

2025 学年第一学期阶段性作业评价 (一)

七年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟)

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 代数式 $\frac{x+a}{2}$, $2x^3y$, $\frac{1}{2m}$, $\frac{7a}{3-b}$, -2 , a , $7x^2+6x-2$ 中, 单项式有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】直接利用单项式的定义分析得出答案.

【详解】代数式 $\frac{x+a}{2}$, $2x^3y$, $\frac{1}{2m}$, $\frac{7a}{3-b}$, -2 , a , $7x^2+6x-2$ 中, 单项式有: $2x^3y$, -2 , a , 共 3 个.

故选 C.

【点睛】本题考查了单项式, 正确把握单项式的定义是解题的关键.

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $x^2y - 2x^2y = -1$; B. $2a + 3b = 5ab$;
- C. $a^3 + a^2 = a^5$; D. $-3ab - 3ab = -6ab$.

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查合并同类项, 根据合并同类项法则进行解答即可.

【详解】解: A、 $x^2y - 2x^2y = -x^2y$, 原选项计算错误, 故不符合题意;

B、 $2a$ 与 $3b$ 不是同类项, 不可以合并, 原选项计算错误, 故不符合题意;

C、 a^3 与 a^2 不是同类项, 不可以合并, 原选项计算错误, 故不符合题意;

D、 $-3ab - 3ab = -6ab$, 计算正确, 符合题意,

故选: D.

3. 下列说法正确的是 ()

- A. $-x^3y$ 的系数是 -1 , 次数是 3

B. 多项式 $5xy - \frac{1}{2}x + \pi - 1$ 的次数是 2，项数是 3

C. 单项式 $2ab^2$ 与 $-2a^2b$ 是同类项

D. 多项式 $x^2y^2 - 1 + \frac{2}{3}xy^3 - 3x^3y$ 按 x 的降幂排列为 $3x^3y + x^2y^2 + \frac{2}{3}xy^3 - 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查单项式与多项式的项、系数、次数，同类项. 根据单项式与多项式的项、系数、次数，同类项的概念逐项判断即可.

【详解】解：A、 $-x^3y$ 的系数是 -1 ，次数是 4，故本选项说法错误；

B、多项式 $5xy - \frac{1}{2}x + \pi - 1$ 中， $\pi - 1$ 是常数项，因此它的次数是 2，项数是 3，故本选项的说法正确；

C、单项式 $2ab^2$ 与 $-2a^2b$ 中， a 的指数不同， b 的指数不同，它们不是同类项，故本选项的说法错误；

D、多项式 $x^2y^2 - 1 + \frac{2}{3}xy^3 - 3x^3y$ 按 x 的降幂排列为 $-3x^3y + x^2y^2 + \frac{2}{3}xy^3 - 1$ ，故本选项的说法错误.

故选：B

4. 如果 A 、 B 都是关于 x 的单项式，且 $A \cdot B$ 是一个七次单项式， $A - B$ 是一个四次整式，那么 $A + B$ 的次数 ()

A. 一定是四次； B. 一定是七次； C. 一定是三次； D. 无法确定.

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查整式的次数，根据多项式的次数概念即可求出答案.

【详解】解：由于 $A - B$ 是一个四次整式， A 、 B 都是关于 x 的单项式，

$\therefore A$ 、 B 的次数都不能超过四次的单项式，

$\therefore A \cdot B$ 是一个七次单项式，

$\therefore A$ 与 B 中必定有一个是四次单项式，另外一个为三次单项式，

$\therefore A + B$ 一定是四次多项式，

故选：A.

5. 下列整式乘以整式能用平方差公式计算的是 ()

- A. $(-x+3y)(-x-3y)$; B. $(x+3y)(-x-3y)$;
C. $(x-3y)(-x+3y)$; D. $(-x-3y)(-x-3y)$.

【答案】A

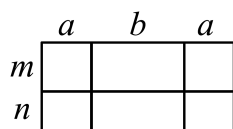
【解析】

【分析】此题主要考查了平方差公式，运用平方差公式计算时，关键要找相同项和相反项，其结果是相同项的平方减去相反项的平方。根据平方差公式的特点找相同项和相反项，即可得到答案。

【详解】解： A、符合平方差公式的结构特点，能用平方差公式进行计算，此选项正确；
B、没有相同项，不能用平方差公式进行计算，此选项错误；
C、没有相同项，不能用平方差公式进行计算，此选项错误；
D、没有相反项，不能用平方差公式进行计算，此选项错误；
故选：A.

6. 如图，甲、乙、丙、丁四位同学给出了四种表示该长方形面积的多项式：

① $(2a+b)(m+n)$ ；② $2a(m+n)+b(m+n)$ ；③ $m(2a+b)+n(2a+b)$ ；④ $2am+2an+bm+bn$ ，你认为其中正确的有（ ）



- A. ①② B. ③④ C. ①②③ D. ①②③④

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了多项式乘多项式与几何图形。利用长方形的面积公式得到最大长方形面积为 $(2a+b)(m+n)$ ，也可以把最大长方形分割若干个小长方形，再求各小长方形的面积的和即可。

【详解】解：最大长方形的面积为 $(2a+b)(m+n)$ ，也可以表示为 $m(2a+b)+n(2a+b)$ 或 $2a(m+n)+b(m+n)$ 或 $2am+2an+bm+bn$ ，

故选：D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分共 24 分）

7. 计算： $3y - (-2x + 5y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2x - 2y$

【解析】

【分析】此题主要考查了整式的加减运算，正确合并同类项是解题关键．直接去括号进而合并同类项得出答案．

【详解】解： $3y - (-2x + 5y) = 3y + 2x - 5y = 2x - 2y$ ，

故答案为： $2x - 2y$ ．

8. 单项式 $-\frac{4}{3}\pi x^2 y$ 的次数是_____．

【答案】 3

【解析】

【分析】本题考查了单项式的次数的定义，熟练掌握单项式的次数的定义是关键，注意 π 是常数．根据一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数解题即可．

【详解】解：单项式 $-\frac{4}{3}\pi x^2 y$ 的次数是 $2 + 1 = 3$ ．

故答案为： 3．

9. 填空： (_____)ⁿ = $2^n a^{2n} b^{3n}$ ．

【答案】 $2a^2 b^3$

【解析】

【分析】本题考查了幂的乘方逆运算，积的乘方逆运算，熟练掌握幂的乘方逆运算与积的乘方逆运算的运算法则是解题的关键．根据幂的乘方逆运算与积的乘方逆运算即可得出答案．

【详解】解：根据幂的乘方逆运算 $a^{mn} = (a^m)^n$ 对等式右边变形：

$$2^n a^{2n} b^{3n} = 2^n (a^2)^n (b^3)^n,$$

根据积的乘方逆运算 $a^m b^m = (ab)^m$ 继续变形：

$$2^n (a^2)^n (b^3)^n = (2a^2 b^3)^n,$$

故答案为： $2a^2 b^3$ ．

10. 计算 $(-3a^3)^2 \cdot (-2a^2)^3 =$ _____．

【答案】 $-72a^{12}$

【解析】

【分析】先计算幂的乘方，再计算同底数幂的乘法即可．

$$\begin{aligned} \text{【详解】} & (-3a^3)^2 \cdot (-2a^2)^3 \\ &= 9a^6 \cdot (-8a^6) \\ &= -72a^{12}. \end{aligned}$$

故答案为： $-72a^{12}$ ．

【点睛】本题考查了幂的乘方，同底数幂的乘法，解答本题的关键是熟练掌握幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘；同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加．

11. 若 $2x + 3y - 4 = 0$ ，则 $9^x \cdot 27^y =$ _____．

【答案】 81

【解析】

【分析】本题考查了求代数式的值，幂的乘方，同底数幂相乘，由题意可得 $2x + 3y = 4$ ，再将所求式子利用幂的乘方以及同底数幂相乘的运算法则变形为 3^{2x+3y} ，整体代入进行计算即可得解，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解答此题的关键．

【详解】解： $\because 2x + 3y - 4 = 0$ ，

$$\therefore 2x + 3y = 4,$$

$$\therefore 9^x \cdot 27^y = (3^2)^x \cdot (3^3)^y = 3^{2x} \cdot 3^{3y} = 3^{2x+3y} = 3^4 = 81,$$

故答案为： 81．

12. 计算： $-\frac{1}{2}x \cdot (3x^2 - 2y + 2) =$ _____．

【答案】 $-\frac{3}{2}x^3 + xy - x$

【解析】

【分析】本题考查了单项式与多项式相乘的运算法则．熟练掌握运算法则是解题的关键，计算时要注意符号的处理．根据单项式与多项式相乘，先用单项式乘多项式的每一项，再把所得的积相加计算即可求得答案．

【详解】解： $-\frac{1}{2}x \cdot (3x^2 - 2y + 2)$

$$= \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot 3x^2 - \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot 2y + \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot 2$$

$$= -\frac{3}{2}x^3 + xy - x.$$

故答案为： $-\frac{3}{2}x^3 + xy - x$.

13. 若 $5x^2y^{n-1}z$ 与 $-\frac{2}{3}x^{m+1}yz$ 是同类项，那么 $m+n=$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】根据同类项的定义（所含字母相同，相同字母的指数相同）列出方程，求出 n, m 的值，再代入代数式计算即可.

【详解】根据题意得： $\begin{cases} m+1=2 \\ n-1=1 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} m=1 \\ n=2 \end{cases}$ ，则 $m+n=1+2=3$.

故答案为 3.

【点睛】本题考查了同类项的定义，同类项定义中的两个“相同”：

- (1) 所含字母相同；
- (2) 相同字母的指数相同，是易混点，因此成了中考的常考点.

14. 将多项式 $3+5x^2y-4xy-5x^3y^2-7x^4y$ 按字母 x 的降幂排列是_____.

【答案】 $-7x^4y-5x^3y^2+5x^2y-4xy+3$

【解析】

【分析】将多项式按 x 的降幂排列就是按 x 的指数从高到低排列，根据定义即可求解.

【详解】多项式 $3+5x^2y-4xy-5x^3y^2-7x^4y$ 按字母 x 的降幂排列是： $-7x^4y-5x^3y^2+5x^2y-4xy+3$.

故答案是： $-7x^4y-5x^3y^2+5x^2y-4xy+3$

【点睛】本题考查了多项式的降幂排列，我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小或从小到大的顺序排列，称为按这个字母的降幂或升幂排列. 要注意，在排列多项式各项时，要注意符号.

15. 有两个正方形 A, B ，将 B 放在 A 的内部得图 1，将 A, B 并列放置后构造一个大正方形得图 2. 若图 1 和图 2 中阴影部分的面积分别为 5 和 45，则图 2 中大正方形的面积为_____.

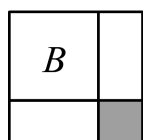


图1

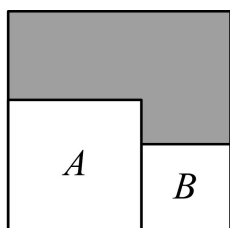


图2

【答案】 95

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的几何背景，设两个正方形 A, B 的边长分别为 x, y ，图 1 和图 2 中阴影部分的面积分别为 $(x-y)^2 = 5$ 和 $(x+y)^2 - x^2 - y^2 = 45$ ，进而求出 $2xy = 45$ ，则 $x^2 + y^2 = 50$ ，即可得解.

【详解】 解：设两个正方形 A, B 的边长分别为 x, y ，

由图 1 可得： $(x-y)^2 = 5$ ，

$$\therefore x^2 + y^2 - 2xy = 5,$$

由图 2 可得： $(x+y)^2 - x^2 - y^2 = 45$ ，

$$\therefore 2xy = 45,$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 45 = 5,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 50,$$

$$\therefore \text{图 2 中大正方形的面积为 } (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 45 = 50 + 45 = 95,$$

故答案为： 95.

16. 如果 $10^m = a$ ， $10^n = b$ ， 那么 $10^{2m+n} =$ _____.

【答案】 a^2b

【解析】

【分析】 根据同底数的乘法 $10^{2m+n} = 10^{2m} \cdot 10^n$ ，再利用幂的乘方即可得解.

【详解】 解： $10^{2m+n} = 10^{2m} \cdot 10^n = a^2b$ ，

故答案为 a^2b .

【点睛】 本题考查了同底数的乘法及幂的乘方，熟练掌握运算是解题的关键.

17. 如果关于 x 的二次三项式 $x^2 - (k+2)x + 16$ 是完全平方式， 那么 k 的值是_____

【答案】 -10 或 6

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方式的特征是解题的关键.

根据完全平方式的特征进行计算，即可解答.

【详解】 解： $\because x^2 - (k+2)x + 16$ 是一个完全平方式，

$$\therefore x^2 - (k+2)x + 16 = (x \pm 4)^2,$$

$$\therefore x^2 - (k+2)x + 16 = x^2 \pm 8x + 16,$$

$$\therefore -k-2 = \pm 8,$$

解得： $k = -10$ 或 6 ,

故答案为： -10 或 6 .

18. 规定：如果两数 a 、 b 满足 $a^m = b$ ，则记为 $(a, b) = m$. 例如：因为 $2^3 = 8$ ，所以 $(2, 8) = 3$. 我们还可

以利用该规定来说明等式 $(3, 3) + (3, 5) = (3, 15)$ 成立. 证明如下：设 $(3, 3) = m, (3, 5) = n$ ，则 $3^m = 3, 3^n = 5$ ，

故 $3^m \times 3^n = 3^{m+n} = 3 \times 5 = 15$ ，则 $(3, 15) = m + n$ ，即 $(3, 3) + (3, 5) = (3, 15)$. 如果

$(3, m+17) = 4, (27, 2m) = n$ ，那么 $(3, \underline{\hspace{2cm}}) = 3n$.

【答案】 128

【解析】

【分析】 本题考查幂的乘方，同底数幂的乘法，熟练掌握幂的乘方，同底数幂的乘法的运算法则，弄懂定义是解题的关键.

由题意可得 $3^4 = m+17$ ，解得 $m = 64$ ，再由 $27^n = 3^{3n} = 128$ ，结合规定即可求解.

【详解】 $\because (3, m+17) = 4$,

$$\therefore 3^4 = m+17,$$

解得 $m = 64$,

$$\because (27, 2m) = n,$$

$$\therefore 27^n = 2m,$$

$$\therefore 27^n = 3^{3n} = 2 \times 64 = 128,$$

$$\therefore (3, 128) = 3n,$$

故答案为：128.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $a + 2a + 3a + a \cdot a^2 \cdot a^3 + (-2a^2)^3$.

【答案】 $6a - 7a^6$

【解析】

【分析】根据合并同类项法则, 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加; 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘; 分别计算即可.

本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方, 熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

【详解】解: $a + 2a + 3a + a \cdot a^2 \cdot a^3 + (-2a^2)^3$

$$= 6a + a^6 - 8a^6$$

$$= 6a - 7a^6.$$

20. 计算: $2x^5 \cdot (-x)^2 - (-2x^2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right)$

【答案】 $-2x^7$

【解析】

【分析】本题考查了整式的运算, 先算积的乘方, 再算单项式的乘法, 然后合并同类项即可.

【详解】解: 原式 $= 2x^5 \cdot x^2 - 8x^6 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)$

$$= 2x^7 - 4x^7$$

$$= -2x^7.$$

21. 计算: $\left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 \left(-\frac{3}{4}x^2y + \frac{3}{5}xy^2\right) - \frac{1}{3}x^4y^3$.

【答案】 $-\frac{2}{3}x^4y^3 + \frac{4}{15}x^3y^4$

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 先算积的乘方, 再算单项式

乘多项式，然后合并同类项即可.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解: } & \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2\left(-\frac{3}{4}x^2y+\frac{3}{5}xy^2\right)-\frac{1}{3}x^4y^3 \\
 &= \frac{4}{9}x^2y^2\cdot\left(-\frac{3}{4}x^2y+\frac{3}{5}xy^2\right)-\frac{1}{3}x^4y^3 \\
 &= -\frac{1}{3}x^4y^3+\frac{4}{15}x^3y^4-\frac{1}{3}x^4y^3 \\
 &= -\frac{2}{3}x^4y^3+\frac{4}{15}x^3y^4.
 \end{aligned}$$

22. 用乘法公式计算: $(3x-2y+1)(3x+2y-1)$.

【答案】 $9x^2-4y^2-1+4y$

【解析】

【分析】 先把原式化为平方差的形式，再利用平方差公式及完全平方公式进行计算即可.

本题考查的是平方差公式及完全平方公式，熟记以上知识是解题的关键.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解: 原式} &= [3x-(2y-1)][3x+(2y-1)] \\
 &= 9x^2-(2y-1)^2 \\
 &= 9x^2-(4y^2+1-4y) \\
 &= 9x^2-4y^2-1+4y.
 \end{aligned}$$

23. 已知 $A=-x^2-1$, $A-B=-x^3+2x^2-5$, 求 B 的值

【答案】 x^3-3x^2+4

【解析】

【分析】 由题干可知, $B=A-(-x^3+2x^2-5)$, 代入 A 进行去括号, 合并同类项即可.

【详解】 因为 $A-B=-x^3+2x^2-5$, 所以有

$$\begin{aligned}
 B &= A-(-x^3+2x^2-5) \\
 &= -x^2-1+x^3-2x^2+5 \\
 &= x^3-3x^2+4
 \end{aligned}$$

故答案为 x^3-3x^2+4

【点睛】 本题考查了多项式的加减混合运算, 注意的是去括号时, 括号前面是负号, 则括号里面要变号;

再就是同类项是指，字母相同，字母的指数也相同的单项式，合并同类项时，只把系数相加减.

24. 若 $x + y = 4$ ，且 $(x+1)(y+1) = 8$. 求 $x^2 + y^2$ 和 $(x-y)^2$ 的值.

【答案】 $x^2 + y^2 = 10$; $(x-y)^2 = 4$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式，多项式乘多项式，解题关键是整体思想的应用.

根据 $(x+1)(y+1) = xy + x + y + 1 = 8$ 和 $x + y = 4$ 可求得 $xy = 3$ ，再利用完全平方公式得

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ ， $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ ，整体代入计算即可求解.

【详解】 解： $\because (x+1)(y+1) = 8$,

$$\therefore xy + x + y + 1 = 8,$$

$$\because x + y = 4,$$

$$\therefore xy + 4 + 1 = 8,$$

$$\therefore xy = 3,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 4^2 - 2 \times 3 = 10,$$

$$\therefore (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 10 - 2 \times 3 = 4.$$

四、解答题 (本大题共 3 题，每题题 6 分，满分 18 分)

25. 若关于 x 的多项式 $2x + a$ 与 $x^2 - bx - 2$ 的乘积展开式中没有二次项，且常数项为 10，求这两个多项式的乘积

【答案】 $2x^3 - 16.5x + 10$

【解析】

【分析】 先计算 $2x + a$ 与 $x^2 - bx - 2$ 的乘积，然后根据乘积展开式中没有二次项，且常数项为 10，可求出 a , b ，最后计算这两个多项式的乘积即可.

【详解】 解： $(2x + a)(x^2 - bx - 2)$

$$= 2x^3 - 2bx^2 - 4x + ax^2 - abx - 2a$$

$$= 2x^3 + (a - 2b)x^2 - (4 + ab)x - 2a,$$

∵ 乘积展开式中没有二次项，且常数项为 10，

$$\therefore a-2b=0, -2a=10,$$

解得： $a=-5, b=-2.5$,

$$\therefore (2x+a)(x^2-bx-2) = 2x^3 + (a-2b)x^2 - (4+ab)x - 2a = 2x^3 - 16.5x + 10,$$

故这两个多项式的乘积是： $2x^3 - 16.5x + 10$.

【点睛】 本题主要考查了多项式乘多项式，解题的关键是熟练掌握运算法则.

26. 先化简，再求值： $(2a-b)^2 - (a+2b)(a-2b) + (a+b)^2$ ，其中 $a=\frac{1}{2}, b=-2$

【答案】 $4a^2 - 2ab + 6b^2, 27$

【解析】

【分析】 先根据整式混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 $a、b$ 的值代入计算可得.

【详解】 原式 $= 4a^2 - 4ab + b^2 - (a^2 - 4b^2) + (a^2 + 2ab + b^2)$

$$= 4a^2 - 4ab + b^2 - a^2 + 4b^2 + a^2 + 2ab + b^2$$

$$= 4a^2 - 2ab + 6b^2$$

$$\text{当 } a=\frac{1}{2}, b=-2 \text{ 时, 原式} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times (-2) + 6 \times (-2)^2 = 1 + 2 + 24 = 27.$$

【点睛】 本题考查了整式的混合运算，解题的关键是掌握整式混合运算顺序和运算法则.

27. 上海普通出租车的收费标准为：起步价为 14 元，这覆盖了最初的 3 公里行程. 超过 3 公里后，每公里的收费是 3 元，如果乘客的行程超过 15 公里，将触发超运距加价，费用按照起步里程单价每公里加价 $\frac{1}{3}$ 计算. 在不考虑等待和低速费用的情况下，回答下列问题：

(1) 如果小明家到体育公园西门的车子行驶距离是 $a(3 < a \leq 15)$ 公里，请用含 a 的代数式表示他从家乘坐普通出租车到体育公园西门应付款多少元？

(2) 某天小明从家乘坐普通出租车去上海图书馆，付款 m 元 ($m > 50$)，请用含 m 的代数式表示出租车共行驶了多少公里？

【答案】 (1) $(3a+5)$ 元

(2) 出租车共行驶了 $\frac{9m+390}{56}$ 公里

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算的应用、列代数式、方程的应用，理解题意，正确列式计算是解此

题的关键.

(1) 根据题意列出代数式即可;

(2) 设小明从家到上海图书馆的路程为 x 公里, 根据题意列出一元一次方程, 将 m 看成常数, 解方程即可得解.

【小问 1 详解】

解: 因为 $3 < a \leq 15$,

所以出租车的费用 $= 14 + (a - 3) \times 3 = 3a + 5$ (元),

答: 出租车的费用是 $(3a + 5)$ 元;

【小问 2 详解】

解: 设小明从家到上海图书馆的路程为 x 公里,

当 $x = 15$ 时, 打车的费用 $= 14 + (15 - 3) \times 3 = 50$,

因为 $m > 50$,

所以 $14 + (15 - 3) \times 3 + (x - 15) \times \frac{14}{3} \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) = m$,

解得 $x = \frac{9m + 390}{56}$,

所以出租车共行驶了 $\frac{9m + 390}{56}$ 公里,

答: 出租车共行驶了 $\frac{9m + 390}{56}$ 公里.

五、综合题 (本大题共 1 题, 满分 10 分)

28. 我国著名数学家华罗庚曾说: 数缺形时少直觉, 形缺数时难入微, 数形结合思想是解决问题的有效途径. 请阅读材料完成:

(1) 算法赏析: 若 x 满足 $(1 - x)(x - 5) = 2$, 求 $(1 - x)^2 + (x - 5)^2$ 的值.

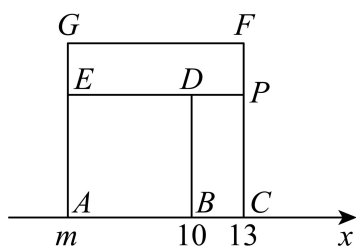
解: 设 $(1 - x) = a, (x - 5) = b$, 则 $(1 - x)(x - 5) = ab = 2, a + b = (1 - x) + (x - 5) = -4$

$\therefore (1 - x)^2 + (x - 5)^2 = a^2 + b^2 \dots\dots$ 请继续完成计算;

(2) 算法体验: 若 x 满足 $(30 - 2x)(x - 20) = -25$, 求 $(30 - 2x)^2 + 4(x - 20)^2$ 的值;

(3) 算法应用: 如图, 已知数轴上 A, B, C 表示的数分别是 $m, 10, 13$. 以 AB 为边作正方形 $ABDE$, 以 AC 为边作正方形 $ACFG$, 延长 ED 交 FC 于 P . 若正方形 $ACFG$ 与正方形 $ABDE$ 面积的和为 117, 求

长方形 $AEPC$ 的面积.



【答案】 (1) 12 (2) 200

(3) 54

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式、完全平方公式的几何背景，掌握完全平方公式、平方差公式的结构特征是正确解答的前提.

(1) 根据完全平方公式可得 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 可求得此题结果;

(2) 设 $30 - 2x = m$, $x - 20 = n$, 则 $mn = (30 - 2x)(x - 20) = -25$, $m + 2n = -10$, 再利用完全平方公式求解即可;

(3) 正方形 $ACFG$ 的边长为 $13 - m$, 面积为 $(13 - m)^2$, 正方形 $ABDE$ 的边长为 $10 - m$, 面积为 $(10 - m)^2$, 可得 $(13 - m)^2 + (10 - m)^2 = 117$, 设 $13 - m = p$, $10 - m = q$, 则 $p^2 + q^2 = 117$, $p - q = 3$, 利用

$$pq = \frac{(p^2 + q^2) - (p - q)^2}{2} = 54 \text{ 可求出答案.}$$

【小问 1 详解】

解: 设 $(1 - x) = a$, $(x - 5) = b$, 则 $(1 - x)(x - 5) = ab = 2$, $a + b = (1 - x) + (x - 5) = -4$,

$$\therefore (1 - x)^2 + (x - 5)^2 = a^2 + b^2$$

$$= (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (-4)^2 - 2 \times 2$$

$$= 16 - 4$$

$$= 12;$$

【小问 2 详解】

解: 设 $30 - 2x = m$, $x - 20 = n$, 则 $mn = (30 - 2x)(x - 20) = -25$, $m + 2n = 30 - 2x + 2(x - 20) = -10$,

$$\therefore (30-2x)^2 + 4(x-20)^2$$

$$= m^2 + (2n)^2$$

$$= (m+2n)^2 - 4mn$$

$$= (-10)^2 - 4 \times (-25)$$

$$= 100 + 100$$

$$= 200;$$

【小问 3 详解】

解：正方形 $ACFG$ 的边长为 $13-m$ ，面积为 $(13-m)^2$ ，正方形 $ABDE$ 的边长为 $10-m$ ，面积为 $(10-m)^2$ ，

$$\text{则有 } (13-m)^2 + (10-m)^2 = 117,$$

$$\text{设 } 13-m = p, \quad 10-m = q, \quad \text{则 } p^2 + q^2 = (13-m)^2 + (10-m)^2 = 117, \quad p-q = 13-m-10+m = 3,$$

所以长方形 $AEPC$ 的面积为：

$$pq = \frac{(p^2 + q^2) - (p-q)^2}{2} = \frac{117-9}{2} = 54,$$

答：长方形 $AEPC$ 的面积为 54.