

七年级数学

一、选择题 (共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列代数式 $-\frac{a+b}{3}$, $\frac{m}{\pi}$, $2x^2y$, 3^5 , $(x-1)^2$, $S=\pi r^2$ 中, 单项式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查单项式的定义: “数字和字母的乘积的形式为单项式, 单个数字和字母, 也是单项式”. 熟练掌握单项式的定义是解题关键. 根据单项式的定义逐一判断即可得答案.

【详解】解: $-\frac{a+b}{3}$, $(x-1)^2$, $S=\pi r^2$ 不是乘积的形式, 不是单项式,

$\frac{m}{\pi}$, $2x^2y$, 3^5 符合单项式的定义, 是单项式,

$\therefore$ 单项式有 3 个.

故选: C.

2. 下列等式成立的是 ()

- A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ C. $(a^3)^n = a^{3n}$ D. $(2a)^3 = 2a^3$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方等知识, 掌握幂的运算性质是关键; 根据合并同类项知识可判断 A; 根据同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方可分别判断 B、C、D.

【详解】解: A、 $a^2 + a^2 = 2a^2 \neq a^4$, 故等式不成立;

B、 $a^2 \cdot a^4 = a^6 \neq a^8$, 故等式不成立;

C、 $(a^3)^n = a^{3n}$, 故等式成立;

D、 $(2a)^3 = 8a^3 \neq 2a^3$, 故等式不成立;

故选: C.

3. 下列各组数中, 相等的是 ()

- A. $(-2)^2$ 与 -2^2 B. $|-2|^2$ 与 $-|2|^2$ C. $-(-2)^2$ 与 2^2 D. $(-2)^3$ 与 -2^3

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查有理数的乘方及绝对值和相反数，熟练掌握其运算法则是做题的关键。根据有理数的乘方、绝对值的意义逐个计算即可。

【详解】 解：选项 A： $(-2)^2 = 4$ ， $-2^2 = -4$ ， $4 \neq -4$ ， 故不符合题意；

选项 B： $|-2|^2 = 4$ ， $-|2|^2 = -4$ ， $4 \neq -4$ ， 故不符合题意；

选项 C： $-(-2)^2 = -4$ ， $2^2 = 4$ ， $-4 \neq 4$ ， 故不符合题意；

选项 D： $(-2)^3 = -8$ ， $-2^3 = -8$ ， $-8 = -8$ ， 故符合题意。

故选： D

4. 如果 x 、 y 互为相反数， a 、 b 互为倒数， 那么 $\frac{1}{5}(x+y)+3ab$ 的值是 ()

A. 3

B. 0

C. -3

D. 以上都不对

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了相反数的定义， 倒数的定义， 代数式求值。 根据相反数和倒数的定义得出 $x+y=0$ ， $ab=1$ ， 然后代入计算即可。

【详解】 $\because x$ 、 y 互为相反数，

$$\therefore x+y=0,$$

$\because a$ 、 b 互为倒数，

$$\therefore ab=1,$$

$$\therefore \frac{1}{5}(x+y)+3ab = \frac{1}{5} \times 0 + 3 \times 1 = 0 + 3 = 3.$$

故选： A.

5. 如果 $x^2+px+q=(x-1)(x+4)$ ， 那么 p 、 q 的值是 ()

A. $p=3, q=4$

B. $p=3, q=-4$

C. $p=-4, q=3$

D. $p=4, q=-3$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查多项式乘法的展开和系数比较， 是基础题。

通过展开右侧的因式形式， 比较多项式系数， 即可得出 p 和 q 的值。

【详解】解： $(x-1)(x+4) = x^2 + 4x - x - 4 = x^2 + 3x - 4$ ，

$$\because x^2 + px + q = (x-1)(x+4),$$

$$\therefore x^2 + px + q = x^2 + 3x - 4,$$

比较系数得： $p = 3$ ， $q = -4$ 。

故选： B。

6. 某商店在甲批发市场以每包 m 元的价格进了 40 包茶叶，又在乙批发市场以每包 n 元 ($m > n$) 的价格进了同样的 60 包茶叶。如果以每包 $\frac{m+n}{2}$ 元的价格全部卖出这种茶叶，那么这家商店 ()

- A. 盈利了 B. 亏损了 C. 不盈不亏 D. 盈亏不能确定

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了整式加减运算的应用，解题的关键是理解利润 = (售价 - 进价) × 数量。

由题意得，进货成本 = $40m + 60n$ ，销售额 = $50(m+n)$ ，根据题意列式求解即可。

【详解】解：由题意得，进货成本 = $40m + 60n$ ，销售额 = $\frac{m+n}{2} \times (40+60) = 50(m+n)$ ，

$$\text{故 } 50(m+n) - (40m + 60n)$$

$$= 50m + 50n - 40m - 60n$$

$$= 10(m-n)$$

$$\because m > n,$$

$$\therefore 10(m-n) > 0,$$

$\therefore$ 这家商店盈利。

故选： A。

二、填空题 (共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 单项式 $-\frac{3x^3y^2z}{5}$ 的次数是_____。

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了单项式的次数，掌握单项式的次数概念是解题的关键。

根据单项式的次数是指所有字母的指数之和，与系数无关，解答即可.

【详解】解：单项式 $-\frac{3x^3y^2z}{5}$ 中，字母 x 的指数是 3，字母 y 的指数是 2，字母 z 的指数是 1，因此次数

为 $3+2+1=6$.

故答案为 6.

8. 计算： $\frac{1}{3}a \cdot (-6ab) =$ _____.

【答案】 $-2a^2b$

【解析】

【分析】此题主要考查了单项式乘单项式，正确掌握相关运算法则是解题关键.

直接利用单项式乘单项式计算得出答案.

【详解】解： $\frac{1}{3}a \cdot (-6ab) = -2a^2b$,

故答案为： $-2a^2b$.

9. 计算： $y^3 \cdot y^2 \cdot y =$ _____.

【答案】 y^6

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂相乘法则，根据同底数幂的乘法法则，底数不变，指数相加，进行解答即可.

【详解】解：依题意， $y^3 \cdot y^2 \cdot y^1 = y^{3+2+1} = y^6$,

故答案为： y^6 .

10. 把多项式 $5a^2b + 4a^3 - 3ab^2$ 按字母 b 的降幂排列为_____.

【答案】 $-3ab^2 + 5a^2b + 4a^3$

【解析】

【分析】先分清多项式的各项，再按照多项式降幂排列的要求解答即可.

【详解】解：多项式 $5a^2b + 4a^3 - 3ab^2$ 按字母 b 的降幂排列为 $-3ab^2 + 5a^2b + 4a^3$.

故答案为： $-3ab^2 + 5a^2b + 4a^3$.

【点睛】本题考查了多项式的相关知识，属于基础题目，熟练掌握基本知识是关键.

11. 计算: $(2a^2)^3 =$ _____.

【答案】

$$8a^6$$

【解析】

【分析】 本题考查了积的乘方运算, 正确掌握相关运算法则是解题的关键.

直接利用积的乘方运算法则化简即可.

$$\text{【详解】 } (2a^2)^3 = 2^3 \cdot (a^2)^3 = 8 \cdot a^{2 \times 3} = 8a^6 .$$

故答案为 $8a^6$.

12. 如果 $x^{m-1}y^2$ 和 $-\frac{1}{2}x^2y^{n+1}$ 是同类项, 那么 $m+n =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了同类项的定义, 熟练掌握同类项的定义是解题的关键.

根据同类项的定义, 相同字母的指数必须相等, 因此 x 的指数和 y 的指数分别相等, 列出方程求解 m 和 n , 再计算 $m+n$ 即可.

$$\text{【详解】 } \because x^{m-1}y^2 \text{ 和 } -\frac{1}{2}x^2y^{n+1} \text{ 是同类项,}$$

$$\therefore x \text{ 的指数相等: } m-1=2,$$

$$y \text{ 的指数相等: } 2=n+1.$$

$$\text{解得: } m=3, \quad n=1,$$

$$\therefore m+n=3+1=4.$$

13. 多项式 x^2-2x+1 减去 $2x^2-2x-1$ 的差是_____.

【答案】 $-x^2+2$

【解析】

【分析】 用括号将两个多项式括起来相减, 然后再去括号, 合并同类项.

$$\text{【详解】 } (x^2-2x+1)-(2x^2-2x-1)$$

$$=x^2-2x+1-2x^2+2x+1$$

$$=-x^2+2$$

故答案为 $-x^2+2$.

【点睛】 本题考查多项式的加减法，关键是掌握去括号与合并同类项法则，需要注意用括号将多项式括起来.

14. 计算: $(x-y)^2(y-x)^3=$ _____.(结果用幂的形式表示)

【答案】 $(y-x)^5$

【解析】

【分析】 先把式子化成底数相同的，再根据同底数幂的乘法法则计算即可.

【详解】 $(x-y)^2(y-x)^3=(y-x)^2(y-x)^3=(y-x)^5$

故填: $(y-x)^5$.

【点睛】 本题主要考查同底数幂的乘法，熟练掌握运算法则是关键.

15. 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2024} \times 2^{2023} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查积的乘方的逆运算，解题的关键是掌握积的乘方运算法则. 根据积的乘方逆运算运算法则计算即可.

【详解】 解: 原式 $= \left(-\frac{1}{2}\right)^{2023} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2^{2023} = \left(-\frac{1}{2} \times 2\right)^{2023} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

16. 若 $2a-b+3=0$, 则 $2(2a+b)-4b$ 的值为_____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 由 $2a-b+3=0$, 可得 $2a-b=-3$, 根据 $2(2a+b)-4b=2(2a-b)$, 计算求解即可.

【详解】 解: 由 $2a-b+3=0$, 可得 $2a-b=-3$,

$\therefore 2(2a+b)-4b=4a+2b-4b=4a-2b=2(2a-b)=-6$,

故答案为：-6.

【点睛】本题考查了代数式求值. 解题的关键在于正确的运算.

17. 计算： $2^{100} - 2^{99} =$ _____. (结果用幂的形式表示)

【答案】 2^{99}

【解析】

【分析】本题考查同底数幂的乘法运算，根据同底数幂的乘法的逆运算求解即可.

【详解】解： $2^{100} - 2^{99}$

$$= 2^{99} \times 2 - 2^{99}$$

$$= 2^{99} \times (2 - 1)$$

$$= 2^{99} \times 1$$

$$= 2^{99}.$$

故答案为： 2^{99} .

18. 甲、乙两人共同计算一道整式： $(x+a)(2x+b)$ ，由于甲抄错了 a 的符号，得到的结果是 $2x^2 - 7x + 3$ ，

乙漏抄了第二个多项式中 x 的系数，得到的结果是 $x^2 + 2x - 3$. 则 $(-2a+b)(a+b)$ 的值为 _____.

【答案】 -14

【解析】

【分析】本题考查了多项式乘以多项式，掌握运算法则是解题的关键.

先根据题意得出 $-2a+b=-7$ ， $a+b=2$ ，再整体代入求解.

【详解】解：由题意得： $(x-a)(2x+b) = 2x^2 + (-2a+b)x - ab = 2x^2 - 7x + 3$

$$\therefore -2a+b=-7$$

$$\therefore (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab = x^2 + 2x - 3$$

$$\therefore a+b=2$$

$$\therefore (-2a+b)(a+b) = -7 \times 2 = -14.$$

故答案为： -14.

三、计算题 (共 6 题，每题 6 分，满分 36 分)

19. 计算： $\frac{1}{3}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right)$.

【答案】 $\frac{4}{3}x^2 + 2x$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的加减运算，掌握去括号法则和合并同类项是解题的关键.

先去括号，然后再合并同类项即可解答.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \frac{1}{3}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right) \\ &= \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 + \frac{1}{2}x^2 + 1 \\ &= \left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2\right) + 2x + (-1 + 1) \\ &= \frac{4}{3}x^2 + 2x. \end{aligned}$$

20. 计算: $-\frac{9}{2}a^2b - 3ab^2 + \frac{13}{2}a^2b + \frac{2}{5}ab^2$.

【答案】 $2a^2b - \frac{13}{5}ab^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了合并同类项，合并同类项时，只对同类项的系数进行加减计算，字母和字母的指数都保持不变，据此求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & -\frac{9}{2}a^2b - 3ab^2 + \frac{13}{2}a^2b + \frac{2}{5}ab^2 \\ &= \left(-\frac{9}{2}a^2b + \frac{13}{2}a^2b\right) + \left(-3ab^2 + \frac{2}{5}ab^2\right) \\ &= 2a^2b - \frac{13}{5}ab^2 \end{aligned}$$

21. 计算: $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)(3x^2y - 4xy + 1)$

【答案】 $-\frac{3}{2}x^3y^3 + 2x^2y^3 - \frac{1}{2}xy^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的乘法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握与运用.

根据多项式乘以单项式法则进行计算即可.

【详解】解： $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)(3x^2y-4xy+1)$

$$= \left(-\frac{1}{2}xy^2\right) \cdot (3x^2y) - \left(-\frac{1}{2}xy^2\right) \cdot (4xy) + \left(-\frac{1}{2}xy^2\right) \cdot 1$$

$$= -\frac{3}{2}x^3y^3 + 2x^2y^3 - \frac{1}{2}xy^2.$$

22. 计算： $\left(\frac{1}{4}x^2y^3\right) \cdot (-2xy^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}x\right)^2$

【答案】 $-\frac{2}{9}x^7y^9$

【解析】

【分析】先计算积的乘方，再根据单项式乘单项式的法则进行计算即可.

【详解】解：原式 $= \left(\frac{1}{4}x^2y^3\right) \cdot (-8x^3y^6) \cdot \left(\frac{1}{9}x^2\right)$

$$= \frac{1}{4} \times (-8) \times \frac{1}{9} \cdot x^2y^3 \cdot x^3y^6 \cdot x^2$$

$$= -\frac{2}{9}x^7y^9$$

【点睛】本题考查了积的乘方和单项式的乘法，需要掌握积的乘方等于每一个因式分别乘方，单项式乘法的法则：系数相乘，相同字母相乘.

23. 计算： $(x+1) \cdot (2-x) - 2(2x-1)$.

【答案】 $-x^2 - 3x + 4$

【解析】

【分析】本题考查整式的乘法运算，熟练掌握多项式乘多项式和单项式乘多项式的运算法则，是解题的关键.

先根据单项式乘多项式和多项式乘多项式的运算法则把式子展开，再合并同类项即可.

【详解】解： $(x+1) \cdot (2-x) - 2(2x-1)$

$$= -x^2 + x + 2 - (4x - 2)$$

$$= -x^2 + x + 2 - 4x + 2$$

$$=-x^2-3x+4.$$

24. 计算: $5x \cdot (x^2 - 2x - 1) - (2x + 3) \cdot (x - 5)$

【答案】 $5x^3 - 12x^2 + 2x + 15$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的四则混合运算，掌握整式的四则混合运算法则是解题的关键.
先进行乘法运算，然后去括号，最后合并同类项即可解答.

【详解】 解: $5x \cdot (x^2 - 2x - 1) - (2x + 3) \cdot (x - 5)$
 $= 5x^3 - 10x^2 - 5x - (2x^2 - 7x - 15)$
 $= 5x^3 - 10x^2 - 5x - 2x^2 + 7x + 15$
 $= 5x^3 - 12x^2 + 2x + 15.$

四、解答题 (共 3 题, 第 25、26 题每题 6 分, 第 27 题 10 分, 满分 22 分)

25. 如果整式 $(a-2)x^3 - x^b + 6x - a$ 是一个关于 x 的二次三项式, 求: 当 $x = -1$ 时, 这个整式的值.

【答案】 -9

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的次数和项数. 根据二次三项式的定义 (最高次数为 2, 且项数为 3), 确定参数 a 和 b 的值, 进而得到整式表达式, 再代入 $x = -1$ 求值.

【详解】 解: $\because$ 整式是关于 x 的二次三项式, 最高次数为 2, 且项数为 3.
 $\therefore$ 三次项系数为 0, 即 $a - 2 = 0$, 解得 $a = 2$.

代入得整式为: $-x^b + 6x - 2$.

又 $\because$ 最高次数为 2,

$\therefore b = 2$.

此时整式为: $-x^2 + 6x - 2$.

当 $x = -1$ 时,

原式 $= -(-1)^2 + 6 \times (-1) - 2 = -1 - 6 - 2 = -9$.

26. 先化简, 再求值: $2(x^2 - x) - [x - 3(2x^2 + x - 1)] - 7x^2$, 其中 $x = -2$.

【答案】 $x^2 - 3, 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式化简求值. 解题的关键是熟练掌握去括号法则和合并同类项法则, 注意括号前面为负号时, 将负号和括号去掉后, 括号里每一项的符号要发生改变.

【详解】 解: $\because 2(x^2 - x) - [x - 3(2x^2 + x - 1)] - 7x^2$

$$= 2x^2 - 2x - x + 3(2x^2 + x - 1) - 7x^2$$
$$= 2x^2 - 2x - x + 6x^2 + 3x - 3 - 7x^2$$
$$= x^2 - 3,$$

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时,

$$\text{原式} = (-2)^2 - 3 = 1.$$

27. 我们知道, 对于一个图形, 通过两种不同的方法计算它的面积, 可以得到一个数学等式. 例如图1可以得到 $(a+2b)(a+b) = a^2 + 3ab + 2b^2$. 请解答下列问题:

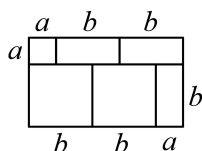


图1

(1) 写出图2中所表示的数学等式;

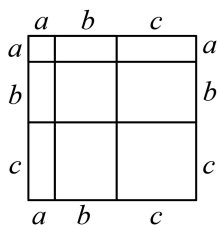


图2

(2) 利用(1)中所得到的结论, 解决下面的问题: 已知 $a+b+c=12$, $ab+bc+ac=47$, 求 $a^2+b^2+c^2$ 的值;

(3) 小明同学打算用 x 张边长为 a 的正方形, y 张边长为 b 的正方形, z 张相邻两边长分别为 a 、 b 的长方形纸片拼出了一个面积为 $(5a+8b)(7a+4b)$ 长方形, 那么他总共需要多少张纸片?

【答案】 (1) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$; (2) 50; (3) 143.

【解析】

【分析】 (1) 直接求得正方形的面积, 再根据正方形的面积=各矩形的面积之和求解即可.

(2) 将 $a+b+c=12$, $ab+bc+ac=47$ 代入 (1) 中得到的式子, 然后计算即可;

(3) 长方形的面积 $(5a+8b)(7a+4b)=xa^2+yb^2+zab$, 然后运算多项式乘多项式, 从而求得 x 、 y 、 z 的值, 代入即可求解.

【详解】 解: (1) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 由 (1) 可知: } a^2+b^2+c^2 &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ &= (12)^2 - 2 \times 47 = 50 \end{aligned}$$

(3) 根据题意得, $(5a+8b)(7a+4b)=xa^2+yb^2+zab$

$$35a^2+76ab+32b^2=xa^2+yb^2+zab$$

$$\text{所以 } x=35, \quad y=76, \quad z=32$$

$$\text{所以 } x+y+z=143$$

答: 小明总共需要 143 张纸.

【点睛】 本题主要考查整式的运算, 难度较大, 熟练掌握整式的运算以及代数式求值是解题关键.