

2025 学年第一学期七年级数学学科 12 月自适应练习卷

(时间: 90 分钟 总分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每小题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列运算正确的是 ()

- A. $2a^2 + 3a^2 = 6a^2$ B. $a^2 + a^4 = a^6$ C. $2a + 3b = 6ab$ D. $a + 2a = 3a$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查合并同类项, 根据合并同类项等规则判断各选项是否正确.

【详解】解: $\because 2a^2 + 3a^2 = 5a^2 \neq 6a^2$, $\therefore$ 选项 A 计算错误;

$\because a^2$ 和 a^4 不是同类项, 不能合并为 a^6 , $\therefore$ 选项 B 计算错误;

$\because 2a$ 和 $3b$ 不是同类项, 不能合并也不能相乘为 $6ab$, $\therefore$ 选项 C 计算错误;

$\because a$ 和 $2a$ 是同类项, $\therefore a + 2a = 3a$, 选项 D 计算正确.

故选 D.

2. 下列各式从左到右变形是因式分解的是 ()

- A. $4x^2 - 4x + 1 = 4x(x - 1) + 1$ B. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
C. $(x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2$ D. $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的定义, 掌握因式分解的定义是解题的关键. 根据因式分解的定义逐项判断即可.

【详解】解: 因式分解需满足左边为多项式, 右边为整式的乘积,

选项 A: 右边不是整式的乘积的形式, 不符合题意;

选项 B: 左边 $x^2 - y^2$ 为多项式, 右边 $(x - y)(x + y)$ 为整式乘积, 符合题意;

选项 C: 左边为乘积, 右边为多项式, 是整式乘法, 不符合题意;

选项 D: 左边为乘积, 右边为多项式, 是整式乘法, 不符合题意;

故选: B.

3. 下列分式中是最简分式的是 ()

A. $\frac{2x}{x^2+1}$

B. $\frac{x-1}{x^2-1}$

C. $\frac{ab}{-2bc}$

D. $\frac{y-1}{2-2y}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了最简分式：分子与分母没有公因式的分式，叫做最简分式，熟记最简分式的定义是解题关键。根据最简分式的定义逐项判断即可得。

【详解】解：A、 $\frac{2x}{x^2+1}$ 是最简分式，则此项符合题意；

B、 $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$ ，则此项不是最简分式，不符合题意；

C、 $\frac{ab}{-2bc} = -\frac{a}{2c}$ ，则此项不是最简分式，不符合题意；

D、 $\frac{y-1}{2-2y} = \frac{y-1}{-2(y-1)} = -\frac{1}{2}$ ，则此项不是最简分式，不符合题意；

故选：A.

4. 当分式 $\frac{a^2-4}{a-2}$ 的值等于 0 时， a 的值为（ ）

A. $a=2$

B. $a=-2$

C. $a=\pm 2$

D. $a=\pm 4$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了分式的值为零的条件，根据分式的值为零的条件为：分子等于零，分母不等于零，计算即可得解，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键。

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{a^2-4}{a-2}$ 的值等于 0 时，

$$\therefore a^2-4=0 \text{ 且 } a-2 \neq 0,$$

解得： $a=-2$ ，

故选：B.

5. 以下表示新能源汽车图标图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）





【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了轴对称图形和中心对称图形，根据：如果一个图形沿着一条直线折叠，直线两边的部分互相重合，那么这个图形是轴对称图形；在平面内，把一个图形绕着某个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点叫做它的对称中心，即可判断.

【详解】 解：A、是中心对称图形，不是轴对称图形，不符合题意；

B、既是中心对称图形，也是轴对称图形，符合题意；

C、既不是中心对称图形，也不是轴对称图形，不符合题意；

D、不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

故选：B.

6. 如图1所示，有两张完全相同的大正方形纸片 I、II，从纸片 I 的四个角裁剪四个完全相同的小正方形，并将四个小正方形纸片拼放在纸片 II 的四个顶点处. 图2中已标出裁剪后 I、II 纸片尺寸，并且裁剪后的面积分别为 S_I 、 S_{II} (图2中阴影部分).

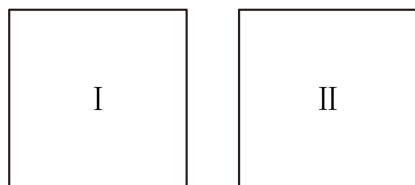


图1

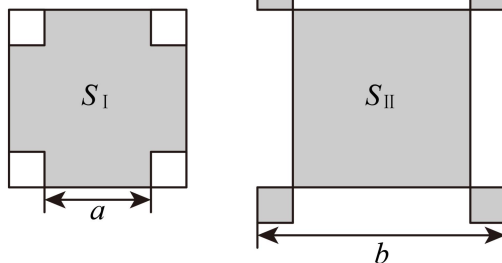


图2

小海认为： $S_{II} - S_I = \frac{1}{2}(b+a)^2$ ；乐乐认为： $S_{II} - S_I = \frac{1}{2}(b-a)^2$.

关于小海和乐乐观点，下列说法正确的是 ()

A. 小海正确、乐乐正确；

B. 小海错误、乐乐正确；

C. 小海正确、乐乐错误；

D. 小海错误、乐乐错误.

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了乘法公式与几何图形，设四个小正方形的边长为 x ，根据原正方形的边长不变可列方程求出 $x = \frac{b-a}{4}$ ，然后根据割补法分别求出 S_I 、 S_{II} ，最后计算 $S_{II} - S_I$ ，即可判断.

【详解】 解：设四个小正方形的边长为 x ，

根据题意，得 $a + 2x = b - 2x$ ，

解得： $x = \frac{b-a}{4}$ ，

$$\therefore S_I = (2x + a)^2 - 4x^2 = \left(2 \times \frac{b-a}{4} + a\right)^2 - 4\left(\frac{b-a}{4}\right)^2 = \frac{(b+a)^2}{4} - \frac{(b-a)^2}{4},$$

$$S_{II} = (b - 2x)^2 + 4x^2 = \left(b - 2 \times \frac{b-a}{4}\right)^2 + 4\left(\frac{b-a}{4}\right)^2 = \frac{(b+a)^2}{4} + \frac{(b-a)^2}{4},$$

$$\therefore S_{II} - S_I = \frac{(b+a)^2}{4} + \frac{(b-a)^2}{4} - \left[\frac{(b+a)^2}{4} - \frac{(b-a)^2}{4}\right] = \frac{1}{2}(b-a)^2,$$

$\therefore$ 小海错误、乐乐正确，

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

7. 将代数式 $5x^{-2}y^6$ 写成只含有正整数指数幂的形式： $5x^{-2}y^6 =$ _____.

【答案】 $\frac{5y^6}{x^2}$

【解析】

【分析】 直接利用负指数幂的性质化简得出答案.

【详解】 解： $5x^{-2}y^6 = \frac{5y^6}{x^2}$.

故答案为： $\frac{5y^6}{x^2}$.

【点睛】 此题主要考查了负整数指数幂的性质，正确掌握相关性质是解题关键.

8. 若 $3x^3y^n$ 与 $-2x^m y^2$ 是同类项，则 $m + n =$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题主要考查了同类项的定义，解题关键是熟练掌握同类项是含有相同的字母，相同字母的指数也相同的单项式.

根据同类项是含有相同的字母，相同字母的指数也相同的单项式，求出 m ， n ，再代入所求代数式进行计算即可.

【详解】 解： $\because 3x^3y^n$ 与 $-2x^m y^2$ 是同类项，

$$\therefore m = 3, n = 2,$$

$$\therefore m + n = 5,$$

故答案为：5.

9. 因式分解： $5x^3y - 10x^2y^2 =$ _____.

【答案】 $5x^2y(x - 2y)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，熟练找出公因式是解决问题的关键。用提公因式法因式分解即可。

【详解】 解： $5x^3y - 10x^2y^2,$

$$= 5x^2y(x - 2y).$$

故答案为： $5x^2y(x - 2y)$.

10. 计算： $(-12x^2y^3z + 3xy^2) \div (-3xy^2) =$ _____.

【答案】 $4xyz - 1$

【解析】

【分析】 用前者括号里的每一个单项式除以后者括号里的单项式，最后把所得的结果相加即可得出答案。

【详解】 原式 $= -12x^2y^3z \div (-3xy^2) + 3xy^2 \div (-3xy^2)$

$$= 4xyz - 1,$$

故答案为： $4xyz - 1$.

【点睛】 本题主要考查了多项式除以单项式，熟练掌握相关运算法则是解题关键。

11. 若分式 $\frac{x-3}{2x+1}$ 有意义，则 x 满足的条件是_____.

【答案】 $x \neq -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式有意义的条件，熟练掌握分式有意义的条件为分母不等于零是解题的关键。直接根据分式有意义的条件进行计算即可。

【详解】 解： $\because$ 分式 $\frac{x-3}{2x+1}$ 有意义，

$$\therefore 2x + 1 \neq 0,$$

解得： $x \neq -\frac{1}{2},$

故答案为: $x \neq -\frac{1}{2}$.

12. 若关于 x 的方程 $\frac{3x-2}{x-1} = 2 + \frac{m}{1-x}$ 有增根, 则 m 的值为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根, 正确理解分式方程增根的含义是解题的关键.

首先把所给的分式方程化为整式方程 $3x-2=2(x-1)-m$, 然后根据分式方程有增根, 得到 $x-1=0$, 据此求出 $x=1$, 代入整式方程求出 m 的值即可.

【详解】 方程两边都乘以 $(x-1)$, 得

$$3x-2=2(x-1)-m,$$

即 $x=-m$,

$\because$ 方程 $\frac{3x-2}{x-1} = 2 + \frac{m}{1-x}$ 有增根,

$$\therefore x-1=0,$$

解得 $x=1$,

$\therefore x=1$ 是整式方程 $x=-m$ 的根,

$$\therefore m=-1.$$

故答案为: -1 .

13. 计算: $\frac{a^3}{a+1} - \frac{a}{a+1} =$ _____.

【答案】 $a^2 - a$

【解析】

【分析】 此题考查分式的加减运算, 明确同分母分式相加减的方法是解题的关键.

两个分式分母相同, 直接合并分子后因式分解并约分. 分式运算时, 默认字母的取值范围使分式有意义 (即 $a \neq -1$).

【详解】 解: 原式 $= \frac{a^3 - a}{a+1} = \frac{a(a^2 - 1)}{a+1} = \frac{a(a-1)(a+1)}{a+1} = a(a-1) = a^2 - a$.

故答案为: $a^2 - a$.

14. 随着绿色发展理念的倡导, 新能源汽车逐渐普及, 市民对充电桩的使用需求日益增强, 某停车场计划购

买 A 、 B 两种型号的充电桩，已知 B 型充电桩比 A 型充电桩的单价多 1 万元，且用 10 万元购买 A 型充电桩与用 12 万元购买 B 型充电桩的数量相等。设 A 型充电桩的单价是 x 万元，那么根据题意可列方程_____。

【答案】 $\frac{10}{x} = \frac{12}{x+1}$

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的应用，关键是根据购买数量相等列出方程。设 A 型充电桩的单价是 x 万元，则 B 型充电桩的单价为 $(x+1)$ 万元，根据用 10 万元购买 A 型充电桩与用 12 万元购买 B 型充电桩的数量相等，列出方程即可。

【详解】 解：设 A 型充电桩的单价是 x 万元，则 B 型充电桩的单价为 $(x+1)$ 万元，

根据题意得 $\frac{10}{x} = \frac{12}{x+1}$ ，

故答案为： $\frac{10}{x} = \frac{12}{x+1}$ 。

15. 如果 $a+b=3$ ， $ab=1$ ，那么 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} =$ _____。

【答案】 7

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式变形，分式的加减等知识，先根据 $a+b=3$ ， $ab=1$ 得到 $a^2+b^2=7$ ，

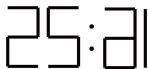
再把 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 变形为 $\frac{a^2+b^2}{ab}$ ，整体代入即可求解。

【详解】 解： $\because a+b=3$ ， $ab=1$ ，

$$\therefore a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 = 7,$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7.$$

故答案为： 7

16. 小明从镜子里看到镜子对面电子钟的像如图所示：，实际时间是_____。

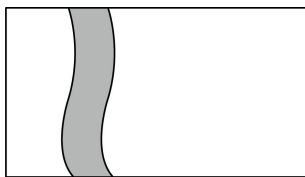
【答案】 16:25

【解析】

【分析】 本题考查镜面反射的原理与性质。解决此类题应认真观察，注意技巧。利用镜面对称的性质求解。镜面对称的性质：在平面镜中的像与现实中的事物恰好顺序颠倒，且关于镜面对称。

【详解】 解：根据镜面对称的性质，题中所显示的时刻与 16:25 成轴对称，所以此时实际时刻为 16:25，故答案为： 16:25。

17. 如图，在一块长为21m、宽为15m的长方形地面上，有一条弯曲的柏油马路，马路的任何地方的水平宽度都是1m，其他部分都是草地，则草地的面积为_____m²。



【答案】 300

【解析】

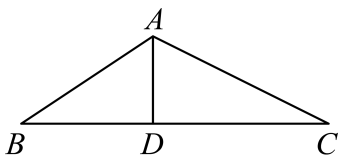
【分析】 本题考查有理数混合运算，生活中的平移现象，化曲为直是解决此题的关键。

根据图形的特点，可以把小路的面积看作是一个底是1米，高是15米的平行四边形，根据平行四边形的面积=底×高，长方形的面积=长×宽，用长方形的面积减去小路的面积即可。

【详解】 解：由题意可得，草地的面积为 $21 \times 15 - 1 \times 15 = 300$ (m²)，

故答案为：300。

18. 如图，在△ABC中，点D在边BC上，AD⊥BC，AD=2，BD=3，CD=4，将△ABC绕着点D旋转，使得点A的对应点A'落在边BC上，点B、C的对应点分别是点B'、C'，则△A'B'C的面积等于_____。



【答案】 3或9##9或3

【解析】

【分析】 本题考查旋转的性质、三角形的面积公式、分类讨论数学思想的运用等知识与方法，正确地进行分类讨论并且画出相应的图形是解题的关键。

由点D在边BC上，AD⊥BC，得∠ADB=∠ADC=90°，再分两种情况讨论，一是A'落在线段CD上，则B'D=BD=3，B'D⊥A'C，因为CD=4，A'D=AD=2，所以A'C=CD-A'D=2，求得 $S_{\triangle A'B'C} = 3$ ；二是点A'落在线段BD上，则B'D=BD=3，A'D=AD=2，B'D⊥A'C，所以A'C=CD+A'D=6，求得 $S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ ，于是得到问题的答案。

【详解】 解：∵点D在边BC上，AD⊥BC，

∴∠ADB=∠ADC=90°，

如图1，点A'落在线段CD上，

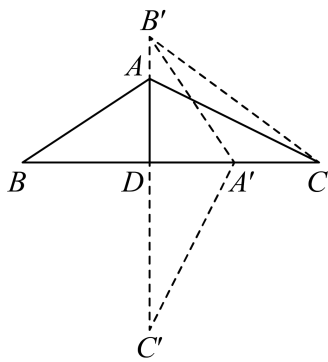


图1

由旋转得 $\angle A'DB' = \angle ADB = \angle B'DC = 90^\circ$, $B'D = BD = 3$,

$\therefore B'D \perp A'C$,

$\because CD = 4$, $A'D = AD = 2$,

$\therefore A'C = CD - A'D = 4 - 2 = 2$,

$$\therefore S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3;$$

如图2, 点 A' 落在线段 BD 上,

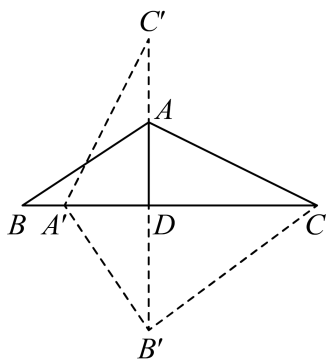


图2

由旋转得 $\angle A'DB' = \angle ADB = 90^\circ$, $B'D = BD = 3$, $A'D = AD = 2$,

$\therefore B'D \perp A'C$,

$\because A'C = CD + A'D = 4 + 2 = 6$,

$$\therefore S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9,$$

综上所述, $\triangle A'B'C$ 的面积等于3或9,

故答案为: 3或9.

三、简答题 (本大题共6题, 每小题4分, 满分24分)

19. 计算: $(2024 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3^2$

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查有理数乘方，零指数幂，负整数指数幂，熟练掌握运算法则是解此题的关键.
根据有理数的乘方、零指数幂、负整数指数幂法则计算即可.

【详解】 解: $(2024 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3^2$

$$= 1 + 2 - 9$$
$$= -6;$$

20. 计算: $(x - y)(x - 2y) - (3x^3 - 6x^2y) \div 3x$.

【答案】

$$2y^2 - xy$$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘多项式与多项式除以单项式的运算，解题的关键是正确运用运算法则展开式子并合并同类项.

先展开 $(x - y)(x - 2y)$ ；再计算 $(3x^3 - 6x^2y) \div 3x$ ；最后合并同类项.

【详解】 解: $(x - y)(x - 2y) - (3x^3 - 6x^2y) \div 3x$

$$= x^2 - 2xy - xy + 2y^2 - (x^2 - 2xy)$$
$$= x^2 - 3xy + 2y^2 - x^2 + 2xy$$
$$= 2y^2 - xy.$$

21. 因式分解: $x^3 + 2x^2 - 3x$.

【答案】

$$x(x + 3)(x - 1)$$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，先提取公因式，再利用十字相乘法进行因式分解即可.

【详解】 解: $x^3 + 2x^2 - 3x$

$$= x(x^2 + 2x - 3)$$
$$= x(x + 3)(x - 1).$$

22. 因式分解: $m^3 - 2m^2 - 4m + 8$.

【答案】 $(m-2)^2(m+2)$

【解析】

【分析】 本题考查分组分解法进行因式分解, 掌握相关知识是解决问题的关键. 先将前两项分作一组, 后两项分作一组, 各组提公因式后, 两组再提公因式, 最后再用平方差公式因式分解即可.

【详解】 解: $m^3 - 2m^2 - 4m + 8$

$$= (m^3 - 2m^2) - (4m - 8)$$

$$= m^2(m-2) - 4(m-2)$$

$$= (m^2 - 4)(m-2)$$

$$= (m-2)^2(m+2).$$

23. 化简: $\left(\frac{3}{x+2} - 1\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{2x + 4}$.

【答案】 $\frac{2}{1-x}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的混合运算, 能根据运算顺序正确计算和因式分解是解题的关键. 可先对括号内的进行通分化简, 并把除法运算正确转化为乘法运算且因式分解, 最后约分化简即可.

【详解】 解: 原式 $= \left(\frac{3}{x+2} - \frac{x+2}{x+2}\right) \times \frac{2x+4}{x^2-2x+1}$

$$= \frac{1-x}{x+2} \times \frac{2(x+2)}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{2}{1-x}.$$

24. 解方程: $\frac{2x}{x^2-4} + \frac{1}{2-x} = 0$.

【答案】 无解

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的解法等知识, 先去分母化为整式方程 $2x - (x+2) = 0$, 解得 $x = 2$, 当 $x = 2$ 时, 最简公分母为 0, 即可得到 $x = 2$ 不是分式方程的解, 原分式方程无解.

【详解】解： $\frac{2x}{x^2-4} + \frac{1}{2-x} = 0$

方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$ 得

$$2x - (x+2) = 0,$$

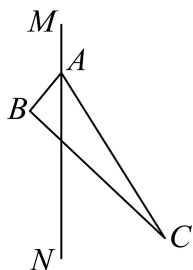
解得 $x = 2$.

检验：当 $x = 2$ 时， $(x+2)(x-2) = 0$,

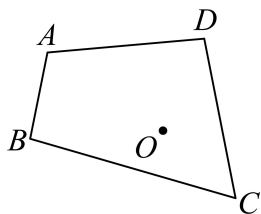
$\therefore x = 2$ 不是分式方程的解，原分式方程无解.

四、解答题 (本大题共 4 题，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分，第 27 题 8 分，第 28 题 8 分，满分 28 分)

25. (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 成轴对称的图形；



(2) 画出四边形 $ABCD$ 关于点 O 成中心对称的图形.



【答案】(1) 见详解；(2) 见详解

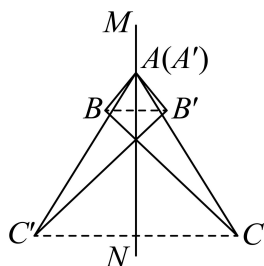
【解析】

【分析】本题考查了画轴对称图形，画中心对称的图形.

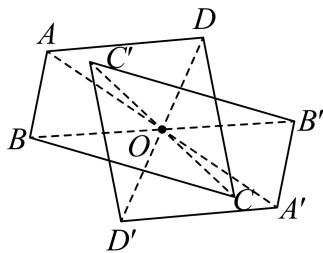
(1) 根据轴对称作图方法作图即可；

(2) 根据中心对称图形的作图方法作图即可；

【详解】解：(1) 如图所示， $\triangle A'B'C'$ 即为所求；



(2) 如图所示, 四边形 $A'B'C'D'$ 即为所求.



26. 先将 $\frac{m^2-1}{m^2+4m+4} \div (m+1) \cdot \frac{m^2+2m}{m-1}$ 化简, 再从 $1, -1, 2, -2$ 四个数字选取一个你认为合适的 m 的值代入求值.

【答案】 $\frac{m}{m+2}, \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值, 平方差公式, 完全平方公式, 提公因式, 熟练掌握运算法则是解本题的关键, 注意去 m 的值时要使原式有意义.

根据分式的乘除运算法则将原式化简, 取一个使原式有意义的值代入计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{m^2-1}{m^2+4m+4} \div (m+1) \cdot \frac{m^2+2m}{m-1} \\ &= \frac{(m+1)(m-1)}{(m+2)^2} \cdot \frac{1}{m+1} \cdot \frac{m(m+2)}{m-1} \\ &= \frac{m}{m+2}, \end{aligned}$$

$$\because m+2 \neq 0, m+1 \neq 0, m-1 \neq 0$$

$$\therefore m \neq \pm 1 \text{ 且 } m \neq -2,$$

$\therefore m$ 的值取 2,

$$\text{则原式} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$$

27. 某商场家电专柜购进一批甲, 乙两种电器, 甲种电器共用了 16000 元, 乙种电器共用了 10000 元, 甲种电器的件数是乙种电器的 2 倍, 甲种电器每件的进价比乙种电器每件的进价少 50 元.

(1) 甲、乙两种电器各购进多少件?

(2) 商场购进两种电器后, 按进价提高 30% 后标价销售, 很快全部售完, 求售完这批电器商场共获利多少元?

【答案】(1) 甲种电器购进 80 件，乙种电器购进 40 件；

(2) 售完这批电器商场共获利 7800 元.

【解析】

【分析】(1) 设乙种电器购进 x 件，则甲种电器购进 $2x$ 件，根据题意得 $\frac{10000}{x} - \frac{16000}{2x} = 50$ ，然后解方程并检验即可；

(2) 根据题意列出算式 $(10000 + 16000) \times 30\%$ ，然后根据运算法则即可求解；

本题考查了分式方程的应用，有理数乘法的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

【小问 1 详解】

解：(1) 设乙种电器购进 x 件，则甲种电器购进 $2x$ 件，

依题意得 $\frac{10000}{x} - \frac{16000}{2x} = 50$ ，

解得： $x = 40$ ，

经检验 $x = 40$ 是原方程的解，

$2x = 2 \times 40 = 80$ ，

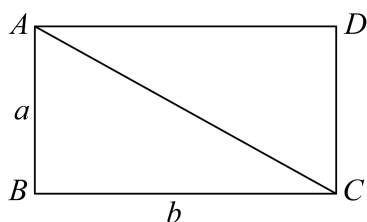
答：甲种电器购进 80 件，乙种电器购进 40 件；

【小问 2 详解】

解：售完这批电器商场共获利 $(10000 + 16000) \times 30\% = 7800$ 元.

答：售完这批电器商场共获利 7800 元.

28. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，连接 AC ，已知边 $AB = a$ ， $BC = b$ ($a < b$).



(1) 画出三角形 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的三角形 CEF (点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F)，不写画法，写出结论；

(2) 连接 AE 交 CF 于点 G ，用含 a 、 b 的代数式表示三角形 ACE 的面积 S_1 ；

(3) 在 (1) 和 (2) 的条件下，如果 $a = 2$ ，长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2 = 8$ ，求 DG 的长.

【答案】(1) 见详解 (2) $S_1 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

解：由题意得 $ab = 8$ ， $a = 2$ ，

$$\therefore b = 8 \div 2 = 4,$$

$$\therefore AB = CD = EF = 2, \quad BC = AD = CF = 4, \quad S_1 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) = \frac{1}{2} \times (2^2 + 4^2) = 10,$$

由图得： $S_1 = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ADG} + S_{\triangle CGE}$ ，

$$\therefore 10 = \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{2} AD \cdot DG + \frac{1}{2} (CD + DG) \cdot EF,$$

$$\therefore 10 = 4 + \frac{1}{2} \times 4 \cdot DG + \frac{1}{2} (2 + DG) \times 2,$$

整理得： $10 = 4 + 2DG + 2 + DG$ ，

$$\text{解得： } DG = \frac{4}{3}.$$