同字母的指数相同. 根据同类项: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同, 结合选项进行判断即可.

【详解】解: A、所有常数项都是同类项, 1 与 2 是同类项, 故本选项不符合题意;

B、 $ab$  与  $-ba$  符合同类项的定义, 是同类项, 故本选项不符合题意;

C、 $\frac{1}{2}ab$  与  $\frac{1}{2}abc$  所含字母不同, 不是同类项, 故本选项符合题意;

D、 $x^2y$  与  $0.25yx^2$  符合同类项的定义, 是同类项, 故本选项不符合题意.

故选：C.

3. 下列计算正确的是 ( )

A.  $a^3 + a^2 = a^5$       B.  $\left[(-a)^2\right]^3 = a^6$       C.  $3a + 2a = 5a^2$       D.  $a^3 \cdot a^3 = a^9$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了合并同类项、幂的乘方、积的乘方、同底数幂相乘，熟练掌握运算是解题的关键. 分别利用各运算法则逐项计算判断即可.

【详解】解：A、 $a^3$  和  $a^2$  不是同类项，不可以合并，原选项错误，不符合题意；

B、 $\left[(-a)^2\right]^3 = (a^2)^3 = a^6$ ，原选项正确，符合题意；

C、 $3a + 2a = 5a \neq 5a^2$ ，原选项错误，不符合题意；

D、 $a^3 \cdot a^3 = a^6 \neq a^9$ ，原选项错误，不符合题意.

故选：B.

4. 若  $a^m = 2$ ， $a^n = 3$ ，则  $a^{m+2n}$  的值 ( )

A. 8      B. 11      C. 12      D. 18

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂乘法的逆用、幂的乘方的逆运算，解题的关键是能够正确运用这些运算法则. 根据同底数幂乘法的逆用、幂的乘方的逆运算进行变形求解即可.

【详解】解：∵  $a^m = 2$ ， $a^n = 3$ ，

$$\therefore a^{m+2n} = a^m \cdot a^{2n} = a^m \cdot (a^n)^2 = 2 \times 3^2 = 18.$$

故选：D.

5. 下列说法中，正确的是 ( )

A. 当  $n$  为偶数时， $-a^n$  和  $(-a)^n$  相等

B.  $-a^n$  和  $(-a)^n$  一定互为相反数

C. 当  $n$  为奇数时， $-a^n$  和  $(-a)^n$  相等

D.  $-a^n$  和  $(-a)^n$  一定不相等

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了有理数的乘方，难点在于分 $n$ 是偶数和奇数讨论.比较表达式 $-a^n$ 和 $(-a)^n$ 在不同奇偶性指数下的结果，判断各选项的正确性.

【详解】解：A、当 $n$ 为偶数时， $(-a)^n = a^n$ ，而 $-a^n$ 为 $a^n$ 的相反数，故A不符合题意；

B、当 $n$ 为奇数时， $(-a)^n = -a^n$ ，此时 $-a^n$ 与 $(-a)^n$ 相等，而非互为相反数，故B不符合题意；

C、当 $n$ 为奇数时， $(-a)^n = -a^n$ ，故C符合题意；

D、当 $n$ 为奇数时， $-a^n$ 与 $(-a)^n$ 相等，故D不符合题意.

故选：C.

6. 如果 $A$ 是一个五次整式， $B$ 是一个四次整式，则 $A-B$ 一定是（ ）

A. 次数大于五次的整式

B. 五次整式

C. 九次整式

D. 次数小于五次的整式.

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查整式的加减.多项式的次数由最高次项决定.

【详解】解： $\because$ 整式相减后的次数不超过原式中较高的次数，

又 $\because A$ 是五次整式， $B$ 是四次整式，

$\therefore A-B$ 的次数至多为五次，

并且 $A$ 的五次项系数在减法中不会被 $B$ 影响，因为 $B$ 最高为四次项，

$\therefore A-B$ 中仍存在五次项，

$\therefore A-B$ 一定是五次整式.

故选：B.

## 二、填空题（共12题，每空2分，满分24分）

7. 一个单项式满足下列三个条件：①系数是2；②次数是3；③只含有两个字母. 写出一个满足上述条件的单项式：\_\_\_\_\_.

【答案】 $2x^2y$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】本题考查了单项式的概念和单项式的次数的概念，单项式的次数是指单项式中所有字母因数的指

数和, 根据单项式系数、次数的定义来求解即可.

【详解】解:  $\because$  单项式满足: ①系数是 2; ②次数是 3; ③只含有两个字母

$\therefore$  满足单项式的条件如:  $2x^2y$ ,

故答案为:  $2x^2y$ .

8. 计算:  $(-x^4)^5 \cdot (-x^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】  $x^{22}$

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂乘法: 底数不变指数相加, 幂的乘方: 底数不变指数相乘, 有理数的乘方法则. 根据这些法则计算即可.

【详解】 解:  $(-x^4)^5 \cdot (-x^2) = (-x^{20}) \cdot (-x^2) = x^{22}$ .

故答案为  $x^{22}$ .

9. 整式  $-\frac{3x^2y^3z+2yz-3}{5}$  是 \_\_\_\_\_ 次 \_\_\_\_\_ 项式, 其中常数项是 \_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 六 ②. 三 ③.  $\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式, 掌握多项式中最高次项的次数叫多项式的次数, 不含字母的项叫多项式的常数项是解题的关键.

根据多项式的次数和常数项的定义得出即可.

【详解】 解: 整式  $-\frac{3x^2y^3z+2yz-3}{5}$  是七次三项式, 其中常数项是  $\frac{3}{5}$ .

故答案为: 六, 三,  $\frac{3}{5}$ .

10. 若  $a-1=-3b$ ,  $2^a \times 8 \times 2^{3b}$  的值为 \_\_\_\_\_.

【答案】 16

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法, 首先根据  $a-1=-3b$ , 可得:  $a+3b=1$ , 把 8 写成  $2^3$ , 再根据同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 可得: 原式  $= 2^{a+3b+3}$ , 从而可得: 结果为  $2^4 = 16$ .

【详解】 解:  $\because a-1=-3b$ ,

$$\therefore a+3b=1,$$

$$2^a \times 8 \times 2^{3b}$$

$$= 2^a \times 2^3 \times 2^{3b}$$

$$= 2^{a+3+3b}$$

$$= 2^{a+3b+3}$$

$$= 2^{1+3}$$

$$= 2^4$$

$$= 16$$

故答案为：16.

11. 整式  $a^3b - a^2 + 3ab^2 - 4a^5 + 3$  按  $a$  升幂排列的结果是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $3 + 3ab^2 - a^2 + a^3b - 4a^5$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了多项式，多项式是几个单项式的和.先分清各项，按照  $a$  的升幂排列，就是把每一项按照  $a$  的指数从低到高排列，注意检查符号和是否漏项.

**【详解】** 解：  $a^3b - a^2 + 3ab^2 - 4a^5 + 3$  按  $a$  升幂排列：  $3 + 3ab^2 - a^2 + a^3b - 4a^5$ .

故答案为  $3 + 3ab^2 - a^2 + a^3b - 4a^5$ .

12. 已知一个多项式与  $3x^2 + 9x$  的和等于  $3x^2 + 4x - 1$ ，则这个多项式是\_\_\_\_\_

**【答案】**  $-5x - 1$

**【解析】**

**【分析】** 根据多项式的加减运算法则计算即可.

**【详解】** 根据题意可得：

$$3x^2 + 4x - 1 - (3x^2 + 9x)$$

$$= 3x^2 + 4x - 1 - 3x^2 - 9x$$

$$= (3-3)x^2 + (4-9)x - 1$$

$$= -5x - 1,$$

故答案为：  $-5x - 1$ .

**【点睛】** 本题主要考查了整式的加减. 整式的加减运算就是首先根据去括号的法则去括号，然后再根据合

并同类项的法则合并同类项.

13. 比较大小:  $2^{65}$  \_\_\_\_\_  $3^{52}$

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方, 有理数比较大小. 要比较  $2^{65}$  和  $3^{52}$  的大小, 思路是根据幂的乘方运算法则将两者转化为相同指数的幂, 通过比较底数判断大小.

【详解】 解:  $\because 2^{65}$  和  $3^{52}$  的指数分别是 65 和 52,

65 和 52 的最大公因数是 13,

$$\therefore 2^{65} = 2^{5 \times 13} = (2^5)^{13} = 32^{13},$$

$$3^{52} = 3^{4 \times 13} = (3^4)^{13} = 81^{13},$$

$$\because 32 < 81,$$

$$\therefore 32^{13} < 81^{13},$$

$$\text{即 } 2^{65} < 3^{52}.$$

故答案为 <.

14. 已知  $2a^3b^{n+1}$  和  $-a^{m-2}b^2$  是同类项, 则  $2m+3n=$  \_\_\_\_\_.

【答案】 13

【解析】

【分析】 本题考查了同类项的定义. 根据同类项的定义, 所含字母相同且相同字母的指数也相同的项是同类项, 因此, 两个单项式中对应字母的指数必须相等, 由此可求出  $m$ 、 $n$  的值, 从而得出  $2m+3n$  的值.

【详解】 解:  $\because 2a^3b^{n+1}$  和  $-a^{m-2}b^2$  是同类项

$$\therefore m-2=3, \quad n+1=2,$$

$$\therefore m=5, \quad n=1,$$

$$\therefore 2m+3n=2 \times 5+3 \times 1=13.$$

故答案为 13.

15. 若关于  $x$  的整式  $(m-3)x^{|m|}+x^2$  是三次二项式, 则  $m=$  \_\_\_\_\_.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查多项式的项数和次数，根据多项式的次数是多项式中最高次项的次数，多项式的项数为组成多项式的单项式的个数求解即可.

【详解】 解：  $\because$  多项式  $(m-3)x^{|m|}+x^2$  是三次二项式，

$$\therefore |m|=3, \quad m-3 \neq 0,$$

$$\therefore m=-3.$$

故答案为：  $-3$ .

16. 规定  $a\Delta b = a + b + ab - 1$ ，  $a\Box b = a^2 - ab + b^2$ ， 那么  $3\Delta(2\Box 4) =$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 50

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的混合运算，新定义的理解，先根据  $2\Box 4 = 2^2 - 2 \times 4 + 4^2$  计算，再将结果与 3 进行新运算即可.

【详解】 根据题意，得  $3\Delta(2\Box 4) = 3\Delta(2^2 - 2 \times 4 + 4^2) = 3\Delta 12 = 3 + 12 + 3 \times 12 - 1 = 50$ .

故答案为： 50.

17. 请写出一个整式，使其同时满足以下条件：①该整式中只含有字母  $x$ ；②该整式的次数为 5，项数为 3；③该整式不含二次项：\_\_\_\_\_.

【答案】  $x^5 + x + 1$  (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了整式. 根据整式的定义和题目的要求写出即可.

【详解】 解： 这个整式可以是：  $x^5 + x + 1$ ,

故答案为：  $x^5 + x + 1$  (答案不唯一).

18. 已知  $5^a = 4$ ，  $5^b = 6$ ，  $5^c = 9$ ， 则  $a$ ，  $b$ ，  $c$  之间满足的等量关系是\_\_\_\_\_.

【答案】  $a + c = 2b$

【解析】

【分析】 根据  $4 \times 9 = 6^2$ ，把各数代入即可求解.

【详解】  $\because 4 \times 9 = 6^2$ ，  $5^a = 4$ ，  $5^b = 6$ ，  $5^c = 9$

$$\therefore 5^a \times 5^c = (5^b)^2 = 5^{2b}$$

$$\text{故 } 5^{a+c} = 5^{2b}$$

$$\therefore a+c=2b$$

故答案为:  $a+c=2b$ .

【点睛】此题主要考查幂的运算, 解题的关键是熟知幂的运算法则.

### 三、简答题 (共 6 题, 第 19、20、21、22、23、24 题, 各 5 分, 满分 30 分)

19. 合并同类项:  $-7a+b-\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b$ .

【答案】  $-\frac{15}{2}a+\frac{5}{3}b$

【解析】

【分析】本题考查了合并同类项, 掌握合并同类项的运算法则是解题的关键, 合并同类项法则: “合并同类项后, 所得项的系数是合并前各同类项的系数和, 且字母连同它的指数不变”, 根据合并同类项法则计算即可.

【详解】解:  $-7a+b-\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b$

$$= -7a - \frac{1}{2}a + \left(b + \frac{2}{3}b\right)$$
$$= -\frac{15}{2}a + \frac{5}{3}b.$$

20. 计算:  $10^3 \cdot 10^{m-1} \cdot 10^{2m+2}$ .

【答案】  $10^{3m+4}$

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂的乘法, 熟练掌握同底数幂的乘法的运算法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加是解题的关键.

根据同底数幂的乘法的运算法则计算即可.

【详解】解: 原式  $= 10^{3+m-1+2m+2} = 10^{3m+4}$ .

21. 计算:  $(x^m)^3 \cdot (x^3)^m - 2(x^2)^{3m}$ .

【答案】  $-x^{6m}$

【解析】

【分析】本题主要考查了幂的乘方, 同底数幂相乘法, 合并同类项, 先根据幂的乘方, 同底数幂相乘法则计算, 然后合并同类项即可.

【详解】解:  $(x^m)^3 \cdot (x^3)^m - 2(x^2)^{3m}$

$$= x^{3m} \cdot x^{3m} - 2x^{6m}$$

$$= x^{6m} - 2x^{6m}$$

$$= -x^{6m}.$$

22. 计算:  $5x^2y - x^2 - \frac{1}{2}(10yx^2 - 3x^2 + 2y).$

【答案】  $\frac{1}{2}x^2 - y$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算，先根据去括号法则去掉括号，再根据合并同类项的法则合并同类项即可.

【详解】 解:  $5x^2y - x^2 - \frac{1}{2}(10yx^2 - 3x^2 + 2y)$   
 $= 5x^2y - x^2 - \frac{1}{2} \times 10yx^2 + \frac{1}{2} \times 3x^2 - \frac{1}{2} \times 2y$   
 $= 5x^2y - x^2 - 5x^2y + \frac{3}{2}x^2 - y$   
 $= (5-5)x^2y + \left(-1 + \frac{3}{2}\right)x^2 - y$   
 $= \frac{1}{2}x^2 - y$

23. 计算，结果用幂的形式表示:  $2(b-a)^3 \cdot (a-b)^2 - 3(a-b)^4 \cdot (b-a).$

【答案】  $-(b-a)^5$

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂乘法法则: 同底数幂相乘底数不变指数相加，有理数的乘方性质，合并同类项. 先利用有理数乘方的性质  $(a-b)^2 = (b-a)^2$ ,  $(a-b)^4 = (b-a)^4$  将幂的底数变成相同，再根据同底数幂乘法法则计算，最后合并同类项.

【详解】 解: 原式  $= 2(b-a)^3(b-a)^2 - 3(b-a)^4(b-a)$   
 $= 2(b-a)^5 - 3(b-a)^5$   
 $= -(b-a)^5$

故答案为  $-(b-a)^5$ .

24. 先化简，再求值：  $4xy - \left[ (x^2 + 5xy - y^2) - (x^2 + 3xy - 2y^2) \right]$ ，其中， $x$  是最大的负整数， $y = 2$ 。

【答案】  $2xy - y^2$ ， $-8$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的化简求值。先去括号，合并同类项，然后代入数值求值。

【详解】 解：  $4xy - \left[ (x^2 + 5xy - y^2) - (x^2 + 3xy - 2y^2) \right]$

$$= 4xy - (x^2 + 5xy - y^2 - x^2 - 3xy + 2y^2)$$

$$= 4xy - (2xy + y^2)$$

$$= 4xy - 2xy - y^2$$

$$= 2xy - y^2,$$

$\because x$  是最大的负整数，

$$\therefore x = -1,$$

当  $x = -1$ ， $y = 2$  时，原式  $= 2 \times (-1) \times 2 - 2^2 = -4 - 4 = -8$ 。

#### 四、解答题（共 4 题，第 25、26、27、28 题，各 7 分，共 28 分）

25. 已知  $A = 3a^2b - 2ab^2 + abc$ ，晓风错将“ $2A - B$ ”看成“ $2A + B$ ”，算得结果

$$C = 4a^2b - 3ab^2 + 4abc.$$

(1) 计算  $B$  的表达式；

(2) 求正确的结果的表达式；

(3) 晓华说 (2) 中的结果的大小与  $c$  的取值无关，对吗？若  $a = \frac{1}{8}$ ， $b = \frac{1}{5}$ ，求 (2) 中代数式的值。

【答案】 (1)  $-2a^2b + ab^2 + 2abc$

$$(2) 8a^2b - 5ab^2$$

(3) 结果的大小与  $c$  的取值无关，0

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的加减，涉及的知识有：去括号、合并同类项，熟练掌握运算法则是解题的关键；

(1) 由  $2A + B = C$  得  $B = C - 2A$ ，将  $C$ 、 $A$  代入计算可得；

(2) 将  $A$ 、 $B$  代入  $2A - B$  计算即可；

(3) 由化简后的代数式中无字母  $c$  可知其值与  $c$  无关, 将  $a$ 、 $b$  的值代入计算即可.

【小问 1 详解】

解:  $\because 2A + B = C$

$$\therefore B = C - 2A$$

$$= 4a^2b - 3ab^2 + 4abc - 2(3a^2b - 2ab^2 + abc)$$

$$= 4a^2b - 3ab^2 + 4abc - 6a^2b + 4ab^2 - 2abc$$

$$= -2a^2b + ab^2 + 2abc.$$

故  $B$  的表达式为  $-2a^2b + ab^2 + 2abc$ .

【小问 2 详解】

解:  $2A - B = 2(3a^2b - 2ab^2 + abc) - (-2a^2b + ab^2 + 2abc)$

$$= 6a^2b - 4ab^2 + 2abc + 2a^2b - ab^2 - 2abc$$

$$= 8a^2b - 5ab^2.$$

故正确的结果的表达式为  $8a^2b - 5ab^2$ .

【小问 3 详解】

解: 由 (2) 得  $2A - B = 8a^2b - 5ab^2$

$\because$  代数式中无字母  $c$

$\therefore$  其值与  $c$  无关是对的

将  $a = \frac{1}{8}$ ,  $b = \frac{1}{5}$  代入得:

$$2A - B = 8a^2b - 5ab^2 = 8 \times \left(\frac{1}{8}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right) - 5 \times \left(\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{40} - \frac{1}{40} = 0.$$

26. 若  $a^m = a^n$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ,  $m, n$  是正整数), 则  $m = n$ .

你能利用上面的结论解决下面的 3 个问题吗? 试试看, 相信你一定行!

(1) 如果  $27^x = 3^9$ , 求  $x$  的值;

(2) 如果  $2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}$ , 求  $x$  的值;

(3) 已知  $x$  满足  $2^{2x+3} - 2^{2x+1} = 48$ , 求  $x$  的值.

【答案】 (1) 3 (2) 3

(3) 1.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的有关运算，解题关键是熟练掌握同底数幂相乘法则、幂的乘方法则和解一元一次方程.

(1) 先把已知等式中的等式写成底数是 3 的幂，然后列出关于  $x$  的方程，解方程求出  $x$  即可；

(2) 先把已知等式中的等式写成底数是 2 的幂，然后根据幂的乘方和同底数幂相乘法则进行计算，然后列出关于  $x$  的方程，解方程求出  $x$  即可；

(3) 先把已知等式中的等式写成底数是 2 的幂，然后逆用乘法分配律进行计算，从而列出关于  $x$  的方程，解方程求出  $x$  即可.

【小问 1 详解】

解:  $\because 27^x = 3^9$ ,

$$(3^3)^x = 3^9,$$

$$3^{3x} = 3^9,$$

$$\therefore 3x = 9,$$

$$x = 3;$$

【小问 2 详解】

解:  $2 \times 8^x \times 16^x = 2^{22}$ ,

$$2 \times (2^3)^x \times (2^4)^x = 2^{22},$$

$$2 \times 2^{3x} \times 2^{4x} = 2^{22},$$

$$2^{7x+1} = 2^{22},$$

$$\therefore 7x+1 = 22,$$

$$7x = 21,$$

$$x = 3;$$

【小问 3 详解】

解:  $2^{2x+3} - 2^{2x+1} = 48$ ,

$$2^{2x+1} \cdot 2^2 - 2^{2x+1} = 3 \times 2^4,$$

$$2^{2x+1} \times (4-1) = 3 \times 2^4,$$

$$3 \times 2^{2x+1} = 3 \times 2^4,$$

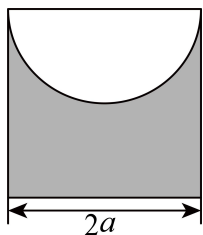
$$2^{2x+1} = 2^4,$$

$$2x + 1 = 4,$$

$$2x = 3,$$

$$x = 1.5.$$

27. 如图, 已知正方形的边长为  $2a$ , 在正方形的上方挖去一个半圆,



(1) 用含  $a$  的代数式表示阴影部分的面积.

(2) 当  $a = 2\text{cm}$  时, 求阴影部分的面积. ( $\pi$  取 3.14)

**【答案】** (1)  $\frac{8-\pi}{2}a^2$

(2)  $9.76\text{cm}^2$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了代数式, 代数式求值, 解题的关键是掌握正方形的面积, 半圆的面积.

(1) 用正方形的面积减去半圆的面积即可;

(2) 将  $a = 2\text{cm}$  代入 (1) 中阴影面积的代数式, 计算即可.

**【小问 1 详解】**

解: 根据题意: 阴影部分的面积为  $(2a)^2 - \frac{1}{2}a^2 \times \pi = \frac{8-\pi}{2}a^2$ ,

**【小问 2 详解】**

解: 当  $a = 2\text{cm}$  时, 阴影部分的面积为:  $\frac{8-3.14}{2} \times 2^2 = 9.72(\text{cm}^2)$ .

28. 阅读材料, 回答问题.

材料一: 因为  $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ ,  $2^2 = 2 \times 2$ , 所以  $2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^5$ .

材料二: 求  $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$  的值.

解: 设  $S = 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$  ①,

则  $3S = 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7$  ②,

用②-①得  $3S - S = (3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) - (3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6) = 3^7 - 3$ .,

所以  $2S = 3^7 - 3$ , 即  $S = \frac{3^7 - 3}{2}$ , 所以  $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = \frac{3^7 - 3}{2}$ .

这种方法我们称为“错位相减法”.

(1) 填空:  $5 \times 5^8 = 5^9$ ;

(2) “棋盘摆米”是一个著名的数学故事: 阿基米德与国王下棋, 国王输了, 国王问阿基米德要什么奖赏. 阿基米德对国王说: “我只要在棋盘上第一格放一粒米, 第二格放二粒, 第三格放四粒, 第四格放八粒...按这个方法放满整个棋盘就行.” 国王以为要不了多少粮食, 就随口答应了.

①国际象棋共有 64 个格子, 则在第 64 格中应放\_\_\_\_\_粒米;

②设国王输给阿基米德的总米粒数为  $S$ , 求  $S$ .

【答案】(1) 9 (2) ①  $2^{63}$ ; ②  $S = 2^{64} - 1$

【解析】

【分析】此题主要考查规律型: 图形的变化类, 有理数的混合运算, 数学常识, 列代数式, 解答本题的关键是能准确理解并运用定义和同底数幂相乘运算法则进行求解.

(1) 根据材料一进行求解;

(2) ①由题意可得, 第  $n$  个格放  $2^{n-1}$  粒米进行求解;

②根据材料二中的方法进行求解.

【小问 1 详解】

解: 由题意得,  $5 \times 5^8 = 5^9$ ,

故答案为: 9;

【小问 2 详解】

解: ①由题意得, 第一格放的米粒数为 1;

第二格放的米粒数为  $2 = 2^1$ ;

第三格放的米粒数为  $4 = 2^2$ ;

第四格放的米粒数为  $8 = 2^3$ ;

...

∴第  $n$  格放的米粒数为  $2^{n-1}$ ,

∴在第 64 格中应放  $2^{63}$  粒米;

故答案为:  $2^{63}$ ;

②由题意得:

$$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{63},$$

$$\text{则 } 2S = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{64},$$

$$\backslash 2S - S = 2^{64} - 1,$$

$$\text{即 } S = 2^{64} - 1.$$