

2025-2026 学年上海市虹口区上海外国语大学附属外国语学校七年级上学期 12 月考数学试题

一、选择题：本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.中式纹样是一种独特的艺术形式，不仅代表着中国传统文化中的吉祥和美好，还展现了古人对自然和生活的深刻理解，下面纹样的示意图中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是()

A.

冰裂纹

B.

云头纹

C.

方胜纹

D.

浪花纹

2.下列等式中，成立的是().

A. $\frac{a+b}{(a+b)(c+d)}=c+d$

B. $\frac{0.6a-\frac{5}{3}b}{0.7a-\frac{2}{5}b}=\frac{18a-50b}{21a-12b}$

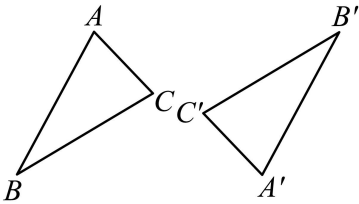
C. $\frac{x-y}{x^2-y^2}=\frac{1}{x-y}$

D. $-\frac{-a-b}{a-b}=-1$

3.设 a, b, c 满足 $a+b+c=1, a^2+b^2+c^2=9$, 则 $\frac{a^2+b^2}{3+c}+\frac{a^2+c^2}{3+b}+\frac{b^2+c^2}{3+a}$ 的值为()

- A. 0
- B. 1
- C. 8
- D. 9

4.如图， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 与关于某点中心对称得到的， $\triangle A'B'C'$ 还可以看做 $\triangle ABC$ 经过怎样的变换得到？下列结论：①一次平移；②一次平移和一次旋转；③一次平移和一次轴对称；④两次轴对称. 其中所有正确结论的序号是()



- A. ②
- B. ①②
- C. ②③
- D. ②④

二、填空题：本题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分。

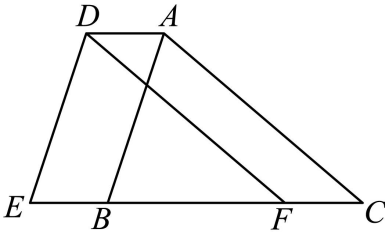
5.分式 $\frac{1}{x^2+x}, \frac{1}{x^2-1}, \frac{3}{2x-2}$ 的最简公分母是_____.

6.已知当 $x=1$ 时，分式 $\frac{x-b}{x-a}$ 无意义；当 $x=2$ 时，此分式的值为 0，则 $(a-b)^{2025}=$ _____.

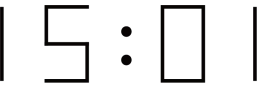
7.分式 $\frac{0.1xy^2-0.3y}{0.1xy+0.1y^2}$ 的值是 0.25，且 $xy=2$ ，则 $x+y$ 的值为_____.

8.小马虎在计算 $\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{M}$ 时把整式 M 抄错了，得到的化简结果是 $\frac{1}{a-b}$ ，他在核对时发现所抄写的 M 比原来大 $2b$ ，则正确的化简结果应该是_____.

9.如图，将 $\triangle ABC$ 向左平移得到 $\triangle DEF$ ，连接 AD ，如果 $\triangle ABC$ 的周长是 $16cm$ ，四边形 $ACED$ 的周长是 $20cm$ ，那么平移的距离是_____.



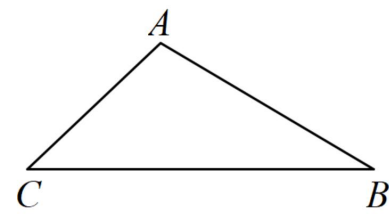
10.东东放假去外地看爷爷，他买的是 11 点的火车. 由于去的早，他在候车室睡着了，等醒来的时候，他从镜子中看到背面墙上的电子钟显示的时间如图所示，他吓了一跳，以为自己错过了火车，则东东醒来时的正确时间是_____.



11.已知 $\frac{x^2+2}{x(x+1)(x+2)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+2}$, 则 $A+B-2C=$ _____.

12.若 $abc \neq 0$, 则 $\frac{a+b-4c}{c}=\frac{a-4b+c}{b}=\frac{-4a+b+c}{a}=$ _____.

13.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=50^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转得到 $\triangle DEC$ (点 D, E 分别与点 A, B 对应)，如果 $\angle ACD$ 与 $\angle ACE$ 的度数之比为 3:2，当旋转角大于 0° 且小于 180° 时，旋转角的度数为_____.



14.关于 x 的方程 $\frac{2}{x-3}=\frac{x-a}{x^2-9}$ 有增根，则 $a=$ _____.

15.已知 x 为整数且满足代数式 $\frac{3x+8}{x+1}-\frac{x-1}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2+2x}$ 的值为整数，则 x 的所有取值为_____

16.某工程，甲队独做所需天数是乙、丙两队合作所需天数的 a 倍，乙队独做所需天数是甲、丙两队合作所需天数的 b 倍，丙队独做所需天数是甲、乙两队合作所需天数的 c 倍，则 $\frac{1}{2a+2} + \frac{1}{2b+2} + \frac{1}{2c+2}$ 的值是_____.

17.若正数 a, b, c 满足 $abc = 1$, $a + \frac{1}{b} = 3, b + \frac{1}{c} = 17$, 则 $c + \frac{1}{a} =$ _____.

18.定义：若两个分式 A 与 B 满足： $|A - B| = 3$, 则称 A 与 B 这两个分式互为“美妙分式”. 若分式 $\frac{4a^2}{a^2-b^2}$ 与 $\frac{a}{a+b}$ 互为“美妙分式”，且 a, b 均为不等于 0 的实数，则分式 $\frac{2a^2-b^2}{ab} =$ _____.

三、计算题：本大题共 8 小题，共 48 分。

19.计算 $\frac{m^2}{m-n} + \frac{n^2}{m-n} + \frac{2mn}{-m+n}$.

20.计算： $\frac{x+2}{2x} \div \frac{x^2-9x}{x^2+2x-3} \cdot \frac{x^3-3x^2}{x^2+5x+6}$.

21.计算 $\frac{2a-b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{2b-c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{2c-a-b}{(c-a)(c-b)}$.

22.计算 $\frac{a^4-a^2-2}{(a^6-1)-(a^4+a^2+1)} \div \left(\frac{2}{a^2-a+1} - \frac{2-2a}{a^3-1}\right)$.

23.解方程 $\frac{8}{x-2} + 1 = \frac{1}{2-x}$.

24.解方程 $\frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} + \frac{1}{x^2+15x+56} = \frac{4}{x^2+28}$.

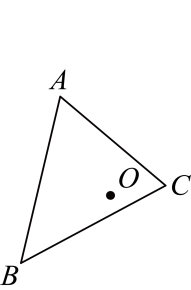
25.解方程组 $\begin{cases} \frac{10}{2x+y} + \frac{3}{x-2y} = -5 \\ \frac{15}{2x+y} - \frac{2}{x-2y} = -1 \end{cases}$

26.解关于 x 的方程： $\frac{3}{x} - \frac{x+a}{x(x-1)} + \frac{6a}{x-1} = 0$

四、解答题：本题共 6 小题，共 48 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

27.(本小题 8 分)

按要求作图：画出△ ABC 以点 O 为对称中心的中心对称图形△ $A' B' C'$.



28.(本小题 8 分)

已知 $a^2 - 7a - 1 = 0$, 求 $3a^2 - 14a + \frac{1}{a^2}$ 的值.

29.(本小题 8 分)

化简代数式 $\left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b}\right)^{-1} + (a+b)^{-2} + (a^{-1} - b^{-1}) \div \frac{(-a)^0}{a^2-b^2}$, 若 a, b 满足 $|a + 2b - 1| + (b + 1)^2 = 0$, 求该代数式的值.

30.(本小题 8 分)

已知 $A = \frac{x^2+x}{x-4} \div \frac{x^2-1}{x^2-8x+16}, B = \frac{x^2-2m}{1-x}$.若关于 x 的分式方程： $A + B = 1$ 的解是非负数，求 m 的取值范围.

31.(本小题 8 分)

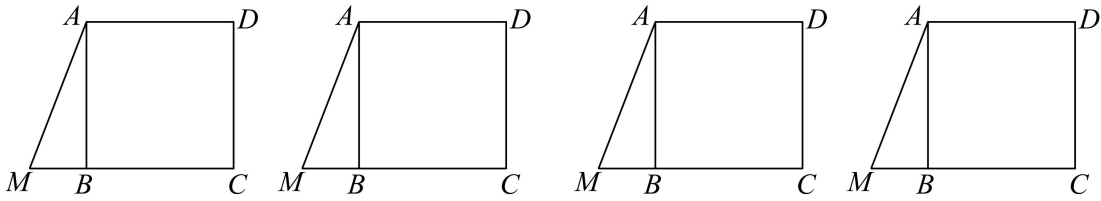
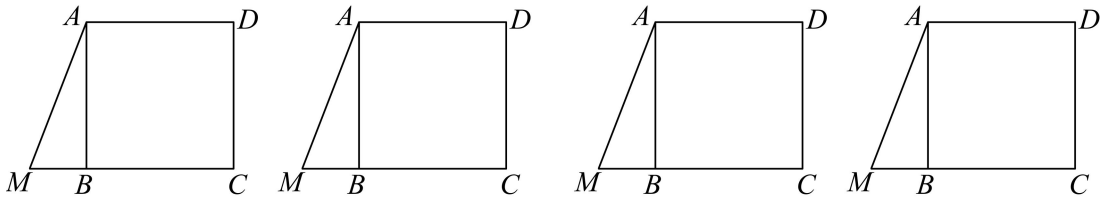
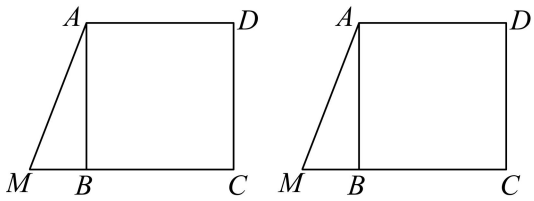
聪聪在长为 180 米的跑道上训练机器人.

(1)若 A 机器人匀速行走 1 分钟后，提速到原速的 1.5 倍后继续匀速行走，结果比原计划提前 40 秒到达终点. 求 A 机器人走完全程所花的时间. (用一元分式方程求解)

(2)若 B 机器人一半路程以 a 米/分的速度行驶，另一半路程以 b 米/分的速度行驶； C 机器人用一半时间以 a 米/分的速度行驶，另一半时间以 b 米/分的速度行驶. 已知 $a \neq b, a > 0, b > 0$, 试比较 B, C 两机器人行走的时间 t_1, t_2 大小，并说明理由.

32.(本小题 8 分)

如图，正方形 $ABCD$ ，点 M 是线段 CB 延长线上一点，连接 AM ， $AB = a, AM = b$.



(备用图)

- (1)将三角形 ABM 沿着射线 AD 方向移动，使得点 A 与点 D 重合，用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积为_____.
- (2)将三角形 ABM 绕着点 A 旋转，使得 AB 与 AD 重合，点 M 落在点 N ，用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积为_____.
- (3)除第(2)小题的情况外, 在平面内是否还存在合适的点, 将三角形 ABM 绕着这个点顺时针旋转后, 三角形有一条边恰好能与正方形 $ABCD$ 的一条边完全重合. 如果存在，请分别在图中画出其他符合条件的三角形，标出相应的旋转中心并写出对应旋转角的大小.

答案和解析

1. 【答案】C

【解析】 本题考查轴对称图形和中心对称图形的识别，中心对称图形是指把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；轴对称图形是指如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，据此进行逐项分析，即可作答.

- 【详解】解： A .该图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；
 B .该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，不符合题意；
 C .该图形既是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；
 D .该图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；

故选： C .

2. 【答案】B

【解析】 本题考查了分式的基本性质以及分式的加减法，熟练掌握分式的基本性质是解本题的关键.

根据分式的基本性质以及分式的加法运算法则进行判断即可.

- 【详解】解： A . $\frac{a+b}{(a+b)(c+d)}=\frac{1}{c+d}$ ，故此选项错误，不符合题意；
 B . $\frac{0.6a-\frac{5}{3}b}{0.7a-\frac{2}{5}b}=\frac{30\times(0.6a-\frac{5}{3}b)}{30\times(0.7a-\frac{2}{5}b)}=\frac{18a-50b}{21a-12b}$ ，故此选项正确，符合题意；
 C . $\frac{x-y}{x^2-y^2}=\frac{x-y}{(x+y)(x-y)}=\frac{1}{x+y}$ ，故此选项错误，不符合题意；
 D . $-\frac{-a-b}{a-b}=\frac{a+b}{a-b}$ ，故此选项错误，不符合题意；

故选： B .

3. 【答案】C

【解析】 此题考查了分式的加减法，利用已知条件 $a+b+c=1$ 和 $a^2+b^2+c^2=9$ ，将表达式的分子用平方和表示，再通过因式分解简化每个分式，最后求和.

- 【详解】解： $\because a+b+c=1, a^2+b^2+c^2=9$,
 $\therefore \frac{a^2+b^2}{3+c}=\frac{(a^2+b^2+c^2)-c^2}{3+c}=\frac{9-c^2}{3+c}$,
同理, $\frac{a^2+c^2}{3+b}=\frac{9-b^2}{3+b}, \frac{b^2+c^2}{3+a}=\frac{9-a^2}{3+a}$,
又 $\because 9-c^2=(3-c)(3+c)$,
 $\therefore \frac{9-c^2}{3+c}=\frac{(3-c)(3+c)}{3+c}=3-c$ (注：由条件知 $3+c\neq 0$ ，同理其他分母也不为零),
同理, $\frac{9-b^2}{3+b}=3-b, \frac{9-a^2}{3+a}=3-a$,
 $\therefore$ 原式 $=(3-a)+(3-b)+(3-c)=9-(a+b+c)=9-1=8$.

故选： C .

4. 【答案】D

【解析】 本题考查平移，旋转，翻折等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题．利用平移，旋转，翻折的性质等知识一一判断即可．

- 【详解】解： 先将 $\triangle ABC$ 平移，使 C 和 C' 重合，然后所得的三角形绕点 C 旋转，即可得到 $\triangle A'B'C'$ ，即 $\triangle A'B'C'$ 还可以看做 $\triangle ABC$ 经过一次平移和一次旋转得到，即②正确，符合题意；
先将 $\triangle ABC$ 沿着的 CC' 垂直平分线翻折，再将所得的三角形沿着 BB' 的垂直平分线翻折，即可得到 $\triangle A'B'C'$ ，即 $\triangle A'B'C'$ 还可以看做 $\triangle ABC$ 经过两次轴对称得到，即④正确，符合题意；

而一次平移，一次平移和一次轴对称不能将 $\triangle ABC$ 变换得到 $\triangle A'B'C'$ ，即①③错误，不符合题意；

故选： D .

5. 【答案】 $2x(x+1)(x-1)$

【解析】 本题主要考查了求几个分式的最简公分母，解题的关键是掌握最简公分母的定义.

先对分母进行因式分解，再利用最简公分母的公式进行求解即可.

- 【详解】解： $\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}, \frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{(x+1)(x-1)}, \frac{3}{2x-2}=\frac{3}{2(x-1)}$

∴最简公分母为 $2x(x+1)(x-1)$,

故答案为: $2x(x+1)(x-1)$.

6. 【答案】 -1

【解析】 根据当 $x=1$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x-a}$ 无意义, 得 $1-a=0$; 当 $x=2$ 时, 此分式的值为 0 , 得到 $2-b=0, 2-a\neq 0$, 代入解答即可.

【详解】 解: 根据当 $x=1$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x-a}$ 无意义, 得 $1-a=0$, 解得 $a=1$;

当 $x=2$ 时, 此分式的值为 0 , 得到 $2-b=0, 2-a\neq 0$, 解得 $b=2$,

故 $(a-b)^{2025}=(1-2)^{2025}=-1$.

故答案为: -1 .

7. 【答案】 -4

【解析】 本题考查了分式的整体运算, 利用提公因式法进行化简是解题的关键.

首先将分式化简, 分子和分母同时提取公因式, 得到简化后的表达式 $\frac{xy-3}{x+y}$, 已知该分式值为 0.25 且 $xy=2$, 代入求解即可得到 $x+y$ 的值.

【详解】 ∵ $\frac{0.1xy^2-0.3y}{0.1xy+0.1y^2}=\frac{0.1y(xy-3)}{0.1y(x+y)}=\frac{xy-3}{x+y}$,

∴ $\frac{xy-3}{x+y}=0.25$,

把 $xy=2$, 代入 $\frac{xy-3}{x+y}=0.25$ 得: $\frac{2-3}{x+y}=0.25$, 即 $\frac{-1}{x+y}=0.25$,

∴ $x+y=\frac{-1}{0.25}=-4$,

故答案为: -4 .

8. 【答案】 $\frac{1}{a+b}$

$\frac{1}{b+a}$

【解析】 本题考查分式的加减法, 掌握异分母分式相加减, 先通分, 再按照同分母分式加减法的法则进行计算是正确解答的前提. 由抄错时的化简结果求出抄错的 M 为 $a+b$, 再根据抄写的 M 比原来大 $2b$, 得正确的 M 为 $a-b$, 最后代入原式计算正确结果.

【详解】 解: 抄错时, 有 $\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{M}=\frac{1}{a-b}$,

则 $\frac{1}{M}=\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a-b}=\frac{2a-(a+b)}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{a^2-b^2}=\frac{1}{a+b}$,

所以 $M=a+b$.

由于抄写的 M 比原来大 $2b$,

故正确的 M 为 $a+b-2b=a-b$. 代入原式,

正确结果为 $\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a-b}=\frac{2a-(a+b)}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{a^2-b^2}=\frac{1}{a+b}$.

故答案为: $\frac{1}{a+b}$.

9. 【答案】 $2cm$

【解析】 本题考查了平移的性质, 掌握平移前后对应线段相等是解题关键.

根据平移的性质结合已知条件求解即可.

【详解】 解: ∵将 $\triangle ABC$ 向左平移得到 $\triangle DEF$,

∴ $AD=EB$, $\triangle ABC\cong\triangle DEF$,

则 $ED=AB, EF=BC, DF=AC$,

∵ $\triangle ABC$ 的周长是 $16cm$,

∴ $\triangle DEF$ 的周长是 $16cm$,

即 $DE+DF+EF=DE+AC+BC=16cm$,

∵四边形 $ACED$ 的周长 $=AD+BE+BC+AC+DE=2AD+16=20(cm)$,

∴ $AD=2cm$,

即平移的距离是 $2cm$;

故答案为： $2cm$.

10. 【答案】 $10:21$

【解析】 本题考查电子钟示数的镜面对称.

根据平面镜中的示数与实际时间左右对称, 即可求解.

【详解】

解: $\because$ 平面镜中电子钟示数为 “ $| \ 5 : \square \ |$ ” , $| \ \square : 2 \ |$ 与 $| \ 5 : \square \ |$ 左右对称,

$\therefore$ 东东醒来时的正确时间是 “ $| \ \square : 2 \ |$ ” ,

故答案为: $10:21$.

11. 【答案】 -8

【解析】 本题考查了分式的加减法, 通分是解题的关键.

通过通分计算, 利用多项式相等, 求出常数 A 、 B 、 C 的值, 然后代入计算表达式.

【详解】 $\because \frac{x^2+2}{x(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} = \frac{A(x+1)(x+2)+Bx(x+2)+Cx(x+1)}{x(x+1)(x+2)}$
 $= \frac{(A+B+C)x^2+(3A+2B+C)x+2A}{x(x+1)(x+2)},$
 $\therefore \begin{cases} A+B+C=1 \\ 3A+2B+C=0 \\ 2A=2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} A=1 \\ B=-3 \\ C=3 \end{cases}$,
 $\therefore A+B-2C=1+(-3)-2\times 3=1-3-6=-8.$

故答案为: -8 .

12. 【答案】 -2 或 -5

【解析】 本题考查的是等式性质的应用, 通过设比值为 k , 并利用等式性质, 分 $a+b+c \neq 0$ 和 $a+b+c=0$ 两种情况讨论即可.

【详解】 解: 设 $\frac{a+b-4c}{c} = \frac{a-4b+c}{b} = \frac{-4a+b+c}{a} = k$, 则

$$a+b-4c=kc \quad (1)$$

$$a-4b+c=kb \quad (2)$$

$$-4a+b+c=ka \quad (3)$$

将 (1)、(2)、(3) 相加得:

$$(a+b-4c)+(a-4b+c)+(-4a+b+c)=kc+kb+ka,$$

$$\text{左边合并同类项: } -2a-2b-2c=-2(a+b+c),$$

$$\text{右边: } k(a+b+c),$$

$$\text{所以 } -2(a+b+c)=k(a+b+c),$$

$$\text{若 } a+b+c \neq 0, \text{ 则 } k=-2,$$

$$\text{若 } a+b+c=0, \text{ 则从 (1) 式得 } a+b=-c, \text{ 代入 } \frac{a+b-4c}{c} = \frac{-c-4c}{c} = \frac{-5c}{c} = -5,$$

$$\text{同理其他分式也等于 } -5, \text{ 故 } k=-5,$$

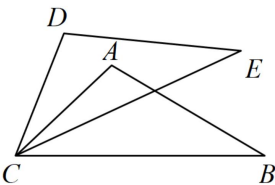
$$\text{因此, 比值为 } -2 \text{ 或 } -5,$$

故答案为: -2 或 -5 .

13. 【答案】 30° 或 150°

【解析】 分两种情况: 当旋转角小于 50° 时和当旋转角大于 50° 时, 分别画出图形, 由 $\angle ACD$ 与 $\angle ACE$ 的度数之比为 3: 2, 求出 $\angle ACE$, 即可得到旋转角度数.

【详解】 解: 当旋转角小于 50° 时, 如图:



$\because \angle ACB=50^\circ$, $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转得到 $\triangle DEC$,

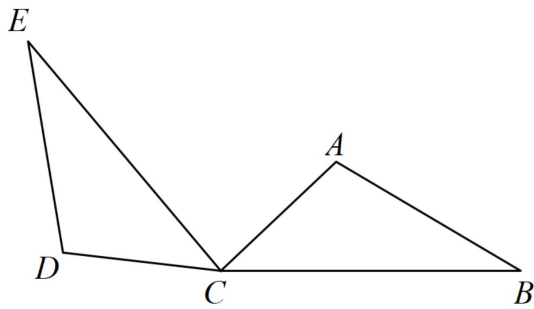
$$\therefore \angle DCE = 50^\circ,$$

$$\because \angle ACD \text{与} \angle ACE \text{的度数之比为} 3:2,$$

$$\therefore \angle ACE = \frac{2}{3+2} \times 50^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \text{旋转角} \angle BCE = \angle ACB - \angle ACE = 30^\circ,$$

当旋转角大于 50° 时，如图：



$$\because \angle ACD \text{与} \angle ACE \text{的度数之比为} 3:2, \angle DCE = \angle ACB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 2\angle DCE = 100^\circ,$$

$$\therefore \text{旋转角} \angle BCE = \angle ACB + \angle ACE = 150^\circ,$$

故答案为： 30° 或 150° .

14. 【答案】 -9 或 -3

【解析】 本题主要考查了根据分式方程的解的情况求参数，先把原方程去分母化为整式方程，再解方程得到 $x = -a - 6$ ，根据原方程有增根可得 $x - 3 = 0$ 或 $x + 3 = 0$ ，则 $-a - 6 = 3$ 或 $-a - 6 = -3$ ，解之即可得到答案.

$$\text{【详解】 解：} \frac{2}{x-3} = \frac{x-a}{x^2-9}$$

$$\text{去分母得：} 2(x+3) = x-a,$$

$$\text{去括号得：} 2x+6 = x-a,$$

$$\text{移项，合并同类项得：} x = -a-6,$$

$\because$ 原方程有增根，

$$\therefore x-3=0 \text{ 或 } x+3=0,$$

$$\therefore -a-6=3 \text{ 或 } -a-6=-3,$$

$$\therefore a=-9 \text{ 或 } a=-3,$$

故答案为： -9 或 -3 .

15. 【答案】 -5 或 -3 或 3

【解析】 本题考查了分式的特殊解，熟悉掌握因式分解化简分式是解题的关键.

先简化代数式，将除法转化为乘法并约简，得到最简分式；令分式值为整数，利用整数条件求解 x ，并排除使分母为零的值.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 原式} &= \frac{3x+8}{x+1} - \frac{x-1}{x} \times \frac{x^2+2x}{x^2-1} \\ &= \frac{3x+8}{x+1} - \frac{x-1}{x} \times \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{3x+8}{x+1} - \frac{x+2}{x+1} \\ &= \frac{2x+6}{x+1} \\ &= \frac{2(x+3)}{x+1}, \end{aligned}$$

$$\text{设} \frac{2(x+3)}{x+1} = k (k \text{ 为整数}), \text{ 则 } 2(x+3) = k(x+1),$$

$$\text{整理得：} x(2-k) = k-6,$$

$$\therefore x = \frac{k-6}{2-k},$$

$$\text{令 } d = 2-k (d \text{ 为整数且 } d \neq 0), \text{ 则 } x = -1 - \frac{4}{d},$$

由于 x 为整数, $\frac{4}{d}$ 需为整数, 故 d 为 4 的因数: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

代入求 x :

$d = 1$ 时, $x = -5$;

$d = -1$ 时, $x = 3$;

$d = 2$ 时, $x = -3$;

$d = -2$ 时, $x = 1$ (舍去, 因分母为零);

$d = 4$ 时, $x = -2$ (舍去, 因分母为零);

$d = -4$ 时, $x = 0$ (舍去, 因分母为零)

综上, x 的所有取值为: $-5, -3, 3$,

故答案为: $-5, -3, 3$.

16. 【答案】 $\frac{1}{2}$

/0.5

【解析】 本题考查分式方程在工程问题中的应用及分式的加法运算, 通过设甲、乙、丙单独完成工程所需天数, 利用工作效率与工作时间的关系, 推导出 a, b, c 的表达式, 进而计算给定分式的值.

【详解】 解: 设甲、乙、丙单独完成这项工程各需 x 天、 y 天、 z 天,

根据题意, 甲队独做所需天数是乙、丙两队合作所需天数的 a 倍, 乙、丙合作所需天数为 $\frac{1}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = \frac{yz}{y+z}$,

所以 $x = a \cdot \frac{yz}{y+z}$,

整理得 $a = \frac{x(y+z)}{yz} = \frac{xy+xz}{yz}$,

于是 $a + 1 = \frac{xy+xz+yz}{yz}$,

因此 $\frac{1}{a+1} = \frac{yz}{xy+yz+xz}$,

同理, $\frac{1}{b+1} = \frac{xz}{xy+yz+xz}, \frac{1}{c+1} = \frac{xy}{xy+yz+xz}$,

所以 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = \frac{yz+xz+xy}{xy+yz+xz} = 1$,

给定表达式 $\frac{1}{2a+2} + \frac{1}{2b+2} + \frac{1}{2c+2} = \frac{1}{2(a+1)} + \frac{1}{2(b+1)} + \frac{1}{2(c+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

17. 【答案】 $\frac{11}{25}$

【解析】 计算 $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{1}{c}\right) \left(c + \frac{1}{a}\right)$, 然后整体代入求解即可; 或者把已知条件组成方程组, 解方程组求出 $a = \frac{25}{9}, c = \frac{2}{25}$ 代入计算即可.

【详解】 解: 解法一: 因为 $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{1}{c}\right) \left(c + \frac{1}{a}\right)$

$= \left(ab + \frac{a}{c} + 1 + \frac{1}{bc}\right) \left(c + \frac{1}{a}\right)$

$= abc + a + c + \frac{1}{b} + b + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{abc}$

$= \left(a + \frac{1}{b}\right) + \left(b + \frac{1}{c}\right) + \left(c + \frac{1}{a}\right) + \left(abc + \frac{1}{abc}\right)$

所以 $3 \times 17 \times \left(c + \frac{1}{a}\right) = 3 + 17 + \left(c + \frac{1}{a}\right) + 2$,

解得 $c + \frac{1}{a} = \frac{11}{25}$.

故答案为: $\frac{11}{25}$.

解法二: 由 $\begin{cases} abc = 1 \\ a + \frac{1}{b} = 3 \\ b + \frac{1}{c} = 17 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} ab = \frac{1}{c} = 17 - b \\ ab = 3b - 1 \end{cases}$,

因此 $17 - b = 3b - 1, b = \frac{9}{2}$.

由此可得 $a = \frac{25}{9}$, $c = \frac{2}{25}$.

所以 $c + \frac{1}{a} = \frac{2}{25} + \frac{9}{25} = \frac{11}{25}$

故答案为: $\frac{11}{25}$.

18. 【答案】 $-\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{17}{3}$

【解析】 本题考查了分式的加减法和实数的性质，绝对值的意义，熟练掌握分式加减法的法则，对新定义的理解是解题关键. 根据分式 $\frac{4a^2}{a^2-b^2}$ 与 $\frac{a}{a+b}$ 互为“美妙分式”，得到 $\left|\frac{4a^2}{a^2-b^2} - \frac{a}{a+b}\right| = 3$ ，求出① $a = -3b$ ，② $ab = 3b^2 - 6a^2$ ，分别把①②代入分式 $\frac{2a^2-b^2}{ab}$ 中求出结果即可.

【详解】 解: $\because \frac{4a^2}{a^2-b^2}$ 与 $\frac{a}{a+b}$ 互为“美妙分式”，

$$\therefore \left|\frac{4a^2}{a^2-b^2} - \frac{a}{a+b}\right| = 3,$$

$$\therefore \left|\frac{4a^2}{a^2-b^2} - \frac{a}{a+b}\right| = \left|\frac{4a^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}\right| = \left|\frac{3a^2+ab}{(a+b)(a-b)}\right| = 3,$$

$$\therefore \frac{3a^2+ab}{(a+b)(a-b)} = 3 \text{ 或 } \frac{3a^2+ab}{(a+b)(a-b)} = -3,$$

$$\therefore 3a^2 + ab = 3(a^2 - b^2) \text{ 或 } 3a^2 + ab = -3(a^2 - b^2),$$

$\because a, b$ 均为不等于 0 的实数,

$$\therefore \text{① } a = -3b, \text{ ② } ab = 3b^2 - 6a^2,$$

把①代入 $\frac{2a^2-b^2}{ab} = \frac{2 \times (-3b)^2 - b^2}{-3b^2} = \frac{17b^2}{-3b^2} = -\frac{17}{3},$

把②代入 $\frac{2a^2-b^2}{ab} = \frac{2a^2-b^2}{3b^2-6a^2} = \frac{2a^2-b^2}{-3(2a^2-b^2)} = -\frac{1}{3}$

综上: 分式 $\frac{2a^2-b^2}{ab}$ 的值为 $-\frac{17}{3}$ 或 $-\frac{1}{3}$.

故答案为: $-\frac{17}{3}$ 或 $-\frac{1}{3}$.

19. 【答案】 解: $\frac{m^2}{m-n} + \frac{n^2}{m-n} + \frac{2mn}{-m+n}$

$$= \frac{m^2}{m-n} + \frac{n^2}{m-n} - \frac{2mn}{m-n}$$

$$= \frac{m^2 + n^2 - 2mn}{m-n}$$

$$= \frac{(m-n)^2}{m-n}$$

$$= m-n.$$

【解析】 本题考查分式的加减运算. 通过观察分母关系，将第三项的分母化为与前两项相同，合并后利用完全平方公式简化.

20. 【答案】 解: $\frac{x+2}{2x} \div \frac{x^2-9x}{x^2+2x-3} \cdot \frac{x^3-3x^2}{x^2+5x+6}$

$$= \frac{x+2}{2x} \div \frac{(x-9)x}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{(x-3)x^2}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{x+2}{2x} \cdot \frac{(x-1)(x+3)}{(x-9)x} \cdot \frac{(x-3)x^2}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-3)}{2(x-9)}.$$

【解析】 本题考查分式乘除混合运算.

对分子和分母进行因式分解，将除法转化为乘法，约去公因式即可.

21. 【答案】 解: $\frac{2a-b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{2b-c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{2c-a-b}{(c-a)(c-b)}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(a-b)+(a-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(b-c)+(b-a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{(c-a)+(c-b)}{(c-a)(c-b)} \\
&= \frac{1}{a-c} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-a} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-b} + \frac{1}{c-a} \\
&= \frac{1}{a-c} + \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} - \frac{1}{b-c} - \frac{1}{a-c} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

【解析】 本题考查的是分式的加减运算，把每一个分式化为两个分式的和是解本题的关键．先逆用分式的加减运算的运算法则把每一个分式化为两个分式的和，再计算即可．

22. **【答案】** 解： 原式 $=\frac{(a^2+1)(a^2-2)}{(a^2-1)(a^4+a^2+1)-(a^4+a^2+1)}\div\left[\frac{2}{a^2-a+1}-\frac{2(1-a)}{(a-1)(a^2+a+1)}\right]$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(a^2+1)(a^2-2)}{(a^2-1-1)(a^4+a^2+1)}\div\left[\frac{2}{a^2-a+1}+\frac{2(a-1)}{(a-1)(a^2+a+1)}\right] \\
&= \frac{(a^2+1)(a^2-2)}{(a^2-2)(a^4+a^2+1)}\div\left[\frac{2}{a^2-a+1}+\frac{2}{a^2+a+1}\right] \\
&= \frac{a^2+1}{a^4+a^2+1}\div\left[\frac{2(a^2+a+1)}{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}+\frac{2(a^2-a+1)}{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}\right] \\
&= \frac{a^2+1}{a^4+a^2+1}\div\left[\frac{4a^2+4}{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}\right] \\
&= \frac{a^2+1}{a^4+a^2+1}\div\frac{4a^2+4}{a^4+a^2+1} \\
&= \frac{a^2+1}{a^4+a^2+1}\times\frac{a^4+a^2+1}{4(a^2+1)} \\
&= \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

【解析】 本题考查了分式的化简运算，熟练掌握十字相乘法因式分解，立方差公式，是解题的关键．利用立方差公式和十字相乘法进行因式分解，再根据运算法则运算即可．

23. **【答案】** 解： $\frac{8}{x-2}+1=\frac{1}{2-x}$,

化为整式方程，得 $8+x-2=-1$,

解得 $x=-7$,

当 $x=-7$ 时， $x-2=-7-2=-9\neq 0$,

所以 $x=-7$ 是原分式方程的解．

【解析】 本题考查解分式方程，先去分母将分式方程化为整式方程，求出解后代入检验即可．

24. **【答案】** 解： $\frac{1}{x^2+9x+20}+\frac{1}{x^2+11x+30}+\frac{1}{x^2+13x+42}+\frac{1}{x^2+15x+56}=\frac{4}{x^2+28}$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{(x+4)(x+5)}+\frac{1}{(x+5)(x+6)}+\frac{1}{(x+6)(x+7)}+\frac{1}{(x+7)(x+8)}=\frac{4}{x^2+28} \\
&\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+5}+\frac{1}{x+5}-\frac{1}{x+6}+\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+7}+\frac{1}{x+7}-\frac{1}{x+8}=\frac{4}{x^2+28} \\
&\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+8}=\frac{4}{x^2+28}, \\
&\frac{4}{x^2+12x+32}=\frac{4}{x^2+28}, \\
&x^2+28=x^2+12x+32, \\
&-12x=4, \\
&x=-\frac{1}{3}
\end{aligned}$$

经检验， $x=-\frac{1}{3}$ 是原方程的解，

∴原方程的解为 $x = -\frac{1}{3}$.

【解析】 本题考查了因式分解与解分式方程， 解题的关键是明确题意， 理解裂项相消法的应用以及熟练求解分式方程． 利用拆项法因式分解后再利用裂项相消法化简方程， 解化简后的分式方程即可．

25. 【答案】 解： 设 $\frac{1}{2x+y} = a, \frac{1}{x-2y} = b$ ， 则原方程组化为：

$$\begin{cases} 10a + 3b = -5 \\ 15a - 2b = -1 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a = -\frac{1}{5}, \\ b = -1 \end{cases}$

$$\therefore \frac{1}{2x+y} = -\frac{1}{5}, \frac{1}{x-2y} = -1,$$

$$\therefore \begin{cases} 2x + y = -5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} x = -\frac{11}{5} \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases}$.

【解析】 本题考查的是解分式方程组， 设 $\frac{1}{2x+y} = a, \frac{1}{x-2y} = b$ ， 则原方程组化为 $\begin{cases} 10a + 3b = -5 \\ 15a - 2b = -1 \end{cases}$ ， 解出 $\begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = -1 \end{cases}$ ， 进而求出 $\begin{cases} 2x + y = -5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ ， 再求出结论即可．

26. 【答案】 解： $\frac{3}{x} - \frac{x+a}{x(x-1)} + \frac{6a}{x-1} = 0$

$$3(x-1) - (x+a) + 6ax = 0$$

$$3x - 3 - x - a + 6ax = 0$$

$$2x + 6ax = a + 3$$

$$(2 + 6a)x = a + 3$$

$$x = \frac{a+3}{6a+2},$$

∴当 $x = 0$ ， $x = 1$ 或 $2 + 6a = 0$ 时方程无解，

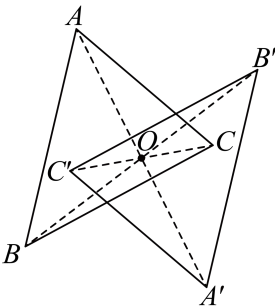
$$\therefore \frac{a+3}{6a+2} = 0, \frac{a+3}{6a+2} = 1 \text{ 或 } 2 + 6a = 0, \text{ 时无解，}$$

解得： $a = -3$ ， $a = \frac{1}{5}$ 或 $a = -\frac{1}{3}$

综上所述： 当 $a = -\frac{1}{3}$ ， $a = \frac{1}{5}$ 或 $a = -3$ 时， 方程无解； 否则 $x = \frac{a+3}{6a+2}$.

【解析】 本题考查了分式方程的特殊解， 熟练掌握运算法则是解题的关键．
先化简分式方程， 再根据分母的取值情况分析分式方程无解时的 a 值即可求解．

27. 【答案】 解： 如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求．



【解析】 本题考查画中心对称图形， 作出 $\triangle ABC$ 各顶点关于点 O 的对称点， 再顺次连接即可．

28. 【答案】 解： $\because a^2 - 7a - 1 = 0,$

$$\therefore a^2 - 7a = 1,$$

$\because a = 0$ 不是方程的解，

∴方程两边同时除以 a ，

$$\therefore a - 7 = \frac{1}{a},$$

$$\begin{aligned} \therefore a - \frac{1}{a} &= 7, \\ \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 7^2 + 2 = 51, \\ \therefore 3a^2 - 14a + \frac{1}{a^2} \\ &= 2a^2 - 14a + a^2 + \frac{1}{a^2} \\ &= 2(a^2 - 7a) + a^2 + \frac{1}{a^2} \\ &= 2 \times 1 + 51 \\ &= 53. \end{aligned}$$

【解析】 本题考查的是完全平方公式的应用及代数式求值，先求出 $a^2 - 7a = 1$ ， $a - \frac{1}{a} = 7$ 再将原式化为 $2(a^2 - 7a) + \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$ ，代入计算即可.

29. 【答案】 解： $\because |a + 2b - 1| + (b + 1)^2 = 0$ 且 $|a + 2b - 1| \geq 0$ ， $(b + 1)^2 \geq 0$ ，

$\therefore a + 2b - 1 = 0$ ， $b + 1 = 0$ ，

解得： $a = 3$ ， $b = -1$ ，

$$\begin{aligned} &\left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b}\right)^{-1} + (a + b)^{-2} + (a^{-1} - b^{-1}) \div \frac{(-a)^0}{a^2 - b^2} \\ &= \left(\frac{2b}{ab} + \frac{2a}{ab}\right)^{-1} + \frac{1}{(a + b)^2} + \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \div \frac{1}{(a + b)(a - b)} \\ &= \left[\frac{2(a + b)}{ab}\right]^{-1} + \frac{1}{(a + b)^2} + \left(\frac{b}{ab} - \frac{a}{ab}\right) \times (a + b)(a - b) \\ &= \frac{ab}{2(a + b)} + \frac{1}{(a + b)^2} - \frac{a - b}{ab} \times (a + b)(a - b) \\ &= \frac{ab}{2(a + b)} + \frac{1}{(a + b)^2} - \frac{(a + b)(a - b)^2}{ab}, \\ \therefore a + b &= 3 + (-1) = 2, \quad a - b = 3 - (-1) = 4, \quad ab = 3 \times (-1) = -3, \\ \therefore \text{原式} &= \frac{-3}{2 \times 2} + \frac{1}{2^2} - \frac{2 \times 4^2}{-3} \\ &= -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{32}{3} \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{32}{3} \\ &= -\frac{3}{6} + \frac{64}{6} \\ &= \frac{61}{6}. \end{aligned}$$

【解析】 本题考查了分式的化简求值，负指数幂的化简，熟练掌握运算是解题的关键.

由非负性求出 a 与 b 的值，优先化简负指数幂，再利用运算法则化简代数式后代入 a 与 b 的值即可求解.

30. 【答案】 解： $\because A + B = 1$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x^2 + x}{x - 4} \div \frac{x^2 - 1}{x^2 - 8x + 16} + \frac{x^2 - 2m}{1 - x} &= 1 \\ \frac{x(x + 1)}{x - 4} \div \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 4)^2} - \frac{x^2 - 2m}{x - 1} &= 1 \\ \frac{x(x + 1)}{x - 4} \times \frac{(x - 4)^2}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{x^2 - 2m}{x - 1} &= 1 \\ \frac{x(x - 4)}{x - 1} - \frac{x^2 - 2m}{x - 1} &= 1 \\ x(x - 4) - (x^2 - 2m) &= x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2-4x-x^2+2m&=x-1\\-4x-x&=-2m-1\\-5x&=-2m-1\end{aligned}$$

$$x=\frac{2m+1}{5},$$

∵解是非负数,

$$\therefore \frac{2m+1}{5}\geq 0,$$

$$\text{解得: }m\geq-\frac{1}{2},$$

又∵ $x\neq 4$, $x\neq \pm 1$,

$$\therefore \frac{2m+1}{5}\neq 4, \frac{2m+1}{5}\neq \pm 1,$$

$$\text{解得: }m\neq \frac{19}{2}, \ m\neq 2, \ m\neq -3;$$

综上 m 的取值范围为: $m\geq-\frac{1}{2}$ 且 $m\neq \frac{19}{2}, \ m\neq 2$.

【解析】 本题考查了分式方程的特殊解，完全平方公式，平方差公式，熟练利用因式分解是解题的关键.

由 $A+B=1$ ，得到 $\frac{x^2+x}{x-4}\div\frac{x^2-1}{x^2-8x+16}+\frac{x^2-2m}{1-x}=1$ ，利用因式分解进行化简得到 $x=\frac{2m+1}{5}$ ，再根据 x 的取值范围求解即可.

31. **【答案】** 【小题 1】

解：设原行走的速度为 xm /分，

$$\text{根据题意得: }\frac{180-x}{x}=\frac{180-x}{1.5x}+\frac{40}{60},$$

$$\text{解得}x=60,$$

经检验， $x=60$ 为原方程的解，

$$\therefore 1+\frac{180-x}{1.5x}=1+\frac{180-60}{1.5\times 60}=\frac{7}{3},$$

∴机器人走完全程所花的时间 $\frac{7}{3}$ 分钟；

【小题 2】

$$\text{解: }B\text{ 机器人所需时间}t_1=\frac{90}{a}+\frac{90}{b}=\frac{90(a+b)}{ab},$$

$$C\text{ 机器人所需时间}t_2=\frac{180}{\frac{a}{2}+\frac{b}{2}}=180\div\frac{a+b}{2}=180\times\frac{2}{a+b}=\frac{360}{a+b},$$

$$\therefore t_1-t_2=\frac{90(a+b)}{ab}-\frac{360}{a+b}=\frac{90\left[(a+b)^2-4ab\right]}{ab(a+b)}=\frac{90(a-b)^2}{ab(a+b)},$$

$$\because a\neq b, \ a>0, \ b>0,$$

$$\therefore (a-b)^2>0, \ ab(a+b)>0,$$

$$\therefore t_1-t_2>0,$$

$$\therefore t_1>t_2.$$

【解析】 1.

本题考查分式方程的应用、分式的加减运算的应用，理解题意，正确列出方程和代数式是解答的关键.

设原行走的速度为 xm /分，根据“结果比原计划提前 40 秒到达终点”列分式方程求解即可；

2.

先根据题意求得两个机器人所需时间，然后作差，利用分式加减法计算后比较大小，进而可得结论.

32. **【答案】** 【小题 1】

$$a^2$$

【小题 2】

$$\frac{\pi b^2}{4}\text{或}\frac{3\pi b^2}{4}$$

【小题 3】

解：如图 1，旋转中心： AB 边的中点 O ，顺时针 180° ，

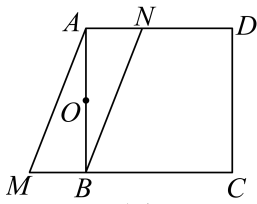


图1

如图 2，旋转中心： 点 B ，顺时针 90° ，

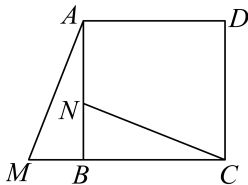


图2

如图 3，旋转中心： 正方形对角线交点 O ，顺时针旋转 90° ，

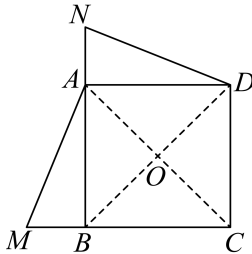


图3

【解析】 1.

本题考查了旋转的性质，关键是根据旋转前后两图形全等；对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角解答．

根据平移的性质和平行四边形的面积公式计算即可；

【详解】解： 线段 AM 扫过的平面部分的面积为： $AD \cdot DC = a \cdot a = a^2$ ，

故答案为： a^2 ；

2.

根据扇形的面积公式计算即可；

解： 三角形 ABM 绕着点 A 旋转，使得 AB 与 AD 重合，则三角形旋转的角度是 90° 或 270° ，

$$S_{\text{扇形}AMN} = \frac{90^\circ \times \pi b^2}{360^\circ} = \frac{\pi b^2}{4} \text{或} S_{\text{扇形}AMN} = \frac{270^\circ \times \pi b^2}{360^\circ} = \frac{3\pi b^2}{4},$$

故答案为： $\frac{\pi b^2}{4}$ 或 $\frac{3\pi b^2}{4}$ ；

3.

根据旋转的性质画出图形得出旋转中心和角度即可．