

期中试卷（拔尖卷）

（时间：90 分钟 分值：100 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列语句中正确的有（ ）个

(1) $-\frac{2^5 x^2 y^3}{3}$ 次数为 10 (2) 1 是整式 (3) 一个关于 x 的四次整式和一个关于 y 的五次整式相加，结果

是 一定是一个五次整式 (4) 两个三次整式相加的结果可能是一个二次单项式

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 下列从左到右变形，是因式分解的是（ ）

A. $a(2a^2 + 5ab - b^2) = 2a^3 + 5a^2b - ab^2$

B. $(x+5y)(x-5y) = x^2 - 25y^2$

C. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

D. $2x^2 - 3x + 1 = x(2x - 3 + 1)$

3. 下列乘法中，能应用平方差公式的是（ ）

A. $(x-y)(y-x)$

B. $(2x-3y)(3x+2y)$

C. $(-x-y)(x+y)$

D. $(-2x-3y)(3y-2x)$

4. 已知 $2a-b=5$ ，则 $4a^2-6a+3b-4ab+b^2$ 的值为（ ）

A. 10 B. 14 C. 16 D. 18

5. 下列整式中，与 $-3x+y$ 相乘的结果是 $-3x^2+10xy-3y^2$ 的整式是（ ）

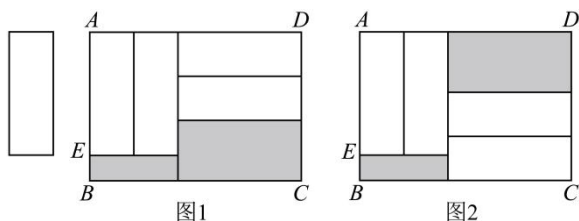
A. $x+3y$

B. $x-3y$

C. $3x+y$

D. $3x-y$

6. 如图，将 4 张形状、大小完全相同的小长方形纸片分别以图 1、图 2 的方式放入长方形 $ABCD$ 中，若图 1 中的阴影部分周长比图 2 的阴影部分周长少 1，则图中 BE 的长为（ ）



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 单项式 $\frac{(-xy^2)^3}{4\pi}$ 的系数是_____, 次数是_____.
8. 已知 $3x^{2a+3}y^{4b-5}$ 与 $-3x^{a+4}y^{b+1}$ 是同类项, 则 $a+b=$ _____.
9. 整式 $6x^2+5y-xy$ 与整式 $-8xy+3x^2-y$ 的差是_____.
10. 若 $(5x-3b)(ax+1)=20x^2-7x-c$, 则 $(a+c)^b=$ _____.
11. 计算 $(0.04)^{2003} \times [(-5)^{2003}]^2 =$ _____.
12. 已知 $x=2^n+3$, $y=4^n+5$, 用含字母 x 的代数式表示 y , 则 $y=$ _____.
13. 计算: $(2a-b+3c)(-2a-b-3c)=$ _____.
14. 因式分解 $x^2+mx-12=(x+p)(x+q)$, 其中 m 、 p 、 q 都为整数, 则这样的 m 的最大值是_____.
15. 在对某二次三项式进行因式分解时, 甲同学因为看错了一次项系数而将其分解为 $2(x-1)(x-9)$, 乙同学因为看错了常数项而将其分解为 $2(x-2)(x-4)$, 请写出正确的因式分解的结果_____.
16. $2x+3$ _____ 整式 $2x^4-5x^3-10x^2+15x+18$ 的因式 (填 “是” 或 “不是”)
17. 若 $a=(-1)^{2022}$, $b=2021 \times 2023 - 2022^2$, $c=8^{2022} \times (-0.125)^{2023}$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系是_____ (用 “>” 连接).
18. 若 $S=\left(1-\frac{1}{2^2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{2021^2}\right) \left(1-\frac{1}{2022^2}\right)$, 则 S 的值为_____.

三、简答题

19. 计算:

(1) $(-2x^2y)^3 + (-x^3)^2(-y)^2y$

$$(2) (2a-5b) \cdot (3a^2-2ab+b^2)$$

$$(3) (x+2y)(y-2) + (2y-4x)(y+1).$$

20. 分解因式: (1) $a^2(a+2b) - ab(-4b-2a).$

$$(2) (x^2-1)^2 - x^2 - 5$$

$$(3) 4x^3 - 2x^2 - 9xy^2 - 3xy$$

$$(4) (x^2-4x+2)(x^2-4x+5) + 2$$

$$(5) x^2 - \frac{13}{6}x + 1$$

21. 简便计算: $22^2 + 44 \times 18 + 18^2 + 19 \frac{3}{4} \times 20 \frac{1}{4};$

四、解答题

22. 已知 $4^{2x} \cdot 5^{2x+1} - 4^{2x+1} \cdot 5^{2x} = 20^{3x-4}$, 求 x 的值;

23. 先化简后求值: $(2x^{n+2} - 4x^{n+1} + 2x^n) \div (-6x^n)$, 其中 $x = \frac{8}{5}$ (n 是正整数).

24. 已知 $A = 3x^2 + ax - 3y + 2$, $B = bx^2 - \frac{2}{3}x - 2y + 4$, 且 A 与 B 的 3 倍的差的值与 x 的取值无关, 求代数

式 $-ab \left[a + \frac{1}{2}(4b - a + 6) \right] - 3 \left(2ab^2 - \frac{1}{6}a^2b - \frac{1}{3}ab \right)$ 的值.

25. 甲、乙两人共同计算一道整式： $(x+a)(2x+b)$. 由于甲抄错了 a 的符号，得到的结果是 $2x^2 - 7x + 3$ ，乙漏抄了第二个整式中 x 的系数，得到的结果是 $x^2 + 2x - 3$. 求 $(a-b)(-2a-b)$ 的值.

26. 配方法是数学中非常重要的一种思想方法，它是指将一个式子或将一个式子的某一部分通过恒等变形化为完全平方式或几个完全平方式的和的方法. 这种方法常被用到代数式的变形中，并结合非负数的意义来解决问题.

定义：若一个整数能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 为整数)的形式，则称这个数为“完美数”.

例如，5是“完美数”，理由：因为 $5 = 1^2 + 2^2$ ，所以5是“完美数”.

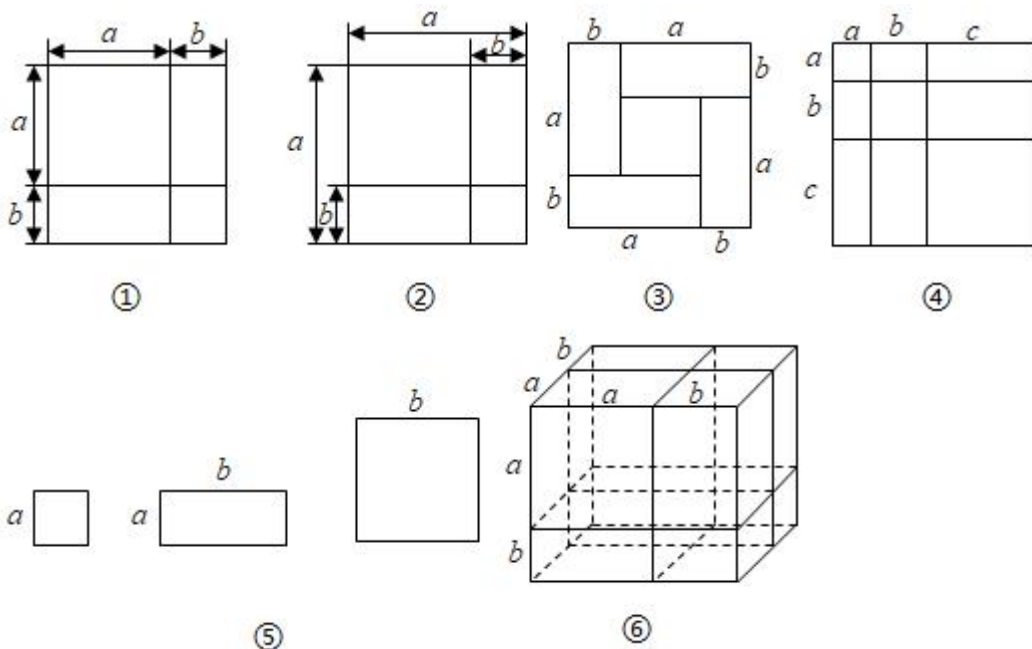
解决问题：

(1) 已知29是“完美数”，请将它写成 $a^2 + b^2$ (a, b 为整数)的形式：_____

(2) 若 $x^2 - 4x + 5$ 可配方成 $(x-m)^2 + n$ (m, n 为常数)，则 $mn =$ _____

(3) 探究问题：已知 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ ，求 $x + y$ 的值.

27. 阅读理解，解答下列问题：利用平面图形中面积的等量关系可以得到某些数学公式.



(1) 例如，根据下图①，我们可以得到两数和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 根据图②能得到的数学公式是_____.

(2) 如图③，请写出 $(a+b)$ 、 $(a-b)$ 、 ab 之间的等量关系是_____

(3) 利用 (2) 的结论, 解决问题: 已知 $x+y=8$, $xy=2$, 求 $(x-y)^2$ 的值.

(4) 根据图④, 写出一个等式: _____.

(5) 小明同学用图⑤中 x 张边长为 a 的正方形, y 张边长为 b 的正方形, z 张宽、长分别为 a 、 b 的长方形纸片, 用这些纸片恰好拼出一个面积为 $(3a+b)(a+3b)$ 长方形, 请画出图形, 并指出 $x+y+z$ 的值.

类似地, 利用立体图形中体积的等量关系也可以得到某些数学公式.

(6) 根据图⑥, 写出一个等式: _____.