

浦东模范中学七年级第一学期数学小练习 (2)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列四个从左到右的变形中, 是因式分解的是 ()

A. $(2x+1)(2x-1)=4x^2-1$

B. $x^2+2x-3=x(x+2)-3$

C. $ab-a-b+1=(a-1)(b-1)$

D. $m^2-2m-3=m\left(m-2-\frac{3}{m}\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查因式分解的定义, 正确理解因式分解的定义是解题的关键. 因式分解就是把多项式转化成几个整式的积的形式, 根据定义即可作出判断.

【详解】解: A. $(2x+1)(2x-1)=4x^2-1$ 为多项式乘法, 不符合题意;

B. $x^2+2x-3=x(x+2)-3$, 结果不是整式的积的形式, 不是因式分解, 不符合题意;

C. $ab-a-b+1=(a-1)(b-1)$, 符合因式分解的定义, 符合题意;

D. $m^2-2m-3=m\left(m-2-\frac{3}{m}\right)$, 结果中存在分式, 不是整式的积的形式, 不符合题意.

故选 C.

2. 下列各式中, 不能用公式法分解因式的是 ()

A. $4a^2-9b^2$

B. $-a^2+2ab-b^2$

C. $-1-a^2$

D. $-1+\frac{1}{4}b^2$

【答案】C

【解析】

【分析】公式法分解因式, 主要是平方差公式, 完全平方公式, 立方公式, 由此即可求解.

【详解】解: A 选项, $4a^2-9b^2=(2a+3b)(2a-3b)$ 是平方差公式因式分解, 不符合题意;

B 选项, $-a^2+2ab-b^2=-(a^2-2ab+b^2)=-(a-b)^2$ 是完全平方因式分解, 不符合题意;

C 选项, $-1-a^2=-(1+a^2)$ 不可以用公式法因式分解, 符合题意;

D 选项, $-1+\frac{1}{4}b^2=-\left(1-\frac{1}{4}b^2\right)=-\left(1+\frac{1}{2}b\right)\left(1-\frac{1}{2}b\right)$ 是平方差公式因式分解, 不符合题意.

故选: C.

【点睛】本题主要考查利用公式法因式分解, 掌握公式法中的平方差公式, 完全平方公式是解题的关键.

3. 下列计算正确的是 ()

A. $x^3 \cdot x^2 = x^6$

B. $x^5 + x^5 = 2x^{10}$

C. $2a + 3b = 5ab$

D. $a^7 \div (-a)^2 = a^5$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了幂的运算，合并同类项，熟练掌握幂的相关运算法则，合并同类项法则是解题的关键. 分别根据同底数幂的乘除法运算法则，合并同类项法则判断即可.

【详解】 解：A、 $x^3 \times x^2 = x^5$ ，原写法错误，不符合题意；

B、 $x^5 + x^5 = 2x^5$ ，原写法错误，不符合题意；

C、 $2a$ 与 $3b$ 不是同类项，不能合并，原写法错误，不符合题意；

D、 $a^7 \div (-a)^2 = a^5$ ，正确，符合题意，

故选：D.

4. 下列等式始终成立的是 ().

A. $-a + b = -(a + b)$

B. $(x - y)^2 = -(y - x)^2$

C. $(a - b)^3 = (b - a)^3$

D. $(x - 1)(y - 1) = (1 - x)(1 - y)$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了添括号法则，完全平方公式，熟练掌握相关运算法则是解题的关键. 分别对每个选项进行变形，判断等式是否成立.

【详解】 解：A. $-a + b = -(a - b) \neq -(a + b)$ ，故A选项错误；

B. $(x - y)^2 = [- (y - x)]^2 = (y - x)^2 \neq -(y - x)^2$ ，故B选项错误；

C. $(a - b)^3 = -(b - a)^3 \neq (b - a)^3$ ，故C选项错误；

D. $(x - 1)(y - 1) = [- (1 - x)][- (1 - y)] = (1 - x)(1 - y)$ ，故D选项正确.

故选：D.

5. 下列去括号、添括号的结果中，正确的是 ()

A. $a^2 - (2a - b) = a^2 - 2a - b$;

B. $a - 3x + 2y - 3 = a + (-3x + 2y - 3)$;

C. $3x - [5y - (2z - 1)] = 3x - 5y - 2z + 1$;

D. $2x - y - a + 1 = -(2x - y) + (a - 1)$.

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了整式的去括号、添括号，熟练掌握整式的去括号、添括号法则是解题关键．根据整式的去括号、添括号法则逐项判断即可得．

【详解】 解：A、 $a^2 - (2a - b) = a^2 - 2a + b$ ，则此项错误；

B、 $a - 3x + 2y - 3 = a + (-3x + 2y - 3)$ ，则此项正确；

C、 $3x - [5y - (2z - 1)] = 3x - 5y + 2z - 1$ ，则此项错误；

D、 $-(2x - y) + (a - 1) = -2x + y + a - 1 \neq 2x - y - a + 1$ ，则此项错误；

故选：B．

6. 若 $-(a-b)^2 + 4c^2$ 分解因式有一个因式是 $b+2c-a$ ，则另一个因式是（ ）

A. $2c+b+a$ B. $2c+b-a$ C. $2c-b-a$ D. $2c-b+a$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了利用平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 进行因式分解，熟练掌握平方差公式的结构特征并能灵活运用是解题的关键．

先利用平方差公式对 $-(a-b)^2 + 4c^2$ 进行因式分解，然后根据已知条件找出另一个因式，解题思路是先对式子进行变形分解，再结合已知因式确定另一个因式．

【详解】 解： $-(a-b)^2 + 4c^2$

$$= 4c^2 - (a-b)^2$$

$$= (2c)^2 - (a-b)^2$$

$$= (2c+a-b)(2c-(a-b))$$

$$= (2c+a-b)(2c-a+b)$$

$$= (2c-b+a)(2c+b-a)$$

因为有一个因式是 $b+2c-a$ ，

所以另一个因式是 $2c-b+a$ ，

故选：D．

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 用代数式表示, a 与 b 两数的平方差_____

【答案】 $a^2 - b^2$.

【解析】

【分析】 本题考查列代数式, 要明确问题中给出的文字语言的运算关系, 求出平方差, 即可解答.

【详解】 根据题意可知 $a^2 - b^2$,

故答案为 $a^2 - b^2$.

【点睛】 此题考查列代数式, 解题关键在于理解题意列出方程.

8. 单项式 $-2^3 x^2 y$ 的次数是_____次.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了单项式的定义, 正确掌握单项式次数确定方法是解题关键. 直接利用单项式的次数确定方法分析即可得出答案.

【详解】 解: 由题意知, 单项式 $-2^3 x^2 y$ 的次数是: 3.

故答案为: 3.

9. 把多项式 $x^4 + 3x^3 y^2 - 2x^2 y + 4y^3$ 按字母 y 作降幂排列是_____.

【答案】 $4y^3 + 3x^3 y^2 - 2x^2 y + x^4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的降幂排列, 熟练掌握确定各项中指定字母的指数并按从高到低顺序排列是解题的关键. 先确定多项式中每一项 y 的指数, 然后依据指数大小从高到低重新排列各项.

【详解】 解: $x^4 + 3x^3 y^2 - 2x^2 y + 4y^3$
 $= 4y^3 + 3x^3 y^2 - 2x^2 y + x^4$,

故答案为: $4y^3 + 3x^3 y^2 - 2x^2 y + x^4$.

10. 当 $a^2 + a - 2 = 0$ 时, 代数式 $\frac{a(a+1)}{2}$ 的值等于_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了用整体代入法求代数式的值. 先对已知方程进行变形, 得到 $a^2 + a$ 的值, 再将其整体

代入所求代数式进行计算即可.

【详解】解: $\because a^2 + a - 2 = 0$,

$$\therefore a^2 + a = 2,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{a^2 + a}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

故答案为: 1.

11. 已知单项式 $\frac{2}{3}a^{m+1}b^3$ 与 $3a^5b^{n-1}$ 是同类项, 则 $m+n =$ _____.

【答案】8

【解析】

【分析】本题主要考查了同类项的定义及指数的性质, 掌握同类项的定义和指数的性质是解题的关键. 利用同类项的定义, 即相同字母的指数相同, 分别求出 m 和 n 的值, 然后将其代入表达式 $m+n$ 中计算.

【详解】解: $\because \frac{2}{3}a^{m+1}b^3$ 与 $3a^5b^{n-1}$ 是同类项,

$$\therefore m+1=5, \quad n-1=3,$$

解得 $m=4$, $n=4$,

$$\therefore m+n=4+4=8,$$

故答案为: 8.

12. 整式 $25a^2 - kab + 49b^2$ 是完全平方式, 则 $k =$ _____.

【答案】 ± 70

【解析】

【分析】本题考查了完全平方式, 根据完全平方式的结构特征求解即可, 熟练掌握完全平方式的结构是解题的关键.

【详解】解: $\because 25a^2 - kab + 49b^2$ 是完全平方式,

$$\therefore 25a^2 - kab + 49b^2 = (5a \pm 7b)^2 = 25a^2 \pm 70ab + 49b^2,$$

$$\therefore k = \pm 70,$$

故答案为: ± 70 .

13. 计算: $(2x^2y^3 + 4x^3y^2 - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy^2 =$ _____

【答案】 $4xy + 8x^2 - 6$

【解析】

【分析】 此题考查了多项式除以单项式，解题的关键是熟练掌握多项式除以单项式的运算法则．根据多项式除以单项式的运算法则求解即可．

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (2x^2y^3 + 4x^3y^2 - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy^2 \\ &= 2x^2y^3 \div \frac{1}{2}xy^2 + 4x^3y^2 \div \frac{1}{2}xy^2 - 3xy^2 \div \frac{1}{2}xy^2 \\ &= 4xy + 8x^2 - 6, \end{aligned}$$

故答案为: $4xy + 8x^2 - 6$.

14. 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2022} \times 6^{2022} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{2024} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了积的乘方逆运算 $a^n \times b^n = (ab)^n$ 以及同底数幂的乘法法则的逆用，熟练掌握积的乘方逆运算的性质是解题的关键．

根据积的乘方逆运算 $a^n \times b^n = (ab)^n$ 对原式进行变形，然后再进行计算，解题思路是先将 6^{2022} 与 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2022}$ 结合，再与 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2024}$ 进行运算．

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \left(\frac{1}{3}\right)^{2022} \times 6^{2022} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{2024} \\ &= \left(\frac{1}{3} \times 6\right)^{2022} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{2024} \\ &= 2^{2022} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{2024} \\ &= 2^{2022} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2022} \times \frac{1}{4} \\ &= \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^{2022} \times \frac{1}{4} \\ &= 1^{2022} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}, \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

15. 已知 $x^m = 2$, $x^n = 8$, 则 $x^{2m-n} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ ## 0.5

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的除法和幂的乘方, 熟练掌握运算性质是解题的关键. 将 x^{2m-n} 化简为 $(x^m)^2 \div x^n$, 再代入求解即可.

【详解】 解: $\because x^m = 2, x^n = 8$,

$$\therefore x^{2m-n} = x^{2m} \div x^n = (x^m)^2 \div x^n = 2^2 \div 8 = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

16. 因式分解: $-\frac{25}{36} + x^2y^4 =$ _____

【答案】 $\left(xy^2 + \frac{5}{6}\right)\left(xy^2 - \frac{5}{6}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 解题的关键是掌握因式分解的几种常用方法. 利用平方差公式进行因式分解即可.

$$\text{【详解】 解: } -\frac{25}{36} + x^2y^4 = (xy^2)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(xy^2 + \frac{5}{6}\right)\left(xy^2 - \frac{5}{6}\right),$$

故答案为: $\left(xy^2 + \frac{5}{6}\right)\left(xy^2 - \frac{5}{6}\right)$.

17. $(x^2 - ax + 2)(x + 1)$ 展开后不含 x 的一次项, 则 $a =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘以多项式, 将原式展开后按照 x 的降幂排列, 由整式不含 x 的一次项得出其系数为 0 可得答案, 熟练掌握法则是解题的关键.

$$\text{【详解】 解: } (x^2 - ax + 2)(x + 1)$$

$$= x^3 - ax^2 + 2x + x^2 - ax + 2$$

$$= x^3 + (1-a)x^2 + (2-a)x + 2,$$

∵ 不含 x 的一次项,

$$\therefore 2-a=0, \text{ 解得 } a=2,$$

故答案为: 2.

18. 已知 $a = 2025x + 2025$, $b = 2025x + 2024$, $c = 2025x + 2026$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc =$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的应用. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc)$, 据此即可求解. 熟记公式形式是解题关键.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \\ &= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc) \\ &= \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \\ &\because a = 2025x + 2025, b = 2025x + 2024, c = 2025x + 2026, \\ &\therefore a-b=1, b-c=-2, c-a=1, \\ &\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{1}{2} \times (1+4+1) = 3 \end{aligned}$$

故答案为: 3.

三、计算题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

19. 计算: $\left(a^2b + \frac{1}{2}ab - b\right) \cdot 2ab - 2a \cdot \left(\frac{1}{2}b^2 + a^2b^2\right)$

【答案】 $a^2b^2 - 3ab^2$

【解析】

【分析】 本题考查整式的混合运算, 解题的关键是掌握相关运算法则. 根据单项式乘多项式法则去括号, 再合并同类项即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \left(a^2b + \frac{1}{2}ab - b\right) \cdot 2ab - 2a \cdot \left(\frac{1}{2}b^2 + a^2b^2\right) \\ &= 2a^3b^2 + a^2b^2 - 2ab^2 - ab^2 - 2a^3b^2 \end{aligned}$$

$$= a^2b^2 - 3ab^2.$$

20. 计算: $-a \cdot (-3a)^3 \cdot (-a)^6 + (-2a^2)^5$

【答案】 $-5a^{10}$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了幂的乘方、积的乘方以及同底数幂的乘法运算，熟练掌握相关运算法则及运算顺序是解题的关键. 运用幂的运算法则进行简化，依据运算顺序逐步计算，最后合并同类项得出结果.

【详解】 解: $-a \cdot (-3a)^3 \cdot (-a)^6 + (-2a^2)^5$

$$= -a \cdot (-27a^3) \cdot a^6 + (-32a^{10})$$

$$= -a \cdot (-27) \cdot a^3 \cdot a^6 - 32a^{10}$$

$$= 27 \cdot a \cdot a^3 \cdot a^6 - 32a^{10}$$

$$= 27 \cdot a^{1+3+6} - 32a^{10}$$

$$= 27a^{10} - 32a^{10}$$

$$= -5a^{10}.$$

21. 计算: $\left[\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \left(2x^2 - \frac{1}{2} \right)$

【答案】 $4x^4 - \frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 先由完全平方和公式、完全平方差公式，再根据整式加减运算计算括号内的式子，最后由平方差公式计算即可得到答案.

【详解】 解: $\left[\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \left(2x^2 - \frac{1}{2} \right)$

$$= \left(x^2 - x + \frac{1}{4} + x^2 + x + \frac{1}{4} \right) \left(2x^2 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \left(2x^2 + \frac{1}{2} \right) \left(2x^2 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= 4x^4 - \frac{1}{4}.$$

【点睛】 本题考查整式运算，涉及完全平方和公式、完全平方差公式、平方差公式及整式加减运算，熟练掌握整式乘法公式、整式运算法则及运算顺序是解决问题的关键.

22. 计算: $(x-2y-1)(1-x+2y)$

【答案】 $2x-x^2+4xy-4y-4y^2-1$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的乘法运算，熟练掌握运算法则是解此题的关键. 先将第一个多项式的每一项分别与第二个多项式的每一项相乘，再合并同类项即可得到结果.

【详解】 解: 原式 $= x-x^2+2xy-2y+2xy-4y^2-1+x-2y$
 $= 2x-x^2+4xy-4y-4y^2-1$

23. 计算: $(x-2y-3)^2$

【答案】 $x^2-4xy+4y^2-6x+12y+9$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 以及多项式乘多项式的运算，熟练掌握完全平方公式的结构特征和多项式乘法法则是解题的关键. 根据完全平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 展开计算即可.

【详解】 解: $(x-2y-3)^2$
 $= [(x-2y)-3]^2$
 $= (x-2y)^2 - 2 \times 3 \times (x-2y) + 3^2$
 $= x^2 - 4xy + 4y^2 - 6(x-2y) + 9$
 $= x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 9$.

24. 用简便方法计算: $30\frac{3}{4} \times 29\frac{1}{4} - \left(29\frac{1}{2}\right)^2$

【答案】 $29\frac{3}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式和完全平方公式的应用，将原式变形为 $\left(30 + \frac{3}{4}\right) \times \left(30 - \frac{3}{4}\right) - \left(30 - \frac{1}{2}\right)^2$ ，

再运用平方差公式和完全平方公式计算即可.

【详解】 解： $30\frac{3}{4} \times 29\frac{1}{4} - \left(29\frac{1}{2}\right)^2$

$$= \left(30 + \frac{3}{4}\right) \times \left(30 - \frac{3}{4}\right) - \left(30 - \frac{1}{2}\right)^2$$
$$= 30^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left[30^2 - 30 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$$
$$= 30^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 30^2 + 30 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$= -\frac{9}{16} - \frac{1}{4} + 30$$
$$= -\frac{13}{16} + 30$$
$$= 29\frac{3}{16}.$$

三、因式分解：（本大题共 4 小题；每题 4 分，满分 16 分）

25. 因式分解： $a(a-b)^2 - 2(b-a)$

【答案】 $(a-b)(a^2 - ab + 2)$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了提取公因式法进行因式分解，熟练掌握将式子中的部分内容进行变形以找出公因式是解题的关键.

先将式子中的 $(b-a)$ 转化为 $-(a-b)$ ，然后提取公因式 $(a-b)$ 来进行因式分解，解题思路是通过变形统一式子中的相同部分，再找出公因式进行提取.

【详解】 解： $a(a-b)^2 - 2(b-a)$

$$= a(a-b)^2 + 2(a-b)$$
$$= (a-b)[a(a-b) + 2]$$
$$= (a-b)(a^2 - ab + 2).$$

26. 因式分解： $m^4 - 18m^2 + 81$.

【答案】 $(m+3)^2(m-3)^2$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的因式分解，熟练掌握平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 和完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 以及因式分解要彻底的要求是解题的关键. 先利用二次三项式的因式分解方法，将原式看作关于 m^2 的二次三项式进行分解，再进一步分解到最简形式，解题思路是先运用一次平方差公式或完全平方公式分解，再看能否继续分解.

【详解】 解： $m^4 - 18m^2 + 81$

$$= (m^2)^2 - 2 \times 9 \times m^2 + 9^2$$

$$= (m^2 - 9)^2$$

$$= (m^2 - 3^2)^2$$

$$= (m+3)^2(m-3)^2.$$

27. 因式分解： $4(x-y)^2 - 2(x+y)(x-y)$

【答案】 $2(x-y)(x-3y)$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了提取公因式法进行因式分解，熟练掌握找出式子的公因式并正确提取是解题的关键. 先将式子中的 $(x-y)$ 和 $(x+y)$ 看作整体，然后通过提取公因式的方法对式子进行因式分解，解题思路是先找出公因式，再利用提取公因式法化简式子.

【详解】 解： $4(x-y)^2 - 2(x+y)(x-y)$

$$= 2(x-y)[2(x-y) - (x+y)]$$

$$= 2(x-y)(2x-2y-x-y)$$

$$= 2(x-y)(x-3y).$$

28. 因式分解： $(1+a^2)^2 - 4a^2$

【答案】 $(a+1)^2(a-1)^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，熟练掌握因式分解是解题的关键.

根据平方差公式和完全平方公式进行因式分解即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (1+a^2)^2 - 4a^2 \\ &= (1+a^2)^2 - (2a)^2 \\ &= (a^2+2a+1)(a^2-2a+1) \\ &= (a+1)^2(a-1)^2. \end{aligned}$$

四、解答题 (每题 6 分, 满分 18 分)

29. 若 $x^2 + 2x + y^2 - 8y + 17 = 0$, 求 x^y 的值

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式和非负数的性质应用. 根据题意先将 $x^2 + 2x + y^2 - 8y + 17 = 0$ 用完全平方公式进行配方, 得到 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 0$, 再将原方程变形为 $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 0$, 因为任何实数的平方都是非负数, 所以 $(x+1)^2 \geq 0$ 且 $(y-4)^2 \geq 0$, 因此必须有 $(x+1)^2 = 0$, $(y-4)^2 = 0$, 解得 x, y 的值, 将 x, y 的值代入 x^y 后得最终结果.

【详解】 解: $x^2 + 2x + y^2 - 8y + 17 = 0$,

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 0,$$

$$(x+1)^2 + (y-4)^2 = 0,$$

$$\text{则 } \begin{cases} x+1=0 \\ y-4=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases},$$

$$\text{即 } x^y = (-1)^4 = 1.$$

30. 如果 $x + y = -3$, $xy = 2$, 求

(1) $(x-y)^2$ 的值;

(2) $(2x-1)(2y+1)(2x+1)(2y-1)$ 的值

【答案】 (1) 1;

(2) 45.

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 和平方差公式 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ ，以及代数式的变形和整体代入思想，熟练掌握完全平方公式和平方差公式的变形应用以及整体代入的方法是解题的关键.

(1) 可先根据完全平方公式 $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ ，再将已知条件代入该公式进行计算.

(2) 先利用乘法交换律和结合律将式子重新组合为 $[(2x-1)(2x+1)][(2y-1)(2y+1)]$ ，然后根据平方差公式 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ 分别计算中括号内的式子，得到 $(4x^2-1)(4y^2-1)$ ，再展开式子，最后将 $x+y$ 和 xy 的值代入计算.

【小问 1 详解】

解: $\because x+y=-3, xy=2,$

$$\begin{aligned} & \therefore (x-y)^2 \\ &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= (-3)^2 - 4 \times 2 \\ &= 9 - 8 \\ &= 1; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

解: $\because x+y=-3, xy=2,$

$$\begin{aligned} & \therefore (2x-1)(2y+1)(2x+1)(2y-1) \\ &= (2x-1)(2x+1)(2y-1)(2y+1) \\ &= (4x^2-1)(4y^2-1) \\ &= 16x^2y^2 - 4x^2 - 4y^2 + 1 \\ &= 16x^2y^2 - 4(x^2 + y^2) + 1 \\ &= 16x^2y^2 - 4(x^2 + 2xy + y^2 - 2xy) + 1 \\ &= 16x^2y^2 - 4[(x+y)^2 - 2xy] + 1 \end{aligned}$$

$$= 16 \times 2^2 - 4 \times [(-3)^2 - 2 \times 2] + 1$$

$$= 16 \times 4 - 4 \times (9 - 4) + 1$$

$$= 64 - 4 \times 5 + 1$$

$$= 64 - 20 + 1$$

$$= 45.$$

31. 两个两位数相乘，如果这两个因数的十位数字相同，个位数字的和是 10，该类乘法的速算方法是：将一个因数的十位数字与另一个因数的十位数字加 1 的和相乘，所得的积作为计算结果的前两位，将两个因数的个位数字之积作为计算结果的后两位（数位不足两位，用 0 补齐）。

比如 47×43 ，它们乘积的前两位是 $4 \times (4 + 1) = 20$ ，它们乘积的后两位是 $7 \times 3 = 21$ ，所以 $47 \times 43 = 2021$ ；

(1) 探索该类乘法的速算方法，请以 52×58 为例写出你的计算步骤；

(2) 设一个因数的十位数字是 a ，个位数字是 b ，则这个因数可以表示为_____，另一个因数可以表示为_____。（ a 、 b 表示 $1 \sim 9$ 的正整数）

(3) 请用含有字母的等式表示这样的速算方法的规律，并验证其合理性。

【答案】 (1) 3016

(2) $10a + b$ ， $10a + 10 - b$

(3) 规律 $(10a + b)(10a + 10 - b) = 100a(a + 1) + b(10 - b)$ ，验证见详解

【解析】

【分析】 该题考查了新定义，多项式乘法，理解题意是解题的关键。

(1) 根据速算方法计算即可。

(2) 根据题意列代数式表示即可。

(3) 根据题意列出规律是： $(10a + b)(10a + 10 - b) = 100a(a + 1) + b(10 - b)$ ，再根据多项式乘多项式法则计算等式左边和右边证明即可。

【小问 1 详解】

解：根据题意可得 52×58 符合该类乘法的速算方法，

$$5 \times (5 + 1) = 30, \quad 2 \times 8 = 16,$$

则 $52 \times 58 = 3016$ 。

【小问 2 详解】

解：设一个因数的十位数字是 a ，个位数字是 b ，

则这个因数可以表示为 $10a+b$,

另一个因数的十位数字是 a , 个位数字是 $10-b$,

另一个因数可以表示为 $10a+10-b$.

【小问 3 详解】

解: 根据 (2) 可知一个因数的十位数字是 a , 个位数字是 b , 则这个因数可以表示为 $10a+b$, 另一个因数可以表示为 $10a+10-b$,

$\therefore$ 这样的速算方法的规律是: $(10a+b)(10a+10-b)=100a(a+1)+b(10-b)$.

证明: $(10a+b)(10a+10-b)$

$$=100a^2+100a-10ab+10ab+10b-b^2$$

$$=100a^2+100a+10b-b^2.$$

$$100a(a+1)+b(10-b)=100a^2+100a+10b-b^2,$$

$$\therefore (10a+b)(10a+10-b)=100a(a+1)+b(10-b).$$