

七年级数学即时作业

一、选择题：(每题 3 分)

1. 下列说法不正确的是 ()

A. 若 $a > b$, 则 $a + 2 > b + 2$

B. 若 $a > b$, 则 $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$

C. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

D. 若 $2a > 2b$, 则 $a > b$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查不等式的基本性质，需逐项判断其正确性. 选项 A、B 和 D 符合不等式性质，正确；选项 C 存在反例，不正确，从而可得答案.

【详解】解：A、 $a > b$ 两边同时加上 2 得， $a + 2 > b + 2$ ，不等号的方向不变，说法正确，故选项不符合题意；

B、 $a > b$ 两边同时乘以 $-\frac{1}{3}$ 得， $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$ ，不等号的方向改变，说法正确，故选项不符合题意；

C、若 $a > b$ ，当 $c = 0$ 时， $ac^2 = bc^2$ ，原说法不正确，假命题，故选项符合题意；

D、 $2a > 2b$ ，两边同时除以 2，则 $a > b$ ，不等号的方向不变，说法正确，故选项不符合题意.

故选：C.

2. 以下分式化简：① $\frac{4x+2}{6x-1} = \frac{2x+2}{3x-1}$ ；② $\frac{x+a}{x+b} = \frac{a}{b}$ ；③ $\frac{x^2+y^3}{x+y} = x+y$ ；④ $\frac{x^2-y^2}{x+y} = x+y$. 其中错误的有

()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了分式的基本性质和分式的约分. 通过代入具体数值或代数变形检验每个分式的化简是否正确，发现所有四个分式化简均错误.

【详解】① $\because$ 当 $x = 1$ 时，左边 $= \frac{4 \times 1 + 2}{6 \times 1 - 1} = \frac{6}{5}$ ，右边 $= \frac{2 \times 1 + 2}{3 \times 1 - 1} = \frac{4}{2} = 2$ ，右边 $\neq$ 左边， $\therefore$ ① 错误.

② $\because$ 当 $x = 1$ ， $a = 2$ ， $b = 3$ 时，左边 $= \frac{1+2}{1+3} = \frac{3}{4}$ ，右边 $= \frac{2}{3}$ ，右边 $\neq$ 左边， $\therefore$ ② 错误.

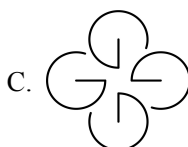
③ $\because$ 当 $x = 1$ ， $y = 1$ 时，左边 $= \frac{1^2 + 1^3}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$ ，右边 $= 1+1 = 2$ ，右边 $\neq$ 左边， $\therefore$ ③ 错误.

④ $\therefore \frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x - y)(x + y)}{x + y} = x - y$, 但右边 $= x + y$, 除非 $y = 0$, 否则不相等, $\therefore$ ④错误.

因此, 所有四个分式化简均错误,

故选 D.

3. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了轴对称图形, 中心对称图形的识别, 解题的关键在于熟练掌握: 在平面内, 一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合的图形叫做轴对称图形; 在平面内, 把一个图形绕着某个点旋转 180° , 如果旋转后的图形能与原来的图形重合, 那么这个图形叫做中心对称图形. 根据轴对称图形、中心对称图形的定义进行判断即可.

【详解】解: A 选项图是轴对称图形, 不是中心对称图形, 不符合题意;

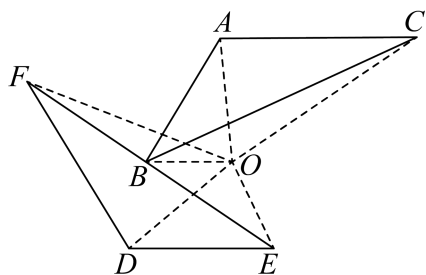
B 选项图形既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 符合题意;

C 选项图形不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不符合题意;

D 选项图形不是轴对称图形, 不是中心对称图形, 不符合题意.

故选: B.

4. 如图, 将三角形 ABC 绕点 O 按逆时针方向旋转一定的角度得到三角形 DEF , 则旋转中心和旋转角是 ()



A. 点 B , $\angle ABO$

B. 点 O , $\angle AOB$

C. 点 B , $\angle BOE$

D. 点 O , $\angle AOD$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的概念, 熟练掌握“旋转中心是旋转过程中不动的点, 旋转角是对应点与旋

转中心连线的夹角”是解题的关键. 根据旋转的定义, 确定旋转中心, 再找出对应点与旋转中心连线的夹角作为旋转角.

【详解】解: $\because$ 三角形 ABC 绕点 O 旋转得到三角形 DEF ,

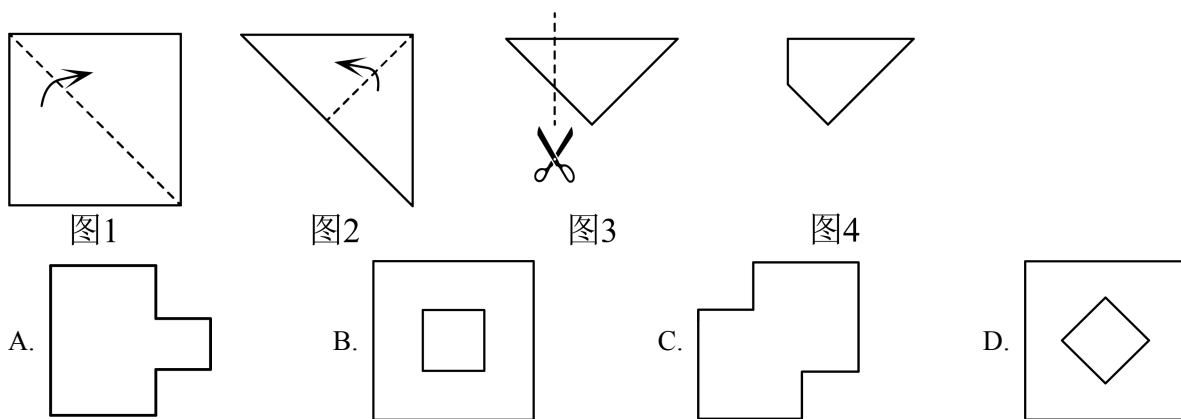
$\therefore$ 旋转中心是点 O ,

$\therefore$ 点 A 的对应点是点 D ,

$\therefore$ 旋转角是 $\angle AOD$,

故选: D.

5. 将一张正方形纸片按如图 1, 图 2 所示的方向对折, 然后沿图 3 中的虚线剪裁得到图 4, 将图 4 的纸片展开铺平, 再得到的图案是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据题意学生只要亲自动手操作, 答案就会很直观地呈现.

【详解】按照图中的顺序向右上翻折, 向左上角翻折, 剪去左上角, 展开即可.

故选 C.

【点睛】本题考查了剪纸问题, 此类题目主要考查学生的动手能力及空间想象能力, 对于此类问题, 学生只要亲自动手操作, 答案就会很直观地呈现.

6. 小明乘出租车去体育场有两条路线: 路线一的全程是 25 千米, 但交通比较拥堵; 路线二的全程是 30 千米, 平均车速比走路线一时的平均车速能提高 80%, 因此能比走路线一少用 10 分钟到达. 若设走路线一时的平均车速为 x 千米时, 则根据题意得 ()

A. $\frac{25}{x} - \frac{30}{1+80\%} = 10$

B. $\frac{25}{x} - \frac{30}{(1+80\%)x} = \frac{10}{60}$

C. $\frac{30}{(1+80\%)x} - \frac{25}{x} = 10$

D. $\frac{30}{(1+80\%)x} - \frac{25}{x} = \frac{10}{60}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的实际应用，熟练掌握“路程、速度、时间的关系（时间=路程÷速度）”并统一单位是解题的关键. 先表示出路线一、路线二的行驶时间，再根据“路线一用时-路线二用时=10分钟（换算为小时）”列方程.

【详解】 解：由题意可得 $\frac{25}{x} - \frac{30}{(1+80\%)x} = \frac{10}{60}$,

故选： B.

二、填空题：（每题 2 分）

7. 当 x _____ 时，分式 $\frac{(x+2)(x+3)}{x+2}$ 有意义.

【答案】 $\neq -2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式有意义的条件，熟练掌握“分式有意义时分母不为 0”是解题的关键. 根据分式有意义的条件，确定分母不为零的情况，进而求出 x 的取值范围.

【详解】 解： $\because$ 分式 $\frac{(x+2)(x+3)}{x+2}$ 有意义，

$\therefore x+2 \neq 0$,

解得 $x \neq -2$,

故答案为： $\neq -2$.

8. 根据“ x 的 5 倍与 3 的差不大于 2”，可列不等式为_____.

【答案】 $5x-3 \leq 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了列一元一次不等式，熟练掌握“用数学符号表示文字描述的数量关系”是解题的关键.

先明确“ x 的 5 倍”“与 3 的差”的数学表达式，再根据“不大于”对应的不等号，列出不等式.

【详解】 解：由题意得： $5x-3 \leq 2$,

故答案为： $5x-3 \leq 2$.

9. 化简： $\frac{2-x}{x^2+4x-12} =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{x+6}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的约分，先将分母进行因式分解，再进行约分即可，掌握分式的性质是解题的关键.

【详解】 解: $\frac{2-x}{x^2+4x-12} = -\frac{x-2}{(x-2)(x+6)} = -\frac{1}{x+6},$

故答案为: $-\frac{1}{x+6}.$

10. 计算: $\frac{a+1}{a} \div \left(a - \frac{1}{a}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】

$\frac{1}{a-1}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的混合运算，以及平方差公式的运算，解决本题的关键是对括号内的式子进行通分计算.

将除法运算转化为乘法运算，并利用分式的性质进行简化，最后通过约分得到结果.

【详解】 解: $\frac{a+1}{a} \div \left(a - \frac{1}{a}\right)$

$$= \frac{a+1}{a} \div \frac{a^2-1}{a}$$

$$= \frac{a+1}{a} \times \frac{a}{a^2-1}$$

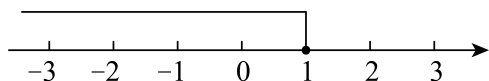
$$= \frac{a+1}{a^2-1}$$

$$= \frac{a+1}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{1}{a-1}.$$

故答案为: $\frac{1}{a-1}.$

11. 如图，该数轴表示的不等式的解集是_____.



【答案】 $x \leq 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了在数轴上表示不等式的解集，熟练掌握“实心点对应不等号含等号、向左表示小于或小于等于”是解题的关键。根据数轴上点的虚实和方向，确定不等式的解集即可。

【详解】 解：数轴上表示的点是 1（实心点），方向向左，
故解集为： $x \leq 1$ ，
故答案为： $x \leq 1$ 。

12. 将 $\frac{2}{3}a^{-5}b^2c^{-2}$ 写成只含有正整数指数幂的形式_____。

【答案】 $\frac{2b^2}{3a^5c^2}$

【解析】

【分析】 本题考查负整数指数幂的运算，根据规则将负指数项转化为分母中的正指数形式。

【详解】 解： $\frac{2}{3}a^{-5}b^2c^{-2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{a^5} \cdot b^2 \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{2b^2}{3a^5c^2}$ 。

故答案为 $\frac{2b^2}{3a^5c^2}$ 。

13. 关于 x 的方程 $\frac{2x+a}{x-1} = 1$ 的解是负数，则 a 的取值范围是__。

【答案】 $a > -1$

【解析】

【分析】 本题考查了含参数的分式方程的求解，将分式方程转化为一元一次方程是解题关键。只需在方程两边乘 $x-1$ ，即可求解。

【详解】 解：方程两边乘 $x-1$ ，得
 $2x+a = x-1$ 。
解得： $x = -1-a$ 。
 $\because$ 方程 $\frac{2x+a}{x-1} = 1$ 的解是负数，
 $\therefore -1-a < 0$ 。
解得： $a > -1$ 。
故答案为： $a > -1$ 。

14. 不等式 $5x + 5 > -3 + 3x$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次不等式的解法，熟练掌握移项、合并同类项等解不等式的步骤是解题的关键. 通过移项、合并同类项，将不等式化为最简形式，进而求出解集.

【详解】 解： $5x + 5 > -3 + 3x$,

移项得 $5x - 3x > -3 - 5$,

合并同类项得 $2x > -8$,

两边同除以 2 得 $x > -4$,

故答案为 $x > -4$.

15. 下列图形中，绕某个点旋转 180° 能与自身重合的有_____.

①正方形；②长方形；③等边三角形；④线段；⑤角；⑥平行四边形.

【答案】 ①②④⑥

【解析】

【分析】 本题主要考查了中心对称图形的概念，熟练掌握“中心对称图形是绕某点旋转 180° 后能与自身重合的图形”是解题的关键.

判断每个图形是否为中心对称图形(绕某点旋转 180° 能与自身重合的图形), 依次分析每个图形的旋转性质.

【详解】 解：①正方形：绕对角线交点旋转 180° 能与自身重合；

②长方形：绕对角线交点旋转 180° 能与自身重合；

③等边三角形：绕某点旋转 180° 不能与自身重合；

④线段：绕中点旋转 180° 能与自身重合；

⑤角：绕某点旋转 180° 不能与自身重合；

⑥平行四边形：绕对角线交点旋转 180° 能与自身重合.

故答案为：①②④⑥.

16. 如果点 A 与点 B 关于直线 MN 对称, 而且点 A 到 MN 的距离是 2.4cm , 那么线段 AB 的长是_____ cm .

【答案】 4.8

【解析】

【分析】 本题主要考查了轴对称的性质，熟练掌握“关于某直线对称的两点，到对称轴的距离相等，且对称轴是两点连线的垂直平分线”是解题的关键.

根据轴对称的性质，确定点 A 、 B 到对称轴 MN 的距离关系，进而计算线段 AB 的长度.

【详解】解：∵点 A 与点 B 关于直线 MN 对称，

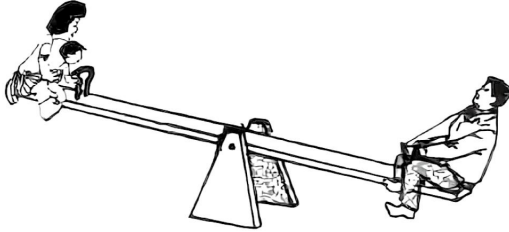
∴直线 MN 是线段 AB 的垂直平分线，

∴点 B 到 MN 的距离等于点 A 到 MN 的距离，即 2.4cm ，

∴ $AB = 2.4 + 2.4 = 4.8$.

故答案为：4.8 .

17. 小明和爸爸妈妈三人玩跷跷板. 三人的体重一共为 150 千克，爸爸坐在跷跷板的一端，体重只有妈妈一半的小明和妈妈一同坐在跷跷板的另一端，这时爸爸那端仍然着地. 那么小明的体重应小于_____千克.



【答案】25

【解析】

【分析】此题重点考查一元一次不等式的应用，掌握一元一次不等式的解法是解题的关键.

设小明的体重为 x ，则小明妈妈的体重为 $2x$ ，爸爸的体重为 $150 - 3x$ ，根据题意列出不等式，解不等式即可求解.

【详解】解：设小明的体重为 x ，则小明妈妈的体重为 $2x$ ，爸爸的体重为 $150 - 3x$.

$$x + 2x < 150 - 3x$$

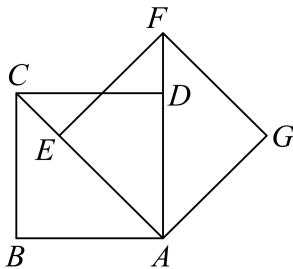
$$6x < 150$$

$$x < 25$$

因此小明的体重应小于 25 千克.

故答案为：25.

18. 如图，正方形 $ABCD$ 经过旋转后到达正方形 $AEFG$ 的位置，点 C 的对应点是点_____.



【答案】F

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质，关键是确定旋转中心和旋转角；

根据对应点是旋转前后位置相对应的点判断即可．

【详解】 解：由题意可知：旋转中心是点 A ，旋转后 B, E 对应，

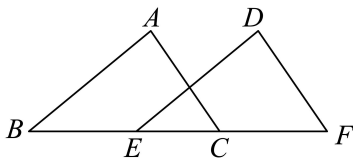
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle EAG = \angle BAD = 90^\circ$$

$$\therefore \text{旋转角是 } \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAD = 45^\circ,$$

$\therefore$ 点 C 的对应点是点 F ．

19. 如图，将三角形 ABC 沿射线 BC 平移后能与三角形 DEF 重合（点 B 、 C 分别与点 E 、 F 对应），如果 BF 的长为 12，点 E 在边 BC 上，且 $3 < EC < 5$ ，则边 BC 长的取值范围为_____．



【答案】 $7.5 < BC < 8.5$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平移的性质，熟练掌握平移后对应线段相等是解题的关键．根据平移性质得 $BC = EF$ ，结合 $BF = BE + EF = 2BC - EC$ ，代入 $BF = 12$ 得到 BC 与 EC 的关系，再根据 EC 的范围求 BC 的范围．

【详解】 解：由平移性质可知： $BC = EF$ ， $BE = CF$ ．

$$\therefore BF = BE + EC + CF = 2BC - EC, \text{ 且 } BF = 12,$$

$$\therefore 2BC - EC = 12$$

$$\therefore BC = \frac{12 + EC}{2},$$

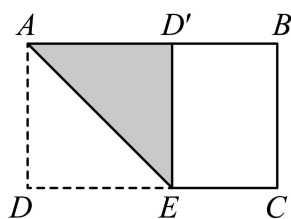
$$\therefore 3 < EC < 5,$$

$$\therefore \frac{12 + 3}{2} < BC < \frac{12 + 5}{2},$$

$$\therefore 7.5 < BC < 8.5,$$

故答案为： $7.5 < BC < 8.5$ ．

20. 如图，已知长方形纸片 $ABCD$ ， $AB = 10$ ， $AD = x$ ， $AD < AB$ ．先将长方形纸片 $ABCD$ 折叠，使点 D 落在 AB 边上，记作点 D' ，折痕为 AE ，再将 $\triangle AED$ 沿 $D'E$ 向右翻折，使点 A 落在射线 $D'B$ 上，记作点 A' ．若翻折后的图形中，线段 $BD' = 2BA'$ ，则 x 的值为_____．

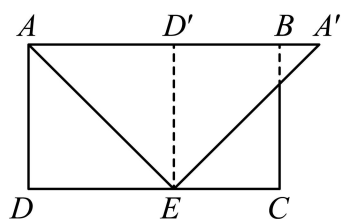


【答案】 $\frac{10}{3}$ 或 6

【解析】

【分析】 本题考查了折叠的性质，分当 A' 点在 $D'B$ 延长线上时，当 A' 点在 $D'B$ 上时，两种情况用含 x 的代数式表示出 BD' 的长，再根据 $BD' = 2BA'$ 建立方程求解即可.

【详解】 解： 当 A' 点在 $D'B$ 延长线上时，



由折叠可知： $AD = AD' = A'D' = x$,

$\therefore AB = 10$,

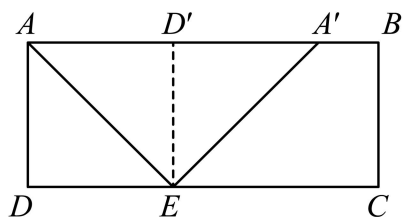
$\therefore BA' = AA' - AB = 2x - 10$, $BD' = AB - AD' = 10 - x$,

$\therefore BD' = 2BA'$,

$\therefore 10 - x = 2(2x - 10)$,

解得： $x = 6$;

当 A' 点在 $D'B$ 上时，



由折叠可知： $AD = AD' = A'D' = x$,

$\therefore AB = 10$,

$\therefore BA' = AB - AA' = 10 - 2x$, $BD' = AB - AD' = 10 - x$,

$\therefore BD' = 2BA'$,

$\therefore 10 - x = 2(10 - 2x)$,

解得: $x = \frac{10}{3}$;

故答案为: $\frac{10}{3}$ 或 6.

三、简答题: (共 25 分)

21. 当 $x > y$ 时, 比较 $-3x + 5$ 与 $-3y + 5$ 的大小, 并说明理由. 请将下面的解题过程补充完整, 括号内填写该步骤用到的不等式性质.

(1) $\because x > y, -3 < 0,$

$\therefore -3x$ _____ $-3y$ (_____)

$\therefore -3x + 5$ _____ $-3y + 5$ (_____).

(2) 若 $(a-3)x < (a-3)y$, 则 a 的取值范围为_____. (直接写出答案)

【答案】 (1) $<$, 不等式的两边都乘以同一个负数, 不等号的方向改变; $<$, 不等式的两边都加上同一个数, 不等号的方向不变

(2) $a < 3$

【解析】

【分析】 本题考查的是不等式的性质, 熟知不等式的性质是解答的关键.

(1) 根据不等式的性质求解即可.

(2) 由 $x > y$ 得到 $(a-3)x < (a-3)y$, 可得 $a-3 < 0$, 进一步求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because x > y, -3 < 0,$

$\therefore -3x < -3y$ (不等式的两边都乘以同一个负数, 不等号的方向改变)

$\therefore -3x + 5 < -3y + 5$ (不等式的两边都加上同一个数, 不等号的方向不变).

【小问 2 详解】

解: $\because x > y$ 且 $(a-3)x < (a-3)y,$

$\therefore a-3 < 0,$

解得: $a < 3.$

22. 计算: $3xy^2 \div \left(-\frac{6y^2}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{12y}{x}\right)^2.$

【答案】 $-\frac{2x^2}{y^2}$

【解析】

【分析】 本题考查的是含乘方的分式的乘除混合运算，先计算乘方，再计算乘除即可.

【详解】 解: $3xy^2 \div \left(-\frac{6y^2}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{12y}{x}\right)^2$

$$= 3xy^2 \cdot \frac{6^3 y^6}{x^3} \times \frac{12^2 y^2}{x^2}$$

$$= -3xy^2 \cdot \frac{x^3}{6^3 y^6} \cdot \frac{12^2 y^2}{x^2}$$

$$= -\frac{2x^2}{y^2}.$$

23. 计算: $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2}.$

【答案】 $\frac{x+y}{x-y}$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式的加减运算，先通分，再计算即可.

【详解】 解: $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2}$

$$= \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{2xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+xy}{(x-y)(x+y)} - \frac{xy-y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+xy-xy+y^2+2xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{(x+y)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x+y}{x-y}.$$

24. 计算: $(a^2 + 2 + a^{-2}) \div (a + a^{-1}) \cdot a$

【答案】 $a^2 + 1$

【解析】

【分析】 本题考查了整数指数幂的混合运算，解题的关键是熟练掌握运算法则.

先将 $a^2 + 2 + a^{-2}$ 变形为 $(a + a^{-1})^2$ ，再进行除法、乘法计算.

【详解】 解: $(a^2 + 2 + a^{-2}) \div (a + a^{-1}) \cdot a$

$$= \frac{(a + a^{-1})^2}{(a + a^{-1})} \cdot a$$
$$= (a + a^{-1}) \cdot a$$
$$= a^2 + 1$$

25. 解方程: $\frac{3}{x^2 + x} + 2 = \frac{2x + 1}{x + 1}$

【答案】 $x = -3$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式方程的解法，先去分母化为整式方程，再进一步解方程并检验即可.

【详解】 解: $\frac{3}{x^2 + x} + 2 = \frac{2x + 1}{x + 1}$,

$$\therefore \frac{3}{x(x + 1)} + 2 = \frac{2x + 1}{x + 1},$$

去分母得: $3 + 2(x^2 + x) = x(2x + 1)$,

去括号得: $3 + 2x^2 + 2x = 2x^2 + x$,

移项、合并同类项, 得 $x = -3$,

经检验: $x = -3$ 是原方程的根,

$\therefore$ 原方程的根是 $x = -3$.

26. 先化简, 再求值: $\frac{x - 4}{x^2 - 1} \div \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1} + \frac{1}{x - 1}$, 其中 $x = (\frac{1}{3})^{-2}$.

【答案】 原式 $= \frac{2}{x - 1} = \frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把 x 的值代入进行计算即可.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】原式} &= \frac{x-4}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-4)} + \frac{1}{x-1} \\
 &= \frac{x-4}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x-4} + \frac{1}{x-1} \\
 &= \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \\
 &= \frac{2}{x-1}, \\
 \text{当 } x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 9 \text{ 时, 原式} &= \frac{2}{9-1} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键．

四、解答题：（共 28 分）

27. 若方程 $\frac{2x}{x-3} + \frac{k}{x^2-3x} = 2$ 有增根，求 k 的值．

【答案】 0 或 -18

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根问题，注意解答增根问题按如下步骤进行：①根据最简公分母确定增根的值；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

将分式方程去分母后，将 $x=0$ ， $x=3$ 代入求出 k 值即可．

$$\text{【详解】解：} \frac{2x}{x-3} + \frac{k}{x^2-3x} = 2$$

去分母得， $2x \cdot x + k = 2 \cdot x(x-3)$

整理得， $k = -6x$

∵ 方程有增根，

∴ 增根为 $x=0$ 或 $x=3$

当 $x=0$ 时， $k = -6 \times 0 = 0$ ；

当 $x=3$ 时 $k = -6 \times 3 = -18$

∴ k 的值为 0 或 -18

28. 甲、乙两同学的家与学校的距离为 3000 米，甲同学先步行 600 米，然后乘公交车去学校，乙同学骑自行车上学校．已知甲步行速度是乙骑自行车速度的一半，公交车的速度是乙骑自行车速度的 2 倍．甲乙两人同时从家出发去学校，结果甲同学比乙同学早到 2 分钟．

(1) 求乙骑自行车的速度；

(2) 出发几分钟后，两人与学校的距离相等？

【答案】(1) 乙骑自行车的速度为 300 米/分钟

(2) 出发 6 分钟后，两人与学校的距离相等

【解析】

【分析】本题考查了分式方程和一元一次方程的应用，解题的关键是正确理解题意，找到等量关系.

(1) 设乙骑自行车的速度为 x (米/分钟)，则甲步行速度是 $\frac{1}{2}x$ (米/分钟)，公交车的速度是 $2x$ (米/分钟)，根据题意列方程即可得到结论；

(2) 乙骑自行车的速度 300 米/分钟，甲步行速度 150 米/分钟，公交车速度 600 米/分钟，甲步行 600 米所需时间 $600 \div 150 = 4$ (分钟) 设出发 t 分钟后，两人与学校的距离相等，乙与学校的距离为 $(3000 - 300t)$ 米，然后分类讨论列方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：设乙骑自行车的速度为 x (米/分钟)，则甲步行速度是 $\frac{1}{2}x$ (米/分钟)，公交车的速度是 $2x$ (米/分钟)，

根据题意得 $\frac{600}{\frac{1}{2}x} + \frac{3000 - 600}{2x} = \frac{3000}{x} - 2$

解得： $x = 300$,

经检验 $x = 300$ 是方程的根，且符合题意

答：乙骑自行车的速度为 300 米/分钟；

【小问 2 详解】

解：由 (1) 可得，乙骑自行车的速度 300 米/分钟，甲步行速度 150 米/分钟，公交车速度 600 米/分钟

甲步行 600 米所需时间 $600 \div 150 = 4$ (分钟)

设出发 t 分钟后，两人与学校的距离相等，乙与学校的距离为 $(3000 - 300t)$ 米，

当 $t \leq 4$ 时，甲与学校的距离为 $(3000 - 150t)$ 米，

设 $3000 - 150t = 3000 - 300t$

解得 $t = 0$ (不合题意，舍去)

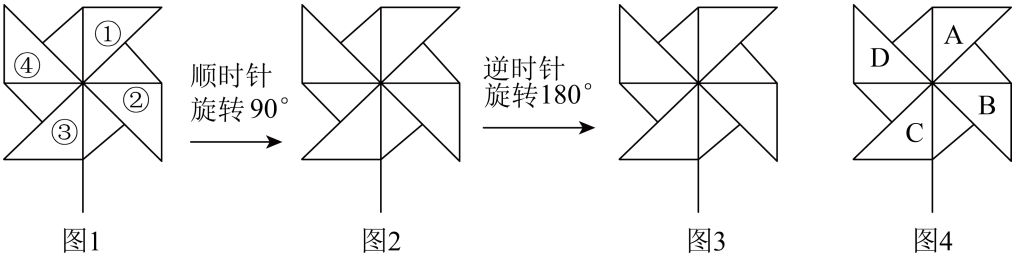
当 $t > 4$ 时，甲与学校的距离为 $3000 - [600 + 600(t - 4)] = 4800 - 600t$ (米)

设 $4800 - 600t = 3000 - 300t$

解得 $t = 6$

$\therefore$ 出发 6 分钟后，两人与学校的距离相等.

29. 如图是一个微型风车模型，风车的四叶分别标记为“①、②、③、④”，观察图形，回答以下问题.



(1) 图 1 的风车绕中心先顺时针旋转 90° ，形成图 2 的状态，再逆时针旋转 180° ，形成图 3 的状态，请在图 2、图 3 的四叶上分别标记“①、②、③、④”.

(2) 图 1 的风车绕中心顺时针旋转 2610° 后，风叶①到达了图 4 ____ 的位置、(填入 A 、 B 、 C 、 D)

(3) 图 1 所示风车绕中心逆时针最少旋转 ____ 度，风叶①也能到达第 (2) 问中位置.

(4) 图 1 所示风车中风叶①最少翻折 ____ 次，也能到达第 (2) 问中位置. (对称轴可以自己选择)

【答案】 (1) 见解析;

(2) B ;

(3) 270 ;

(4) 2 .

【解析】

【分析】 本题考查旋转对称图形，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

(1) 利用旋转变换的性质解决问题即可;

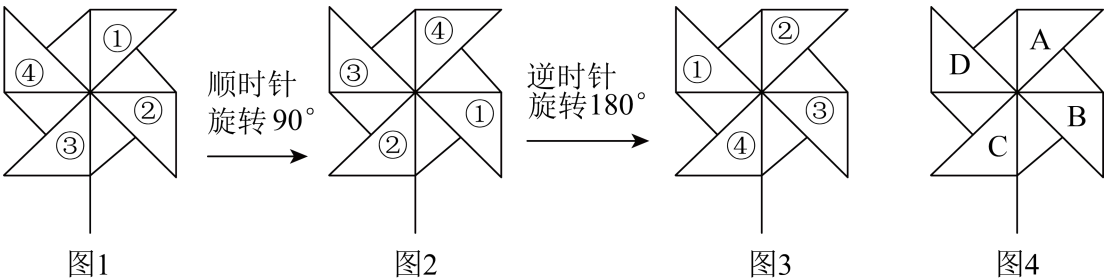
(2) 观察图形可知，旋转 360° 一次循环，由 $2610 \div 360 = 7 \cdots 90$ 可得结论;

(3) 利用旋转变换的性质判断即可;

(4) 利用翻折变换作出图形判断即可.

【小问 1 详解】

解: 答案见图 2, 图 3;



【小问 2 详解】

解: 观察图形可知，旋转 360° 一次循环,

$$2610 \div 360 = 7 \cdots 90,$$

所以风叶①到达了图 4 B 位置.

【小问 3 详解】

解：图 1 所示风车绕中心逆时针旋转 270° （旋转一周内），风叶①也能到达第（2）问中位置.

故答案为：270；

【小问 4 详解】

解：由如图 5 可知，最少翻折 2 次，也能到达第（2）问中位置.

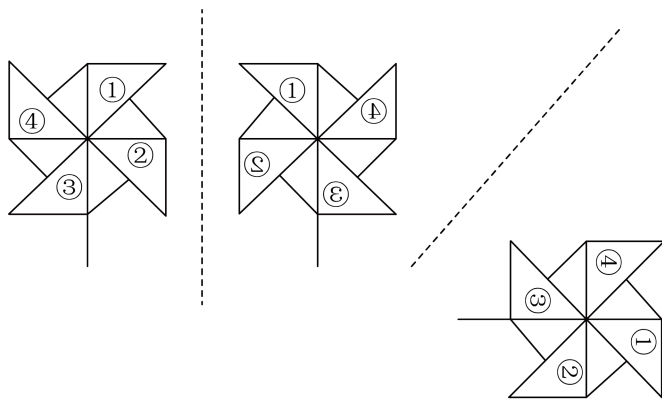


图5

故答案为：2.

30. 已知点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 上的一点，且点 E 不与点 B 、 C 重合. 在图 1、图 2、图 3 的正方形网格图中，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 都是格点，请按要求画图；

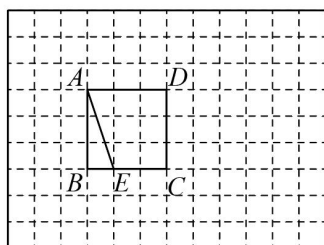


图1

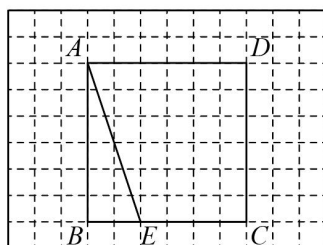


图2

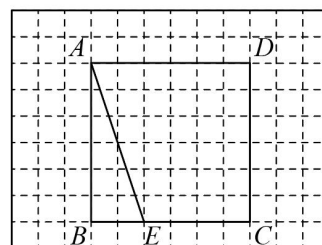


图3

- (1) 在图 1 中画出三角形 ABE 平移后得到的三角形 FDG ，其中点 A 、 B 、 E 的对应点分别是点 F 、 D 、 G .
- (2) 连接 BD ，在图 2 中画出与三角形 ABE 关于直线 BD 成轴对称的图形.
- (3) 点 O 是正方形网格图中的一点，且点 O 不与点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 重合. 将三角形 ABE 绕着点 O 旋转，使得线段 AB 与线段 AD 重合. 请在图 3 中画出符合上述条件的点 O 以及三角形 ABE 旋转后得到的三角形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) 见解析

【解析】

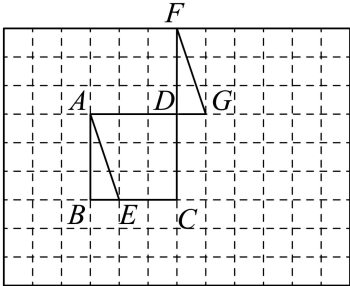
【分析】本题主要考查了平移（作图），画轴对称图形，画旋转图形，按照要求正确作出图形是解题的关键.

- (1) 利用平移作图的方法即可作图；

- (2) 利用轴对称作图的方法即可作图；
- (3) 利用旋转作图的方法即可作图.

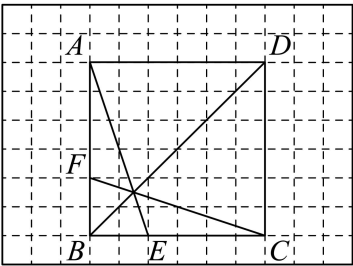
【小问 1 详解】

解：如图， $\triangle FDG$ 即为所求作；



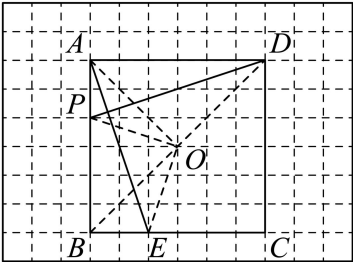
【小问 2 详解】

解：如图， $\triangle CBF$ 即为所求作；

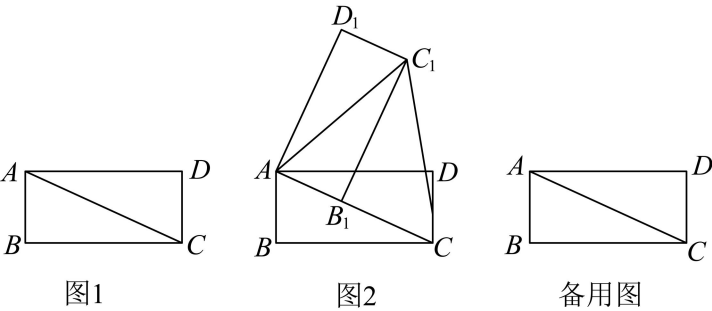


【小问 3 详解】

解：如图，点 O 即为旋转中心， $\triangle DAP$ 即为所求作；



31. 某学校数学兴趣小组的成员李同学在学习了图形的旋转这节课后，探索了一个新的问题：新定义：把长方形 $ABCD$ 绕着一个顶点旋转，使一边落在对角线上，把这样的旋转称为“对角旋转”，这个旋转角称为“对角旋转角”，如图 1，在长方形 $ABCD$ 中， $AB < AD$ ， AC 是对角线.



- (1) 如图 2，把长方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针作“对角旋转”，使边 AB 落在对角线 AC 上，此时点 B 的对

应点为点 B_1 ，点 C 的对应点为点 C_1 ，点 D 的对应点为点 D_1 ，连接 AC_1 ，如果 $\angle CAD$ 度数为 a ，则“对角旋转角”的度数=_____（用含有 a 的代数式表示）；

(2) 在 (1) 的条件下，如果 $\angle C_1AD = 39^\circ$ ，那么再把长方形 $ABCD$ 绕点 A 顺时针作“对角旋转”，使边 AD 落在对角线 AC 上，点 B 的对应点为点 B_2 ，点 C 的对应点为点 C_2 ，点 D 的对应点为点 D_2 ，连接 AC_2 ，请在答题纸中的图 2 上画出示意图，并直接写出 $\angle C_2AD$ 的度数；

(3) 在长方形 $ABCD$ 中， $BC = 2AB + 4$ ，在 (1) (2) 的基础上经“对角旋转”后，点 C 的对应点分别为点 C_1 和点 C_2 ，连接 AC_1 、 AC_2 、 CC_1 、 CC_2 ， $\triangle ACC_1$ 面积为 312， $\triangle ACC_2$ 面积为 130，请求出此时长方形 $ABCD$ 的面积。

【答案】 (1) $90^\circ - a$

(2) 图见解析， 51°

(3) 240

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质和定义以及三角形的面积公式；

(1) 根据对角旋转角的定义解答即可；

(2) 根据旋转的性质和角的关系解答即可；

(3) 根据三角形的面积公式和关系得出与的关系，进而解答即可。

【小问 1 详解】

解：由题意可知：“对角旋转角”为 $\angle BAC$ ，

$$\because \angle BAC + \angle CAD = 90^\circ, \quad \angle CAD = a,$$

$$\therefore \text{对角旋转角为: } \angle BAC = 90^\circ - a,$$

故答案为： $90^\circ - a$ ；

【小问 2 详解】

解：如图，

$$\because \angle C_1AD = 39^\circ,$$

由旋转可知， $\angle DAC = \angle D_1AC_1$ ，

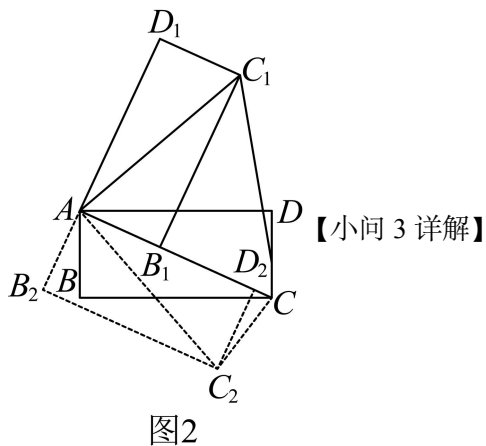
$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle C_1AD + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle DAC = 90^\circ - \angle C_1AD = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ,$$

$$\therefore 2\angle DAC = 51^\circ,$$

由旋转可知: $\angle CAD = \angle C_2AC$,

$$\therefore \angle C_2AD = \angle C_2AC + \angle CAD = 2\angle CAD = 51^\circ;$$



解: 由旋转可知: $B_1C_1 = BC, C_2D_2 = AB$,

$$\therefore S_{\triangle ACC_1} = \frac{1}{2} AC \times B_1C_1 = 312, \quad S_{\triangle ACC_2} = \frac{1}{2} AC \times C_2D_2 = 130,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACC_1}}{S_{\triangle ACC_2}} = \frac{B_1C_1}{C_2D_2} = \frac{BC}{AB} = \frac{312}{130},$$

即: $BC = 2.4AB$,

$$\therefore BC = 2AB + 4,$$

$$\therefore AB = 10, BC = 24,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是长方形,

$$\therefore S_{\text{长方形}ABCD} = BC \times AB = 24 \times 10 = 240.$$