

初一数学

一、选择题（每题3分，共15分）

1. 下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^2)^3 = a^8$ C. $a^2 + a^2 = 2a^4$ D. $(ab^3)^2 = a^2b^6$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查整式的运算，根据同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，合并同类项的法则，逐一进行判断即可。

【详解】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，原计算错误，不符合题意；

B、 $(a^2)^3 = a^6$ ，原计算错误，不符合题意；

C、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，原计算错误，不符合题意；

D、 $(ab^3)^2 = a^2b^6$ ，原计算正确，符合题意；

故选D.

2. 下列说法正确的是（ ）

A. $\frac{y+2}{x}$ 是多项式

B. $-\pi x^2 yz$ 是四次单项式，系数是-1

C. $-\frac{a+b}{2}$ 是二次单项式

D. $\frac{y+2}{x}$ 是代数式

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了代数式，单项式，多项式，单项式的次数等知识点，熟练掌握各知识点是解题的关键。根据代数式，单项式，多项式，单项式的次数的概念分别判断即可。

【详解】解：A、 $\frac{y+2}{x}$ 不是整式，故不是多项式，故本选项错误，不符合题意；

B、 $-\pi x^2 yz$ 是四次单项式，系数是 $-\pi$ ，故本选项错误，不符合题意；

C、 $-\frac{a+b}{2}$ 是多项式，故本选项错误，不符合题意；

D、 $\frac{y+2}{x}$ 是代数式，正确，符合题意；

故选：D.

3. 已知一个多项式与 $3m^3 + 9m$ 的和为 $3m^3 + 4m - 1$ ，则这个多项式为（ ）

- A. $-5m-1$ B. $5m+1$ C. $-13m-1$ D. $13m+1$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式加减运算，根据多项式与 $3m^3+9m$ 的和为 $3m^3+4m-1$ ，列出算式，进行计算即可.

【详解】 解：由题意得：这个多项式是：

$$(3m^3+4m-1)-(3m^3+9m)$$

$$=3m^3+4m-1-3m^3-9m$$

$$=-5m-1,$$

故选： A.

4. 若 $(x-2)(x+3)=x^2+ax+b$ ，则 a, b 的值分别为 ()

- A. $a=-1, b=-6$ B. $a=-1, b=6$ C. $a=1, b=-6$ D. $a=1, b=6$

【答案】 C

【解析】

【分析】 将等式左边展开，根据两个多项式相等即各项均相等即可得到答案.

【详解】 解：由题意可得，

$$(x-2)(x+3)=x^2+x-6,$$

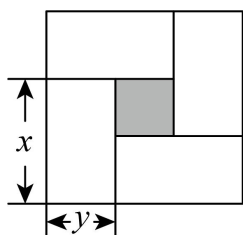
$$\therefore (x-2)(x+3)=x^2+ax+b,$$

$$\therefore a=1, b=-6,$$

故选 C.

【点睛】 本题考查多项式乘以多项式及多项式相等的条件，解题的关键是理解两个多项式相等即各项均相等.

5. 如图，用 4 个相同的矩形与 1 个小正方形镶嵌成的正方形图案，已知这个正方形图案的面积为 49，小正方形的面积为 9，我们用 x, y 表示小矩形的两边长 ($x > y$)。请观察图案，指出以下关系式中不正确的个数有 ()



① $x + y = 7$; ② $x - y = 3$; ③ $xy = 10$; ④ $x^2 + y^2 = 29$; ⑤ $x^2 - y^2 = 21$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用，完全平方公式、平方差公式与几何图形，解题的关键是熟练掌握各知识点并灵活运用.

先得到大正方形边长为 7，小正方形边长为 3，即可得到 $x + y = 7$ ， $x - y = 3$ ；再由四个长方形面积与一个小正方形面积之和等于大正方形面积得到 $4xy + 9 = 49$ ，即可判断③；再由 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 和 $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ 判断④⑤.

【详解】 解： $\because$ 大正方形图案的面积为 49，小正方形的面积为 9，

$\therefore$ 大正方形边长为 7，小正方形边长为 3，

$\therefore x + y = 7$ ， $x - y = 3$ ，

故①②正确；

$\because$ 四个长方形面积与一个小正方形面积之和等于大正方形面积，

$\therefore 4xy + 9 = 49$ ，

$\therefore xy = 10$ ，

故③正确；

$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 49 - 20 = 29$ ，

故④正确；

$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 7 \times 3 = 21$ ，

故⑤正确，

$\therefore$ 不正确的有 0 个，

故选： A.

二、填空题 (每题 2 分, 共 30 分)

6. 如果单项式 $-x^{m-2}y^2$ 与 $4xy^n$ 是同类项, 那么 $m-n =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了同类项的定义和代数式求值, 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的单项式叫做同类项, 据此求出 $m=3$, $n=2$ 即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 单项式 $-x^{m-2}y^2$ 与 $4xy^n$ 是同类项,

$$\therefore m-2=1, \quad n=2,$$

$$\therefore m=3, \quad n=2,$$

$$\therefore m-n=3-2=1,$$

故答案为: 1.

7. 计算: $4m-9m =$ _____.

【答案】 $-5m$

【解析】

【分析】 本题考查合并同类项, 根据合并同类项的法则, 字母及其指数不变, 只把系数相加减, 进行计算即可.

【详解】 解: $4m-9m = -5m$;

故答案为: $-5m$.

8. 一次式 $1-y+2x$ 的第二项是_____.

【答案】 $-y$

【解析】

【分析】 本题考查的多项式的项, 根据多项式是单项式的和的形式, 以及多项式中的每一个单项式叫做多项式的项, 进行判断即可.

【详解】 解: 一次式 $1-y+2x$ 的第二项是 $-y$;

故答案为: $-y$.

9. 当 $k =$ _____ 时, 多项式 $x^3 - \frac{1}{2}xy^2 + 2x^2y + kxy^2$ 是三次二项式.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了合并同类项，多项式的定义，直接去括号进而合并同类项，即可得出 k 的值.

【详解】 解: $\because x^3 - \frac{1}{2}xy^2 + 2x^2y + kxy^2 = x^3 + \left(k - \frac{1}{2}\right)xy^2 + 2x^2y$ 是三次二项式.

$$\therefore k - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{解得: } k = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

$$10. (-5x - 3y) (\quad) = 9y^2 - 25x^2.$$

【答案】 $5x - 3y$

【解析】

【分析】 本题考查的是平方差公式，熟记平方差公式是解题的关键. 利用完全平方差公式进行求解即可.

【详解】 解: $(-5x - 3y)(5x - 3y) = 9y^2 - 25x^2$.

故答案为: $5x - 3y$.

$$11. \text{ 计算: } (-8)^{33} \times 0.25^{50} \text{ 的结果是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方和幂的乘方的逆用，逆用积的乘方和幂的乘方进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (-8)^{33} \times 0.25^{50} = [(-2)^3]^{33} \times \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{50} \\ & = (-2)^{99} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{100} \\ & = (-2)^{99} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{99} \times \frac{1}{2} \\ & = \left(-2 \times \frac{1}{2}\right)^{99} \times \frac{1}{2} \\ & = (-1)^{99} \times \frac{1}{2} \\ & = -\frac{1}{2}; \end{aligned}$$

故答案为: $-\frac{1}{2}$

12. 计算: $\left(-3x^2y\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $-12x^8y^7$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方, 幂的乘方, 单项式乘以单项式, 根据相关运算法则, 进行计算即可.

【详解】 解: 原式 $= -27x^6y^3 \cdot \frac{4}{9}x^2y^4 = -27 \times \frac{4}{9}x^{6+2}y^{3+4} = -12x^8y^7;$

故答案为: $-12x^8y^7.$

13. 计算: $\left(-\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查完全平方公式, 根据完全平方公式进行计算即可.

【详解】 解: $\left(-\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}x\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{16} = \frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{16};$

故答案为: $\frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{16}$

14. 若多项式 $9x^2 - kx + 1$ 是一个完全平方式, 那么常数 k 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 ± 6

【解析】

【分析】 本题考查求完全平方式中的参数, 根据完全平方式的特点, 进行计算即可.

【详解】 解: $\because$ 多项式 $9x^2 - kx + 1$ 是一个完全平方式,

$\therefore -kx = +2 \cdot 3x \cdot 1 = +6x$, 或 $-kx = -2 \cdot 3x \cdot 1 = -6x$

$\therefore k = \pm 6;$

故答案为: ± 6

15. 已知: $x + y = -5, xy = 2$, 则 $x^4y^2 + x^2y^4 = \underline{\hspace{2cm}};$

【答案】 84

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用，完全平方公式变形求值，积的乘方逆运算等知识点，熟练掌握各知识点是解题的关键.

先将原式分解为 $x^2y^2(x^2+y^2)$ ，然后再由完全平方公式变形为 $(xy)^2[(x+y)^2-2xy]$ ，最后再代入求值即可.

【详解】 解： $x^4y^2+x^2y^4=x^2y^2(x^2+y^2)=(xy)^2[(x+y)^2-2xy]=2^2\times[(-5)^2-2\times 2]=84$,

故答案为：84.

16. 若 $(x^2+2x-1)(ax-b)$ 的乘积中不含二次项，且一次项的系数为 1，则 $a-b=$ _____.

【答案】 $\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式化简中无关类问题，解二元一次方程组，熟练掌握整式运算法则是解题关键.

根据题意利用多项式乘以多项式将原式括号去掉，然后化简，然后由 $(x^2+2x-1)(ax-b)$ 的乘积中不含二次项，且一次项的系数为 1，得到关于 a, b 的二元一次方程组，再解方程组即可.

【详解】 解： $(x^2+2x-1)(ax-b)$

$$=ax^3-bx^2+2ax^2-2bx-ax+b,$$

$$=ax^3+(2a-b)x^2+(-2b-a)x+b,$$

$\therefore (x^2+2x-1)(ax-b)$ 的乘积中不含二次项，且一次项的系数为 1，

$$\therefore \begin{cases} 2a-b=0 \\ -2b-a=1 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} a=-\frac{1}{5} \\ b=-\frac{2}{5} \end{cases},$

$$\therefore a-b=-\frac{1}{5}-\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{5},$$

故答案为： $\frac{1}{5}$.

17. 计算： $\frac{x^2-2x+1}{3}-\frac{x^2-x-1}{2}=$ _____.

【答案】 $\frac{-x^2 - x + 5}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减运算，先通分，再根据整式的加减运算法则进行计算即可.

【详解】 解：原式 $= \frac{2x^2 - 4x + 2}{6} - \frac{3x^2 - 3x - 3}{6}$

$$= \frac{2x^2 - 4x + 2 - 3x^2 + 3x + 3}{6}$$
$$= \frac{-x^2 - x + 5}{6}.$$

故答案为： $\frac{-x^2 - x + 5}{6}$.

18. 已知 $x + y = 3$ ， $x^2 - y^2 = 18$ ， 则 $xy =$ _____.

【答案】 $-\frac{27}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式，完全平方公式的变形，根据平方差公式求出 $x - y$ 的值，再根据完全平方公式的变形，求出 xy 的值即可.

【详解】 解： $\because x + y = 3$ ， $x^2 - y^2 = 18$ ， $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ ，

$$\therefore x - y = 6,$$

$$\because (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy,$$

$$\therefore 6^2 = 3^2 - 4xy,$$

$$\therefore xy = -\frac{27}{4};$$

故答案为： $-\frac{27}{4}$.

19. 如果一个多项式的各个项的次数都相同，那么我们就称这个多项式为齐次多项式. 例如： $x^2 + 2xy + y^2$ ，

它各个项的次数都是 2 次的，我们就说这个多项式是齐次多项式. 已知多项式 $A = x^2 - xy + 2$ ，若多项式 A

与一个三次整式 B 的差为齐次多项式，那么这个三次整式 B 可以是_____ (写出一个符合要求的即可)。

【答案】 $x^2 - xy + 2 + x^3 + y^3$

【解析】

【分析】根据题意，多项式 $A = x^2 - xy + 2$ 不是齐次多项式，其最高次数为 2，而整式 B 为三次整式，故只需 B 含有多项式 $A = x^2 - xy + 2$ 且其余各项次数为 3 即可。

【详解】根据题意，多项式 $A = x^2 - xy + 2$ 不是齐次多项式，其最高次数为 2，而整式 B 为三次整式，故只需 B 含有多项式 $A = x^2 - xy + 2$ 且其余各项次数为 3 即可。

∴ 三次整式 B 可以为 $x^2 - xy + 2 + x^3 + y^3$ 。(答案不唯一)

【点睛】本题考查了齐次多项式的定义，解题的关键是齐次多项式的每一项次数相等。

20. 如图 1，把一个长为 m 、宽为 n 的长方形 ($m > n$)，沿虚线剪开，将其与阴影部分所表示的小正方形一起拼接成如图 2 所示的长方形，则阴影部分的小正方形的边长可用 m 、 n 表示为_____。

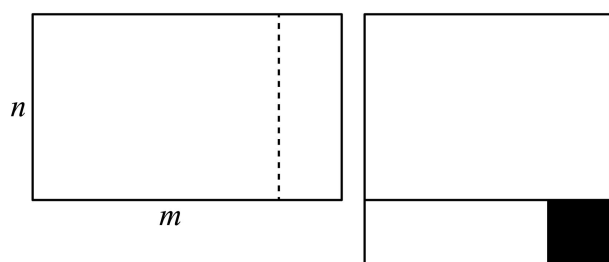


图1

图2

【答案】 $\frac{m-n}{2}$

【解析】

【分析】设阴影部分的小正方形的边长为 x ，根据拼接前后图形的面积的等量关系列方程，再解方程即可。

【详解】解：设阴影部分的小正方形的边长为 x ，
则拼接成如图 2 所示的长方形的边长分别为 $m-x, n+x$ ，
根据拼接前后图形的面积的等量关系，得 $mn = (m-x)(n+x) - x^2$ ，

解得： $x_1 = 0$ (舍去) $x_2 = \frac{m-n}{2}$ ，

故阴影部分的小正方形的边长为 $\frac{m-n}{2}$ 。

故答案为： $\frac{m-n}{2}$ 。

【点睛】本题考查了完全平方公式的几何背景，找出拼接前后图形的面积的等量关系是解题的关键。

三、计算题 (每题 3 分, 共 18 分)

21. 计算: $5xy - 2y^2 - 3xy - 4y^2$

【答案】 $2xy - 6y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减计算, 解题的关键是正确合并同类项.

利用合并同类项法则合并即可.

【详解】 解: $5xy - 2y^2 - 3xy - 4y^2$

$$= (5-3)xy + (-2-4)y^2$$

$$= 2xy - 6y^2.$$

22. 计算: $2^{2003} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2004}$

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了幂的运算, 熟练掌握同底数幂乘法的逆运算和积的乘方的逆运算法则, 是解题的关键.

根据同底数幂乘法的运算法则和积的乘方的逆运算法则将原式变形为 $\left(2 \times \frac{1}{2}\right)^{2003} \times \frac{1}{2}$, 据此求解即可.

【详解】 解: $2^{2003} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2004}$

$$= 2^{2003} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2003} \times \frac{1}{2}$$

$$= \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^{2003} \times \frac{1}{2}$$

$$= 1^{2003} \times \frac{1}{2}$$

$$= 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

23. 计算: $-3x^2(2x-4y) + 2x(x^2-xy)$

【答案】 $-4x^3 + 10x^2y$

【解析】

【分析】 本题考查整式的运算，根据单项式乘以多项式的法则，进行计算后，再合并同类项即可.

【详解】 解：原式 $= -6x^3 + 12x^2y + 2x^3 - 2x^2y$

$$= -4x^3 + 10x^2y.$$

24. 计算： $\left(a^{2m} \cdot a^{n-1}\right)^2 \cdot a^m$

【答案】 $a^{5m+2n-2}$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方，幂的乘方，同底数幂的乘法，根据相关运算法则，进行计算即可.

【详解】 解： $\left(a^{2m} \cdot a^{n-1}\right)^2 \cdot a^m = \left(a^{2m}\right)^2 \cdot \left(a^{n-1}\right)^2 \cdot a^m$

$$= a^{4m} \cdot a^{2n-2} \cdot a^m$$

$$= a^{4m+2n-2+m}$$

$$= a^{5m+2n-2}.$$

25. 计算： $(2a - b + 3c)^2$

【答案】 $4a^2 + b^2 - 4ab + 9c^2 + 12ac - 6bc$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式，熟练掌握 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 是解题的关键.

将原式化为 $\left[(2a - b) + 3c\right]^2$ ，再由完全平方公式展开计算.

【详解】 解： $(2a - b + 3c)^2$

$$= \left[(2a - b) + 3c\right]^2$$

$$= (2a - b)^2 + (3c)^2 + 2(2a - b) \cdot 3c$$

$$= 4a^2 + b^2 - 4ab + 9c^2 + 12ac - 6bc.$$

26. 计算： $(2x^2 - x + 3)(2x^2 + x - 3)$

【答案】 $4x^4 - x^2 + 6x - 9$

【解析】

【分析】 本题考查完全平方公式和平方差公式，先根据平方差公式进行计算，再利用完全平方公式进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: 原式} &= [2x^2 - (x-3)][2x^2 + (x-3)] \\ &= (2x^2)^2 - (x-3)^2 \\ &= 4x^4 - (x^2 - 6x + 9) \\ &= 4x^4 - x^2 + 6x - 9. \end{aligned}$$

四、解答题 (第 27、28 每题 6 分, 第 29、30 每题 8 分, 第 31 题 9 分, 共 37 分)

27. 先化简, 再求值: $x(x^2 - x - \frac{1}{3}) + 2(x^2 + 2) - \frac{1}{3}x(3x^2 + 6x - 1)$, 其中 $x = -3$.

【答案】 $-x^2 + 4, -5$

【解析】

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: 原式} &= x^3 - x^2 - \frac{x}{3} + 2x^2 + 4 - x^3 - 2x^2 + \frac{x}{3} \\ &= -x^2 + 4 \end{aligned}$$

把 $x = -3$ 代入上式得, 原式 $= -(-3)^2 + 4 = -5$

28. 解不等式: $3(x-2)(x+1) + (2x-1)^2 - 7(x+3)(x-3) > 23$.

【答案】 $x < 5$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算, 解一元一次不等式, 解题的关键是熟练掌握整式的混合运算法则和解一元一次不等式的步骤.

先利用整式的混合运算法则化简, 再根据解一元一次不等式的步骤求解即可.

$$\text{【详解】 解: } 3(x-2)(x+1) + (2x-1)^2 - 7(x+3)(x-3) > 23,$$

$$3(x^2 + x - 2x - 2) + 4x^2 - 4x + 1 - 7(x^2 - 9) > 23$$

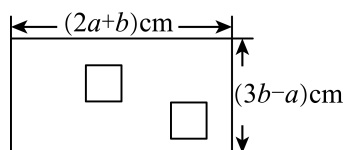
$$3x^2 - 3x - 6 + 4x^2 - 4x + 1 - 7x^2 + 63 > 23$$

$$-7x > -35,$$

解得: $x < 5$,

所以原不等式的解集为 $x < 5$.

29. 如图是一个长方形纸片，它的长为 $(2a+b)\text{cm}$ ，宽为 $(3b-a)\text{cm}$ ，现用剪刀在长方形纸片内剪的去2个边长均为 $b\text{cm}$ 的正方形。



(1) 用含 a ， b 的代数式表示剩余纸片的面积；(结果化为最简形式)

(2) 若 $a=6$ ， $b=8$ ，求剩余纸片的面积。

【答案】 (1) $(b^2 - 2a^2 + 5ab)\text{cm}^2$

(2) 232cm^2

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式，代数式求值，整式的混合运算；

(1) 用长方形纸片的面积减去2个正方形的面积进行列式，然后根据多项式乘以多项式以及合并同类项的法则进行计算即可；

(2) 直接代入 (1) 中结果计算即可。

【小问1详解】

$$\text{解: } (2a+b)(3b-a) - 2b^2$$

$$= 6ab - 2a^2 + 3b^2 - ab - 2b^2$$

$$= (b^2 - 2a^2 + 5ab)\text{cm}^2,$$

所以剩余纸片的面积为 $(b^2 - 2a^2 + 5ab)\text{cm}^2$ ；

【小问2详解】

若 $a=6$ ， $b=8$ ，

$$\text{则 } b^2 - 2a^2 + 5ab = 8^2 - 2 \times 6^2 + 5 \times 6 \times 8 = 64 - 72 + 240 = 232\text{cm}^2,$$

所以剩余纸片的面积为 232cm^2 。

30. 已知： $2^a = 3$ ， $2^b = 5$ ， $2^c = 30$

(1) 求代数式 $8^a \cdot 4^b$ 的值；

(2) 试求 a 、 b 、 c 所满足的数量关系式。

【答案】 (1) 675 (2) $a + b + 1 = c$

【解析】

【分析】 本题考查同底数幂的乘法，幂的乘方的逆用，熟练掌握相关运算法则，是解题的关键：

(1) 逆用幂的乘方法则，整体代数法求值即可；

(2) 根据同底数幂的乘法法则，进行计算即可.

【小问 1 详解】

解： $\because 2^a = 3, 2^b = 5,$

$$\therefore 8^a \cdot 4^b = (2^3)^a \cdot (2^2)^b = (2^a)^3 \cdot (2^b)^2 = 3^3 \times 5^2 = 675 ;$$

【小问 2 详解】

$$\because 2^a = 3, 2^b = 5, 2^c = 30 = 3 \times 2 \times 5,$$

$$\therefore 2 \cdot 2^a \cdot 2^b = 2^c,$$

$$\therefore 2^{a+b+1} = 2^c,$$

$$\therefore a+b+1=c.$$

31. 阅读理解：

通过学习，我们发现两个一次二项式的乘法公式 $(x+a) \cdot (x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 与我们将要学习的一元二次方程的解法有关：

如果我们能将一个一元二次方程 $x^2 + px + q = 0$ 化为 $(x-x_1) \cdot (x-x_2) = 0$ 的形式，就能够得到这个方程的两个根为 x_1 、 x_2 . 请结合上述阅读解决下列问题：

(1) 请用含有 x_1 、 x_2 的式子分别来表示 p 、 q ： $p = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $q = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - x - k = 0$ 可以化为 $(2x-m) \cdot (nx+1) = 0$ 的形式，请求出这个方程的两个根；

(3) 逆向来看，我们也可以借助上述关系式来构造一元二次方程，请试着构造一个一元二次方程，使方程的二次项系数为 2，且有一个根为 3，另一个根为 5.

【答案】 (1) $-(x_1+x_2), x_1x_2$

(2) $x = \frac{3}{2}$ 或 $x = -1$

(3) $2x^2 - 16x + 30 = 0$

【解析】

【分析】 本题考查多项式乘以多项式，熟练掌握多项式乘以多项式的法则，理解题干给定的信息，是解题的关键：

- (1) 利用多项式乘以多项式的法则，进行求解即可；
- (2) 利用多项式乘以多项式的法则，进行计算后，求出 m, n 的值，进而求出方程的两个根即可；
- (3) 根据要求构造一元二次方程即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } (x-x_1) \cdot (x-x_2) = x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2,$$

$$\text{由题意, 可知: } x^2 + px + q = x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2,$$

$$\therefore p = -(x_1+x_2), q = x_1x_2;$$

$$\text{故答案为: } -(x_1+x_2), x_1x_2;$$

【小问 2 详解】

$$(2x-m) \cdot (nx+1) = 2nx^2 + (2-mn)x - m,$$

$$\text{由题意, 得: } 2x^2 - x - k = 2nx^2 + (2-mn)x - m,$$

$$\therefore 2n = 2, 2 - mn = -1,$$

$$\therefore n = 1, m = 3,$$

$$\therefore (2x-3) \cdot (x+1) = 0,$$

$$\therefore 2x-3=0 \text{ 或 } x+1=0,$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 或 } x = -1;$$

【小问 3 详解】

$$\text{由题意, 当 } x=3 \text{ 或 } x=5 \text{ 时, } (2x-6)(x-5) = 0,$$

$$\therefore (2x-6)(x-5) = 2x^2 - 10x - 6x + 30 = 2x^2 - 16x + 30,$$

$$\therefore \text{二次项系数为 } 2, \text{ 且有一个根为 } 3, \text{ 另一个根为 } 5 \text{ 的一元二次方程可以为: } 2x^2 - 16x + 30 = 0.$$