

2025 学年第一学期七年级数学限时作业二

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

考生注意: 请将所有答案写在答题纸上, 写在试卷上不计分

一、单选题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 在下列各数: $0.51525354\dots$ 、 $\sqrt{\frac{49}{100}}$ 、 $0.\dot{2}$ 、 $\frac{1}{\pi}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 $\frac{131}{11}$ 、 $\sqrt[3]{27}$ 中, 无理数的个数是 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据无理数的概念结合有理数的概念逐一进行判断即可.

【详解】 $0.51525354\dots$, 无理数; $\sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{7}{10}$, 有理数; $0.\dot{2}$, 有理数; $\frac{1}{\pi}$, 无理数; $\sqrt{7}$, 无理数; $\frac{131}{11}$, 有理数; $\sqrt[3]{27} = 3$, 有理数,

所以无理数有 3 个,

故选 B.

【点睛】 本题考查了无理数的定义, 辨析无理数通常要结合有理数的概念进行. 初中范围内学习的无理数有三类: ① π 类, 如 2π , 3π 等; ② 开方开不尽的数, 如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$ 等; ③ 虽有规律但是无限不循环的数, 如 $0.1010010001\dots$, 等.

2. 在实数范围内, 下列判断正确的是 ()

- A. 若 $|x| = |y|$, 则 $x = y$ B. 若 $x > y$, 则 $x^2 > y^2$
- C. 若 $x^2 = y^2$, 则 $x = y$ D. 若 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$, 则 $x = y$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据实数的性质和立方根的概念, 需逐一判断各选项的正确性.

本题考查实数的性质, 立方根的意义.

【详解】 解: $\because$ 选项 A: 若 $|x| = |y|$, 则 $x = y$ 或 $x = -y$,

$\therefore$ A 错误.

$\because$ 选项 B: 若 $x > y$, 如 $x = 0$, $y = -1$ 但 $x^2 = 0 < 1 = (-1)^2 = y^2$,

∴ B 错误.

∴ 选项 C: 若 $x^2 = y^2$, 则 $x = y$ 或 $x = -y$,

∴ C 错误.

∴ 选项 D: 若 $\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{y}$, 两边立方得 $x = y$, 且在实数范围内立方根唯一,

∴ D 正确.

故选: D

3. 下列分式化简正确的是 ()

A. $\frac{2(a+b)^2}{a+b} = 2a+b$

B. $\frac{-2a+3a^2}{2a} = \frac{-2+3a}{2}$

C. $\frac{9a^2-1}{6ab-2b} = \frac{3a-1}{2b}$

D. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题主要考查了分式的混合运算. 首先把分子分母分解因式, 再去约分化简即可.

【详解】 解: A、 $\frac{2(a+b)^2}{a+b} = 2(a+b) = 2a+2b \neq 2a+b$, 故本选项不符合题意;

B、 $\frac{-2a+3a^2}{2a} = \frac{a(-2+3a)}{2a} = \frac{-2+3a}{2}$, 故本选项符合题意;

C、 $\frac{9a^2-1}{6ab-2b} = \frac{(3a+1)(3a-1)}{2b(3a-1)} = \frac{3a+1}{2b} \neq \frac{3a-1}{2b}$, 故本选项不符合题意;

D、 $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ 不能约分, 故本选项不符合题意;

故选: B.

4. “绿水青山就是金山银山”. 某地为美化环境, 计划种植树木 1200 棵. 在种植完 400 棵后, 由于志愿者的加入, 实际每天种植的棵树比原计划增加了 25%, 结果比原计划提前 4 天完成任务. 设原计划每天植树 x 棵, 则所列方程正确的是 ()

A. $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x(1+25\%)} = 4$

B. $\frac{1200-400}{x} - \frac{1200-400}{x(1+25\%)} = 4$

C. $\frac{1200}{x} - \frac{1200-400}{x(1+25\%)} = 4$

D. $\frac{1200-400}{x(1+25\%)} - \frac{1200-400}{x} = 4$

【答案】 B

【解析】

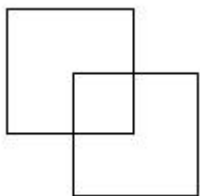
【分析】 本题主要考查从实际问题中抽取分式方程，理解题意是解题的关键．根据题中的等量关系列出方程即可．

【详解】 解：设原计划每天植树 x 棵，

根据等量关系即可得到 $\frac{1200-400}{x} - \frac{1200-400}{x(1+25\%)} = 4$ ，

故选 B.

5. 如图，两个同样大小的正方形叠放在一起，并且重叠部分也是一个正方形．那么，下列对这个图形的判断中，正确的是（ ）



- A. 这是一个轴对称图形，且它只有一条对称轴
- B. 这是一个轴对称图形，但不是中心对称图形
- C. 这是一个中心对称图形，但不是轴对称图形
- D. 这既是轴对称图形，也是中心对称图形

【答案】 D

【解析】

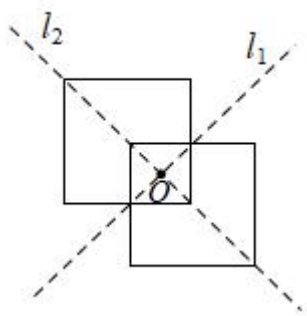
【分析】 根据题意去判断图形是否关于某点旋转 180° 后与自身重合，或者某条直线翻折后是否重合，进而得出答案．

【详解】 解：如图所示：

该图形有 l_1 、 l_2 两条对称轴，以及绕 O 点旋转 180° 后与自身重合，

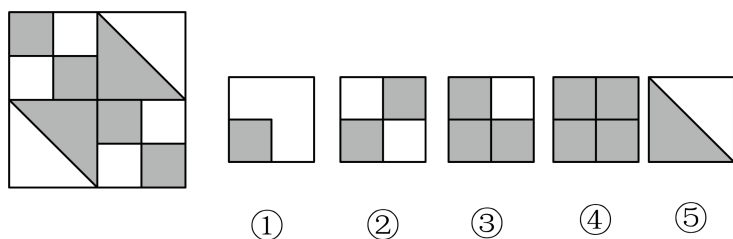
$\therefore$ 该图形既是轴对称图案，又是中心对称图形；

故答案为：D.



【点睛】 本题考查的是中心对称与轴对称的概念问题，解题关键是把握住它们的定义去找出对称轴和旋转中心即可.

6. 下边的图案是由下面五种基本图形中的两种经平移、旋转或翻折后拼接而成（不重叠），这两种基本图形是（ ）



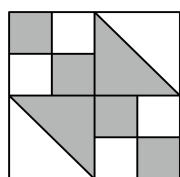
- A. ①⑤ B. ②④ C. ③⑤ D. ②⑤

【答案】 D

【解析】

【分析】 此题考查了平面图形的分割与组合，主要培养学生的观察能力和空间想象能力. 根据已知图形，利用分割与组合的原理对图形进行分析即可.

【详解】 解： 如图所示： 图案是由五种基本图形中的两种经平移、旋转或翻折后拼接而成（不重叠），



这两种基本图形是②⑤.

故选： D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，分式 $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 的值为零.

【答案】 1

【解析】

【分析】本题考查了分式的值为零的条件，解题的关键是掌握若分式的值为零，需同时具备两个条件：(1) 分子为 0；(2) 分母不为 0. 这两个条件缺一不可. 根据分式的值为零的条件，即可求解.

【详解】解：由题意得： $x^2 - 1 = 0$ 且 $x + 1 \neq 0$,

解得： $x = 1$,

故答案为： 1.

8. 计算： $(-2xy)^2 \cdot \frac{3}{2}x^2 + 4x^2y^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $6x^4y^2 + 4x^2y^3$

【解析】

【分析】先计算乘方运算，再进行乘法运算，最后进行加法运算，并检查合并同类项的可能性.
本题考查了积的乘方，乘法运算和混合运算，熟练掌握乘方运算是解题的关键.

【详解】解： $(-2xy)^2 \cdot \frac{3}{2}x^2 + 4x^2y^3$
 $= 4x^2y^2 \cdot \frac{3}{2}x^2 + 4x^2y^3$
 $= \frac{4 \times 3}{2}x^{2+2}y^2 + 4x^2y^3$
 $= \frac{12}{2}x^4y^2 + 4x^2y^3$
 $= 6x^4y^2 + 4x^2y^3,$

故答案为： $6x^4y^2 + 4x^2y^3$.

9. $\sqrt{4}$ 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\pm\sqrt{2}$

【解析】

【分析】先计算 $\sqrt{4} = 2$ ，再求 2 的平方根.
本题考查了算术平方根，平方根，熟练掌握定义是解题的关键.

【详解】解： $\sqrt{4} = 2$,

2 的平方根有两个，分别为 $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ ，即 $\pm\sqrt{2}$.

故答案为： $\pm\sqrt{2}$.

10. 计算: $\left(-\frac{y^2}{x}\right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (结果不含负指数幂).

【答案】

$$\frac{x^2}{y^4}$$

【解析】

【分析】 本题考查负整数指数幂, 分式的乘方运算.

先利用负指数幂法则转化为正指数, 再计算乘方即可.

【详解】 解: $\left(-\frac{y^2}{x}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{y^2}{x}\right)^2} = \frac{1}{\frac{y^4}{x^2}} = \frac{x^2}{y^4}.$

故答案为: $\frac{x^2}{y^4}.$

11. 1.3645×10^6 按四舍五入精确到万位是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用科学记数法表示).

【答案】 1.36×10^6

【解析】

【分析】 本题考查了求一个数的近似数, 科学记数法.

将 1.3645×10^6 精确到万位, 需看千位数字, 千位为 4, 小于 5, 故舍去, 得到 1.36×10^6 .

【详解】 解: $1.3645 \times 10^6 = 1364500$, 精确到万位, 要看千位上的数字,

千位上的数字是 4, $4 < 5$,

所以将千位及以后的数字舍去,

得到近似数 1.36×10^6 .

故答案为: 1.36×10^6 .

12. 已知: $a^2 - 3a + 1 = 0$, 求: $a^2 + \frac{1}{a^2} - 1$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 6

【解析】

【分析】 先把已知条件的两边都除以 a , 然后再利用完全平方公式计算即可.

【详解】 $\because a^2 - 3a + 1 = 0$, 其中 $a \neq 0$,

$$\therefore a + \frac{1}{a} - 3 = 0,$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3,$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3^2 = 9,$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 9,$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 9 - 2 = 7,$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} - 1 = 7 - 1 = 6,$$

故答案为：6.

【点睛】本题主要考查完全平方公式的运用，两边都除以 a 构造出 a 与其倒数和是解题的关键，另外还要注意乘积的二倍不含字母也非常的重要.

13. 若方程 $\frac{2x}{x-3} + \frac{k}{3-x} = 1$ 有增根，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】6

【解析】

【分析】将分式方程去分母后，将 $x=3$ 代入求出 k 值即可.

【详解】解：去分母得

$$2x - k = x - 3$$

$\therefore$ 方程有增根，

$\therefore$ 最简公分母 $x-3=0$ ，即增根是 $x=3$ ，

把 $x=3$ 代入整式方程，得 $k=6$.

故答案为 6

【点睛】本题考查了分式方程的增根，注意解答增根问题按如下步骤进行：①根据最简公分母确定增根的值；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

14. 绝对值不大于 $7 - 2\sqrt{5}$ 的所有整数是_____.

【答案】-2， -1， 1， 0， 1， 2

【解析】

【分析】根据绝对值的意义，找出所有整数满足绝对值不大于 $7 - 2\sqrt{5}$ ，需计算 $7 - 2\sqrt{5}$ 的近似值以确定整数范围.

本题考查了无理数的估算，绝对值，不等式的性质，熟练掌握估算是解题的关键.

【详解】解：由 $4 < 5 < 6.25$ 得 $2 < \sqrt{5} < 2.5$,

故 $4 < 2\sqrt{5} < 5$,

故 $-5 < -2\sqrt{5} < -4$;

由于 $7-5 < 7-2\sqrt{5} < 7-4$ 即 $2 < 7-2\sqrt{5} < 3$,

故 $7-2\sqrt{5}$ 的整数部分为 2,

故绝对值不大于 $7-2\sqrt{5}$ 的整数为绝对值小于或等于 2 的整数, 即 $-2, -1, 0, 1, 2$,

故答案为: $-2, -1, 0, 1, 2$.

15. 已知分式方程 $\frac{x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{m}{x^2-5x+6}$ 的解为正数, 则 m 的取值范围为_____.

【答案】 $m < 5$ 且 $m \neq \pm 1$.

【解析】

【分析】求解分式方程为 $x = -\frac{m-5}{2}$, 根据解为正数可得 $m < 5$, 同时考虑 $x \neq 2$, $x \neq 3$ 的情况, 进而求出 m 的范围.

【详解】 $\frac{x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{(x-3)^2 - (x-2)^2}{(x-2)(x-3)} = \frac{-2x+5}{x^2-5x+6}$,

$\therefore m = -2x+5$,

$\therefore x = -\frac{m-5}{2}$,

$\therefore$ 分式方程的解为正数,

$\therefore m-5 < 0$,

$\therefore m < 5$,

又 $\therefore x \neq 2$, $x \neq 3$,

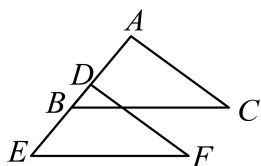
$\therefore m \neq 1$, $m \neq -1$,

$\therefore m$ 的范围是 $m < 5$ 且 $m \neq \pm 1$,

故答案为 $m < 5$ 且 $m \neq \pm 1$.

【点睛】 本题考查分式方程的解; 熟练掌握分式方程的解法, 要考虑方程增根的情况是解题的关键.

16. 如图, $\triangle ABC$ 沿 AB 平移后得到 $\triangle DEF$, 点 D 是点 A 的对应点, 如果 $AE = 10$, $BD = 2$, 那么 $\triangle ABC$ 平移的距离是 _____



【答案】 4

【解析】

【分析】 此题主要考查了平移的性质, 正确得出等式是解题关键.
直接利用平移的性质得出方程进而得出答案.

【详解】 解: 设平移的距离为 x , 则 $EB = AD = x$,
则 $BE + BD + AD = 10$,
故 $x + 2 + x = 10$,
解得: $x = 4$,
即 $\triangle ABC$ 平移的距离是: 4.
故答案为: 4.

17. 我们知道假分数可以化成整数或者整数与真分数的和的形式. 如果一个分式的分子的次数大于或等于分母的次数, 那么这个分式可以化成一个整式或整式与“真分式”的和的形式. (我们规定: 分子的次数低于分母的次数分式称为“真分式”).

如 $\frac{2x+3}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{3}{x} = x + \frac{3}{x}$; 又如: $\frac{x^2+2x+3}{x+1} = \frac{(x+1)^2+2}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{x+1} + \frac{2}{x+1} = x+1 + \frac{2}{x+1}$. 若

$\frac{x^3+ax^2+2x+b}{x^2+x+1}$ 可以写成一个整式与“真分式” $\frac{x}{x^2+x+1}$ 的和的形式, 则 $a+b =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 由真分式的定义得 $\frac{x^3+ax^2+2x+b}{x^2+x+1} - \frac{x}{x^2+x+1}$ 的结果是整式, 对此进行化简得

$\frac{x(x^2+ax+1)+b}{x^2+x+1}$, 要使其为整式 a 、 b 需满足的条件, 即可求解.

【详解】 解: 由题意得

$$\frac{x^3 + ax^2 + 2x + b}{x^2 + x + 1} - \frac{x}{x^2 + x + 1}$$

$$= \frac{x^3 + ax^2 + x + b}{x^2 + x + 1}$$

$$= \frac{x(x^2 + ax + 1) + b}{x^2 + x + 1}$$

$$\therefore \frac{x(x^2 + ax + 1) + b}{x^2 + x + 1} \text{ 是整式,}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0,$$

$$\therefore a + b$$

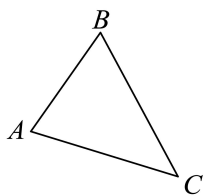
$$= 1 + 0$$

$$= 1;$$

故答案: 1.

【点睛】 本题考查了新定义，分式的减法，求代数式值，理解新定义，根据新定义将问题转化为分式的减法运算是解题的关键.

18. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1B_1C$ ，点 A_1, B_1 分别与 A, B 对应，连接 A_1B, B_1B ，设 B_1B 与 A_1C 交于点 O . 如果 $A_1C \perp B_1B$ ，点 O 是线段 B_1B 的中点，且 $S_{\text{四边形}A_1B_1CB} = 3S_{\triangle A_1B_1B}$ ，若 $S_{\triangle A_1B_1B} = a$ ，则 $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含有 a 的式子表示).



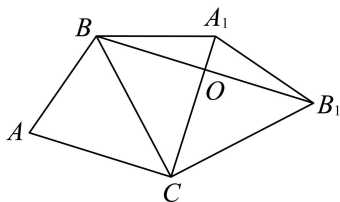
【答案】 $\frac{3}{2}a$

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质，三角形的面积公式，掌握旋转的性质是解题的关键. 根据题意作出图形，进而结合题意求得 $S_{\text{四边形}A_1B_1CB} = 3a$ ， $S_{\triangle BCB_1} = 2a$ ，根据 $A_1C \perp B_1B$ ，点 O 是线段 B_1B 的中点，得到

$$S_{\triangle A_1B_1O} = \frac{1}{2}S_{\triangle A_1B_1B} = \frac{1}{2}a, \quad S_{\triangle CB_1O} = \frac{1}{2}S_{\triangle BCB_1} = a, \quad \text{据此即可求解.}$$

【详解】 解: 如图,



$$\therefore S_{\text{四边形}A_1B_1CB} = 3S_{\triangle A_1B_1B}, \text{ 且 } S_{\triangle A_1B_1B} = a,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}A_1B_1CB} = 3a,$$

$$\therefore S_{\triangle BCB_1} = 2a,$$

$$\therefore A_1C \perp B_1B, \text{ 点 } O \text{ 是线段 } B_1B \text{ 的中点,}$$

$$\therefore S_{\triangle A_1B_1O} = \frac{1}{2}S_{\triangle A_1B_1B} = \frac{1}{2}a, \quad S_{\triangle CB_1O} = \frac{1}{2}S_{\triangle BCB_1} = a,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 旋转得到的,}$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A_1B_1C} = \frac{3}{2}a.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{2}a.$$

三、简答题 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 共 30 分)

19. 计算: $\sqrt[3]{\left(4\frac{3}{8}-1\right)}-\sqrt[3]{8^2}+|2-\sqrt{3}|.$

【答案】 $-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了求一个数的立方根, 求绝对值.

先计算括号里的减法和乘方, 再计算立方根、绝对值, 最后计算加减即可.

【详解】 解: $\sqrt[3]{\left(4\frac{3}{8}-1\right)}-\sqrt[3]{8^2}+|2-\sqrt{3}|$

$$= \sqrt[3]{\frac{27}{8}}-\sqrt[3]{64}+|2-\sqrt{3}|$$

$$= \frac{3}{2}-4+2-\sqrt{3}$$

$$= -\frac{1}{2}-\sqrt{3}.$$

20. 计算: $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}+\left(\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\right)^{-1}+(\sqrt{3}-1)^0-\sqrt{7}$

【答案】 $1-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的化简，绝对值，负整数指数幂，零指数幂，熟练掌握公式计算是解题的关键.

本题根据 $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2} = |\sqrt{5}-\sqrt{7}|, \left(\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\right)^{-1} = \sqrt{5}-\sqrt{3}, (\sqrt{3}-1)^0 = 1$ 计算即可.

【详解】 解: $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2} + \left(\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\right)^{-1} + (\sqrt{3}-1)^0 - \sqrt{7}$

$$= |\sqrt{5}-\sqrt{7}| + \sqrt{5}-\sqrt{3} + 1 - \sqrt{7}$$
$$= \sqrt{7}-\sqrt{5} + \sqrt{5}-\sqrt{3} + 1 - \sqrt{7}$$
$$= 1-\sqrt{3}.$$

21. 计算: $\frac{3}{a-1} - a - 1$

【答案】 $\frac{4-a^2}{a-1}$

【解析】

【分析】 本题考查了异分母分式的减法.

先将分式通分，再按同分母分式的加减法法则计算，然后约分化简即可.

【详解】 解: 原式 $= \frac{3}{a-1} - (a+1) = \frac{3}{a-1} - \frac{(a+1)(a-1)}{a-1}$

$$= \frac{3-(a^2-1)}{a-1} = \frac{3-a^2+1}{a-1} = \frac{4-a^2}{a-1}$$

22. 解方程: $\frac{7}{x+x^2} - \frac{3}{x-x^2} = \frac{6}{x^2-1}$

【答案】 无解

【解析】

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】 方程两边同时乘以 $x(x-1)(x+1)$, 整理得: $7x-7+3x+3=6x$,

解得: $x=1$,

经检验, $x=1$ 时分母为零, 所以此分式方程无解.

【点睛】此题考查解分式方程，解题关键在于掌握去分母.

23. 计算: $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】此题主要考查了二次根式的化简，正确应用完全平方公式是解题关键. 利用完全平方公式将根号下部分变形开平方，然后计算加减即可.

【详解】 $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$
 $= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$
 $= \sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1$
 $= 2\sqrt{3}.$

故答案为: $2\sqrt{3}$.

四、解答题 (本大题共 5 题, 24、25、26 每题 6 分, 27、28 题 8 分, 共 34 分)

24. 已知 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$, 先化简再求 $\frac{x^4 - y^4}{2x^2 + xy - y^2} \div \frac{xy - y^2}{2x - y} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{y}\right)^{-2}$ 的值.

【答案】 $\frac{y}{x^2 + y^2}, -\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的应用，分式的化简求值.

先根据 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ 得到 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$, 求出 $x=1$, $y=-2$, 再计算原分式, 最后将 $x=1$, $y=-2$ 代入化简结果计算即可.

【详解】解: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$,

整理得 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$,

$\therefore (x-1)^2 \geq 0, (y+2)^2 \geq 0$,

$\therefore x-1=0, y+2=0$,

$\therefore x=1, y=-2$,

$$\begin{aligned}
& \frac{x^4 - y^4}{2x^2 + xy - y^2} \div \frac{xy - y^2}{2x - y} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{y} \right)^{-2} \\
&= \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(2x - y)(x + y)} \div \frac{y(x - y)}{2x - y} \cdot \left(\frac{y}{x^2 + y^2} \right)^2 \\
&= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(2x - y)(x + y)} \div \frac{y(x - y)}{2x - y} \cdot \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2} \\
&= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(2x - y)(x + y)} \cdot \frac{2x - y}{y(x - y)} \cdot \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2} \\
&= \frac{(x - y)(x^2 + y^2)}{(2x - y)} \cdot \frac{2x - y}{y(x - y)} \cdot \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2} \\
&= \frac{y}{x^2 + y^2},
\end{aligned}$$

当 $x = 1$, $y = -2$ 时, 原式 $= \frac{-2}{1^2 + (-2)^2} = \frac{-2}{1 + 4} = -\frac{2}{5}$.

25. 列分式方程解应用题:

刘峰和李明相约周末去野生动物园游玩, 根据他们的谈话内容, 求李明乘公交车、刘峰骑自行车每小时各行多少千米?

刘峰

我查好地图, 你看看

好的, 我家门口的公交车站, 正好有一趟野生动物园那站的车, 我坐明天 8:30 的车

李明

刘峰

从地图上看, 我家到野生动物园的距离比你家近 10 千米, 我就骑自行车去了

行, 根据我的经验, 公交车的速度一般是你骑自行车速度的 3 倍, 那你明天早上 8:00 从家出发, 如果顺利, 咱俩同时到达。

李明

【答案】 李明乘公交车、刘峰骑自行车每小时分别行 60 千米、20 千米

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的应用, 根据“路程 ÷ 速度 = 时间”这一等量关系, 列出方程解决即可.

【详解】 解: 设刘峰骑自行车每小时行 x 千米, 则李明乘公交车每小时行 $3x$ 千米.

由题意得 $\frac{20}{x} = \frac{30}{3x} + \frac{30}{60}$,

解得 $x = 20$.

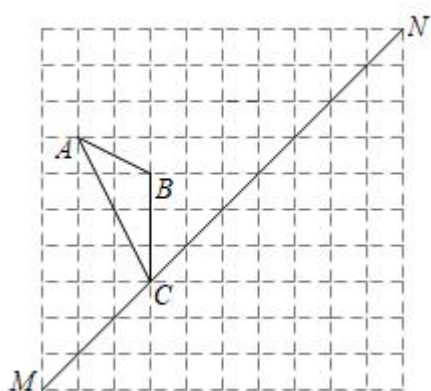
经检验, $x = 20$ 是原方程的解, 且符合题意.

所以 $3x = 60$.

答: 李明乘公交车、刘峰骑自行车每小时分别行 60 千米、20 千米.

26. 如图, 已知 ABC 的三个顶点在小方格顶点上 (小方格的边长为 1 个单位长度), 按下列要求画出图形和回答问题:

- (1) 在图中画出: ABC 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 在图中画出: (1) 中的 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于直线 MN 的轴对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 在 (2) 中的 $\triangle A_2B_2C_2$ 可以用原 ABC 通过怎样的一次运动得到的? 请你完整地描述这次运动的过程.



【答案】 (1) 图见解析; (2) 图见解析; (3) 将 ABC 沿着 BC 翻折一次可得到 $\triangle A_2B_2C_2$.

【解析】

【分析】 (1) 先根据旋转的定义画出点 A_1, B_1, C_1 , 再顺次连接即可得;

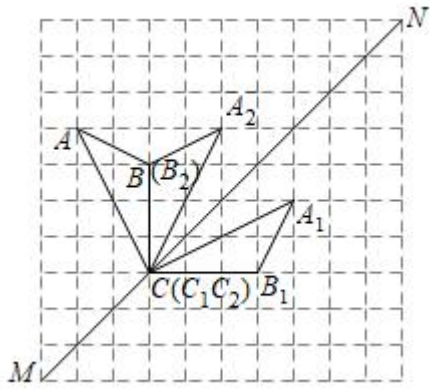
(2) 先根据轴对称的定义画出点 A_2, B_2, C_2 , 再顺次连接即可得;

(3) 先根据旋转和轴对称的性质可得 $AB = A_1B_1 = A_2B_2$, $AC = A_1C_1 = A_2C_2$, BC 与 B_2C_2 重合, 再根据翻折的定义即可得.

【详解】 (1) 先根据旋转的定义画出点 A_1, B_1, C_1 , 再顺次连接即可得 $\triangle A_1B_1C_1$, 如图所示:

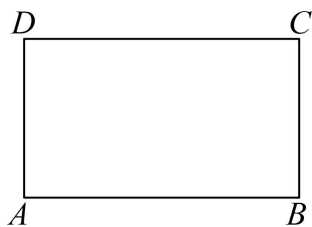
(2) 先根据轴对称的定义画出点 A_2, B_2, C_2 , 再顺次连接即可得 $\triangle A_2B_2C_2$, 如图所示:

(3) 由旋转和轴对称的性质得: $AB = A_1B_1 = A_2B_2$, $AC = A_1C_1 = A_2C_2$, BC 与 B_2C_2 重合, 则将 ABC 沿着 BC 翻折一次即可得到 $\triangle A_2B_2C_2$.



【点睛】 本题考查了画旋转图形、画轴对称图形、图形的翻折，熟练掌握图形的运动是解题关键.

27. 如图，已知长方形 $ABCD$ ，点 E 在线段 AD 上，将 $\triangle ABE$ 沿直线 BE 翻折后，点 A 落在线段 CD 上的点 F .



(1) 用圆规和直尺画出 $\triangle FBE$ (保留作图痕迹);

(2) 如果 $\triangle FDE$ 的周长为 6, $\triangle FCB$ 的周长为 $a(a > 6)$, 用含有 a 的代数式表示 FC 的长度.

【答案】 (1) 见解析 (2) $FC = \frac{a-6}{2}$

【解析】

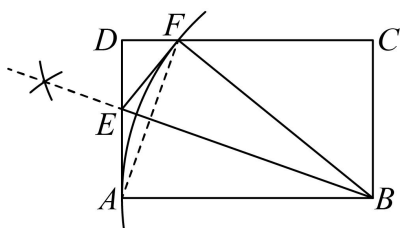
【分析】 本题考查了作线段以及作线段的垂直平分线，折叠的性质，

(1) 作 $BF = BA$ 交 CD 于点 F ，再作 AF 的垂线交 AD 于点 E ，连接 EF ，即可求解；

(2) 根据折叠的性质可得 $BA = BF$ ， $EF = AE$ ，根据已知表示出 $DF + AD = 6$ ， $BC + FC + AB = a$ ，根据长方形的对边相等，列出等量关系，化简后即可求解.

【小问 1 详解】

解： 如图所示，



【小问 2 详解】

解： $\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿直线 BE 翻折后，点 A 落在线段 CD 上的点 F ，

$$\therefore BA = BF, \quad EF = AE,$$

$\therefore FDE$ 的周长为 6,

$$\therefore FD + DE + EF = FD + DE + AE = DF + AD = 6,$$

$\therefore \triangle FCB$ 的周长为 $a (a > 6)$,

$$\therefore FB + BC + CF = AB + BC + FC = a,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是长方形,

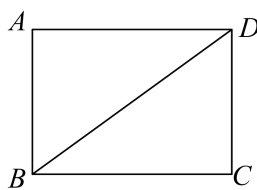
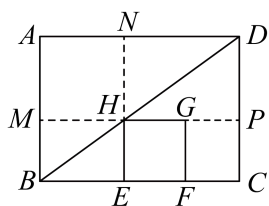
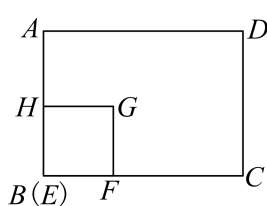
$$\therefore AD = BC, AB = CD,$$

$$\therefore AB + BC = AD + DC = AD + DF + FC,$$

$$\therefore a - FC = 6 + FC,$$

$$\therefore FC = \frac{a-6}{2}.$$

28. 已知长方形 $ABCD$, $AD=8$, $AB=6$, 边长为 a ($0 < a < 6$) 的正方形 $EFGH$ 的顶点 E 与点 B 重合, 边 EH 、 EF 分别与 AB 、 BC 重合 (如图 1 所示). 将正方形 $EFGH$ 沿着射线 BC 方向平移, 设平移距离为 x .



(1) 当点 H 恰好落在线段 BD 上时, 直线 HG 、 EH 分别与长方形 $ABCD$ 的边交于点 M 、 P 、 N (如图 2 所示). 下列编号①-④中, 两个图形能关于某点成中心对称的是_____, 面积相等的是_____；(在横线上填入相应的编号)

- ①三角形 ABD 与三角形 CDB ; ②三角形 HND 与三角形 DPH ;
③三角形 BEH 与三角形 HMB ; ④长方形 $AMHN$ 与长方形 $HECP$.

(2) 在 (1) 的条件下, 当 $x=3$ 时, 求 a 的值;

(3) 在平移过程中, 当正方形 $EFGH$ 的顶点落在线段 BD 上时, 求 $\frac{x}{a}$ 的值.

【答案】 (1) ①②③; ①②③④

$$(2) \quad a = \frac{9}{4}$$

(3) $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】题考查了中心对称图形的性质，平移的性质，一元一次方程以及多项式的乘法与图形面积的应用；

(1) 根据长方形是中心对称图形，且对称中心在长方形的对角线上，观察图形，即可求解；

(2) 由 (1) 可得长方形 $AMHN$ 与长方形 $HECP$ 的面积相等，根据已知列出一元一次方程，解方程，即可求解；

(3) 分点 G, H 在 BD 上，根据 (2) 的方法计算即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵长方形是中心对称图形，且对称中心在长方形的对角线上，

①三角形 ABD 与三角形 CDB ；②三角形 HND 与三角形 DPH ；③三角形 BEH 与三角形 HMB ，都可以组成长方形，

∴①②③两个图形能关于某点成中心对称；

∴①②③中的两个三角形的面积相等，

∴①三角形 ABD 与三角形 CDB ；②三角形 HND 与三角形 DPH 的面积相等，

∴四边形 $ANHB$ 和四边形 $CPHB$ 的面积相等，

又∵③三角形 BEH 与三角形 HMB 的面积相等，

则 四边形 $ANHB$ 和四边形 $CPHB$ 的面积分别减去三角形 BEH 与三角形 HMB 的面积之后的图形面积相等，

即④长方形 $AMHN$ 与长方形 $HECP$ 的面积相等，

故答案为：①②③；①②③④.

【小问 2 详解】

解：依题意， $AM = AB - MB = AB - HE = 6 - x$ ， $AN = BE = 3$ ， $EC = BC - BE = 8 - 3 = 5$ ，

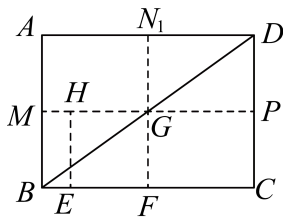
由 (1) 可得长方形 $AMHN$ 与长方形 $HECP$ 的面积相等，

$$\therefore 3(6-a) = 5a,$$

$$\text{解得：} a = \frac{9}{4},$$

【小问 3 详解】

解：如图，当 G 在 BD 上时，



备用图

依题意, $BE = x$, $EF = a$, $AD = 8$, $AB = 6$,

$$\therefore FC = BC - BE - EF = 8 - x - a, \quad AM = AB - BM = 6 - a, \quad AN = BE + EF = a + x,$$

同理可得长方形 $AMGN_1$ 与长方形 $GFCP$ 的面积相等,

$$\therefore (x + a)(6 - a) = a(8 - x - a),$$

$$\text{解得: } x = \frac{a}{3},$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{\frac{a}{3}}{a} = \frac{1}{3};$$

当 H 在 BD 上时, 如图,

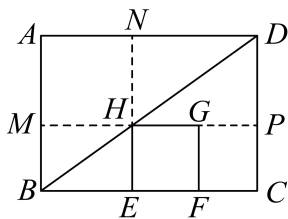


图2

$$\because AM = 6 - a, \quad AN = BE = x, \quad EC = BC - BE = 8 - x,$$

由 (1) 可得长方形 $AMHN$ 与长方形 $HECP$ 的面积相等,

$$\therefore x(6 - a) = (8 - x)a.$$

$$\text{解得: } x = \frac{4a}{3}.$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{\frac{4a}{3}}{a} = \frac{4}{3}.$$

综上所述, $\frac{x}{a}$ 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$.