

期中试卷（培优卷）

（时间：90 分钟 分值：100 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 在下列四个代数式中，是单项式的为（ ）

- A. πa B. $\frac{1}{3}a^2b^2(c-1)$ C. $\frac{1+a}{4}$ D. $4a^2-a+7$

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用单项式和整式的定义逐项进行判断即可得到答案.

【详解】解：A. πa 是单项式，故 A 正确，符合题意；B. $\frac{1}{3}a^2b^2(c-1) = \frac{1}{3}a^2b^2c - \frac{1}{3}a^2b^2$ ，是整式，故 B 错误，不符合题意；C. $\frac{1+a}{4} = \frac{1}{4} + \frac{a}{4}$ ，是整式，故 C 错误，不符合题意；D. $4a^2-a+7$ ，是整式，故 D 错误，不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了单项式和整式，数或字母的积组成的式子叫单项式，单独的一个字母或数也是单项式，几个单项式的和叫整式，熟练掌握单项式和整式的定义是解题的关键.

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $(3a)^2 = 3a^2$ B. $(-2a)^3 = -8a^3$ C. $(ab^2)^3 = a^3b^5$ D. $\left(\frac{2}{3}a\right)^2 = \frac{4}{3}a^2$

【答案】B

【详解】解： $(3a)^2 = 9a^2$ ，故 A 选项错误； $(-2a)^3 = -8a^3$ ，故 B 选项正确； $(ab^2)^3 = a^3b^6$ ，故 C 选项错误； $\left(\frac{2}{3}a\right)^2 = \frac{4}{9}a^2$ ，故 D 选项错误.

故选：B.

【点睛】本题考查积的乘方运算，熟记积的乘方公式是解题关键.

3. 下列等式从左到右的变形, 是因式分解的是 ().

A. $(a+2)(a-2)=a^2-4$

B. $m^2-m-1=m(m-1)-1$

C. $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

D. $x^2-2x-3=x\left(x-2-\frac{3}{x}\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据因式分解概念进行逐项分析, 即可作答.

【详解】解: A、 $a^2-4=(a+2)(a-2)$ 是因式分解, $(a+2)(a-2)=a^2-4$ 不是因式分解, 故该选项是错误的;

B、 m^2-m-1 这个整式没办法进行因式分解, $m^2-m-1=m(m-1)-1$ 不是因式分解, 故该选项是错误的;

C、 $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ 是因式分解, 故该选项是正确的;

D、 x^2-2x-3 这个整式没办法进行因式分解, $x^2-2x-3=x\left(x-2-\frac{3}{x}\right)$ 不是因式分解, 故该选项是错误的;

故选: C

【点睛】本题考查了因式分解的概念, 一个整式化为几个整式的积的过程叫因式分解; 难度较小.

4. 下列整式乘法中, 能运用平方差公式进行计算的是 ()

A. $(2x+y)(-2x-y)$

B. $-(2x+y)(-2x-y)$

C. $(-2x-y)(-2x+y)$

D. $(-2x+y)(y-2x)$

【答案】C

【分析】根据 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 即可.

【详解】A、 $(2x+y)(-2x-y)=(2x+y)[- (2x+y)]=- (2x+y)^2$, 不合题意;

B、 $-(2x+y)(-2x-y)=-(2x+y)[- (2x+y)]= (2x+y)^2$, 不合题意;

C、 $(-2x-y)(-2x+y)=(-2x)^2-y^2$, 符合题意;

D、 $(-2x+y)(y-2x)=(-2x+y)(-2x+y)=(-2x+y)^2$; 不合题意.

故选: C.

5. 观察后面一组单项式: -4 , $7a$, $-10a^2$, $13a^3$, $\cdots$, 根据你发现的规律, 则第7个单项式是 ()

A. $-19a^7$

B. $19a^7$

C. $-22a^6$

D. $22a^6$

【答案】C

【解析】

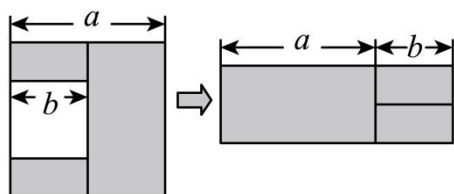
【分析】观察单项式得出规律为 $(-1)^n(3n+1)a^{n-1}$ ，从而可得答案.

【详解】解：根据单项式 -4 ， $7a$ ， $-10a^2$ ， $13a^3$ ， $\cdots$ ，得其规律为 $(-1)^n(3n+1)a^{n-1}$ ，得到第 7 个单项式为 $-22a^6$.

故选：C.

【点睛】考查数字及数字的变化规律；得到各个单项式符号，系数，字母及字母指数的规律是解决本题的关键.

6. 如图，在边长为 a 的正方形中挖掉一个边长为 b 的小正方形，把余下的部分拼成一个长方形（无重叠部分），通过计算两个图形中阴影部分的面积，可以验证的一个等式是（ ）



A. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

B. $a(a-b) = a^2 - ab$

C. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

D. $a(a+b) = a^2 + ab$

【答案】A

【解析】

【分析】根据两个图形中阴影部分的面积相等列式即可.

【详解】根据图形可知：第一个图形阴影部分的面积为 $a^2 - b^2$ ，第二个图形阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$ ，即 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$,

故选：A.

【点睛】此题主要考查了平方差公式的几何背景，利用图形面积得出是解题关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 将整式 $2xy - 4x^4y^2 - 3x^2y + 7x^3y - 5$ 按字母 x 降幂排列是_____.

【答案】 $-4x^4y^2 + 7x^3y - 3x^2y + 2xy - 5$

【解析】

【分析】根据整式降幂排列的意义，即可解答. 本题主要考查了整式按字母降幂排列，熟练掌握整式降幂排列的意义是解题的关键.

【详解】解：将整式 $2xy - 4x^4y^2 - 3x^2y + 7x^3y - 5$ 按字母 x 降幂排列是

$$-4x^4y^2 + 7x^3y - 3x^2y + 2xy - 5$$

故答案为： $-4x^4y^2 + 7x^3y - 3x^2y + 2xy - 5$.

8. 整式减去 $-8xy + x^2$ 的差是 $2xy - y^2$ ，则这个整式是_____.

【答案】 $x^2 - 6xy - y^2$

【解析】

【分析】根据题意，由整式减去 $-8xy + x^2$ 的差是 $2xy - y^2$ 可得这个整式为 $(-8xy + x^2) + (2xy - y^2)$ ，去括号、合并同类项即可得到答案.

【详解】解： $\because$ 整式减去 $-8xy + x^2$ 的差是 $2xy - y^2$ ，

$$\therefore \text{这个整式为 } (-8xy + x^2) + (2xy - y^2)$$

$$= -8xy + x^2 + 2xy - y^2$$

$$= (-8xy + 2xy) + x^2 - y^2$$

$$= x^2 - 6xy - y^2,$$

故答案为： $x^2 - 6xy - y^2$.

【点睛】本题考查整式加减运算，熟练掌握整式加减互化是解决问题的关键.

9. 已知 $5x + 3y - 2 = 0$ ，则 $243^x \cdot 27^y =$ _____.

【答案】 9

【解析】

【分析】根据题意得到 $5x + 3y = 2$ ，根据幂的乘方和同底数幂的乘法法则得到 3^{5x+3y} ，代入即可求出结果.

本题主要考查了幂的乘方和同底数幂的乘法，熟练掌握幂的乘方和同底数幂的乘法法则是解题的关键.

【详解】解： $\because 5x + 3y - 2 = 0$

$$\therefore 5x + 3y = 2$$

$$243^x \cdot 27^y$$

$$= 3^{5x} \cdot 3^{3y}$$

$$= 3^{5x+3y}$$

$$= 3^2$$

$$= 9$$

故答案为：9.

10. 计算： $(-5)^{2023} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{2024} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $-\frac{1}{5}$ ## -0.2

【解析】

【分析】 先把原式变形为 $(-5)^{2023} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{2023} \times \frac{1}{5}$ ，再利用积的乘方的法则进行求解即可.

【详解】 解： $(-5)^{2023} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{2024}$

$$= (-5)^{2023} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{2023} \times \frac{1}{5}$$

$$= \left(-5 \times \frac{1}{5}\right)^{2023} \times \frac{1}{5}$$

$$= (-1)^{2023} \times \frac{1}{5}$$

$$= -\frac{1}{5},$$

故答案为： $-\frac{1}{5}.$

【点睛】 本题主要考查积的乘方，解答的关键是对积的乘方的法则的掌握与灵活运用.

11. 化简： $(17-3x)-(7-2x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $10-x$

12. 若代数式 $x^2 - (2-m)x + 64$ 是完全平方式，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 18 或 -14

13. 计算： $2a^6 \div a^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $2a^3$

【解析】

【分析】 本题考查单项式的除法，运用单项式的除法法则计算即可.

【详解】 $2a^6 \div a^3 = 2a^{6-3} = 2a^3$.

故答案为: $2a^3$.

14. 如果 $(x-2y)^2 + M = (x+2y)^2$, 那么 $M =$ _____.

【答案】 $8xy$

【解析】

【分析】 此题考查了整式的混合运算，涉及到完全平方公式

根据题意得到 $M = (x+2y)^2 - (x-2y)^2$, 利用完全平方公式展开，再合并同类项即可.

【详解】 解: $\because (x-2y)^2 + M = (x+2y)^2$,

$$\therefore M = (x+2y)^2 - (x-2y)^2$$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 - x^2 + 4xy - 4y^2$$

$$= 8xy$$

故答案为: $8xy$

15. 若 $(x-a)(x^2-3x+1)$ 的展开式化简后不含 x^2 项，则常数 a 的值是_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 先运用整式乘整式法则展开合并同类项后，根据不含 x^2 项，即 x^2 项系数为 0，即可作答.

【详解】 解: $(x-a)(x^2-3x+1) = x^3 - 3x^2 + x - ax^2 + 3ax - a = x^3 + (-3-a)x^2 + (1+3a)x - a$,

因为不含 x^2 项，

所以 $-3-a=0$,

即 $a=-3$,

故答案为: -3 .

【点睛】 本题考查了整式乘整式法则，以及已知整式乘积不含某项求字母的值等知识内容，难度较小，正确掌握相关性性质内容是解题的关键.

16. 因式分解: $ab(a-b)^2 - b(a-b) =$ _____

【答案】 $b(a-b)(a^2-ab-1)$

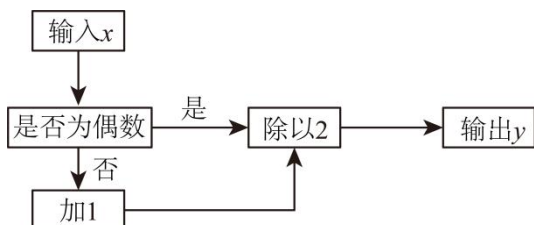
【解析】

【分析】把 $ab(a-b)^2 - b(a-b)$ 提公因式，即可作答.

【详解】解： $ab(a-b)^2 - b(a-b) = b(a-b)[a(a-b) - 1] = b(a-b)(a^2 - ab - 1)$

【点睛】本题考查了因式分解，涉及提公因式，难度较小.

19. 在图的运算流程图中，如果输出的数 $y=9$ ，那么输入的数 x 的值为_____.



【答案】18 或 17

【解析】

【分析】本题考查代数式求值和有理数的四则混合运算，掌握相关运算法则是解题的关键. 根据运算流程图按两种情况逆推即可.

【详解】解：①若 x 为偶数，由流程图可知： y 乘以 2 可得 x ,

$$\because y=9,$$

$$\therefore x=2y=18;$$

②若 x 为奇数，由流程图可知： y 乘以 2 再减 1 可得 x ,

$$\because y=9,$$

$$\therefore x=2y-1=17;$$

综上所述： x 的值为 18 或 17,

故答案为：18 或 17.

17. 已知 $27=9^{y-1}$ ， $16^y=8^{x+4}$ ，则 $x-y=$ _____.

【答案】 $-\frac{19}{6}$ ## $-3\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】此题考查了幂的乘方，根据幂的乘方的逆运算即可求解，解题的关键是熟练掌握幂的乘方运算法则.

【详解】解： $\because 27=9^{y-1}$ ， $16^y=8^{x+4}$,

$$\therefore 3^3=3^{2(y-1)}, \quad 2^{4y}=2^{3(x+4)},$$

$$\therefore 2(y-1)=3, \quad 3(x+4)=4y$$

$$\text{解得: } x=-\frac{2}{3}, \quad y=\frac{5}{2}$$

$$\therefore x-y=-\frac{2}{3}-\frac{5}{2}=-\frac{19}{6},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{19}{6}.$$

三、简答题

19. 计算

$$(1) \quad a \cdot a^4 \cdot (-a^2)^3$$

$$(2) \quad 3a(2a^2-4a+3)-2a^2(3a-4)$$

$$(3) \quad \left(\frac{3}{2}a+4b-c\right)\left(\frac{3}{2}a-4b+c\right)$$

$$(4) \quad (x-y)^2-x(3x-2y)+(x+y)(x-y)$$

$$\text{【答案】 (1) } -a^{11}$$

$$(2) \quad -4a^2+9a$$

$$(3) \quad \frac{9}{4}a^2-16b^2+8bc-c^2$$

$$(4) \quad -x^2$$

【解析】

【分析】(1) 根据同底数幂的乘法，幂的乘方进行计算即可求解；

(2) 根据单项式乘以整式进行计算；

(3) 根据平方差公式、完全平方公式进行计算即可求解；

(4) 根据平方差公式，完全平方公式，单项式乘以整式进行计算即可求解。

【小问 1 详解】

$$\text{解: } a \cdot a^4 \cdot (-a^2)^3$$

$$= -a^5 \cdot a^6$$

$$= -a^{11};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } 3a(2a^2-4a+3)-2a^2(3a-4)$$

$$= 6a^3 - 12a^2 + 9a - 6a^3 + 8a^2$$

$$= -4a^2 + 9a;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \left(\frac{3}{2}a + 4b - c\right)\left(\frac{3}{2}a - 4b + c\right)$$

$$= \left[\frac{3}{2}a + (4b - c)\right]\left[\frac{3}{2}a - (4b - c)\right]$$

$$= \left(\frac{3}{2}a\right)^2 - (4b - c)^2$$

$$= \frac{9}{4}a^2 - 16b^2 + 8bc - c^2;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: } (x - y)^2 - x(3x - 2y) + (x + y)(x - y)$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 - 3x^2 + 2xy + x^2 - y^2$$

$$= -x^2.$$

【点睛】本题考查了整式的乘法运算，同底数幂的乘法，幂的乘方，掌握整式的乘法的运算法则以及乘法公式是解题的关键.

20. 因式分解:

$$(1) a^6 - 16a^2$$

$$(2) a^2(x - y) + 16(y - x)$$

$$(3) a^2 - 16 + 8b - b^2.$$

$$(4) (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3$$

$$\text{【详解】 (1) } a^6 - 16a^2 = a^2(a^4 - 16),$$

$$= a^2(a^2 + 4)(a^2 - 4),$$

$$= a^2(a^2 + 4)(a + 2)(a - 2).$$

$$(2) \text{原式} = a^2(x - y) - 16(x - y)$$

$$= (x - y)(a^2 - 16)$$

$$= (x - y)(a + 4)(a - 4)$$

$$(3) \text{原式} = a^2 - (b^2 - 8b + 16),$$

$$= a^2 - (b-4)^2,$$

$$= [a + (b-4)][a - (b-4)],$$

$$= (a+b-4)(a-b+4).$$

$$(4) \text{原式} = (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x + 1)$$

$$= (x-3)(x+1)(x-1)^2.$$

21. 先化简, 再求值: $-\frac{1}{2}[2xy^2 + (-2x^2)^2 - 6(xy^2 - x^4)]$, 其中 $x=2$, $y=\frac{1}{2}$.

$$\text{解: } -\frac{1}{2}[2xy^2 + (-2x^2)^2 - 6(xy^2 - x^4)]$$

$$= -\frac{1}{2}(2xy^2 + 4x^4 - 6xy^2 + 6x^4)$$

$$= -\frac{1}{2}(10x^4 - 4xy^2)$$

$$= -5x^4 + 2xy^2,$$

$$\text{当 } x=2, y=\frac{1}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = -5 \times 2^4 + 2 \times 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -79;$$

22. 已知 $(x-y)^2 = 2$, $xy = \frac{3}{2}$.

(1) 求 $x^2 + y^2$ 的值;

(2) 求 $(2x+y)^2 + (x+2y)^2$ 的值.

【答案】(1) 5 (2) 37

【解析】

【分析】(1) 对 $(x-y)^2 = 2$ 展开、移项就可得到 $x^2 + y^2$ 的代数式, 再将 $xy = \frac{3}{2}$ 代入即可得到答案;

(2) 利用完全平方公式对 $(2x+y)^2 + (x+2y)^2$ 进行展开, 再合并同类项可得 $5(x^2 + y^2) + 8xy$, 再将 $x^2 + y^2 = 5$ 、 $xy = \frac{3}{2}$ 代入即可求得答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because (x-y)^2 = 2,$$

$$\therefore x^2 - 2xy + y^2 = 2,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2 + 2xy = 2 + 2 \times \frac{3}{2} = 5,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 5.$$

【小问2详解】

$$\text{解: } (2x + y)^2 + (x + 2y)^2$$

$$= 4x^2 + 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$= 5x^2 + 5y^2 + 8xy$$

$$= 5(x^2 + y^2) + 8xy,$$

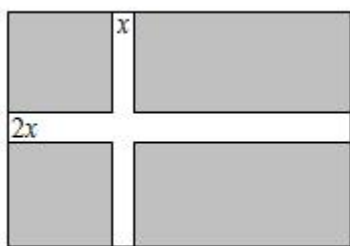
$$\because x^2 + y^2 = 5, \quad xy = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{原式} = 5 \times 5 + 8 \times \frac{3}{2} = 37,$$

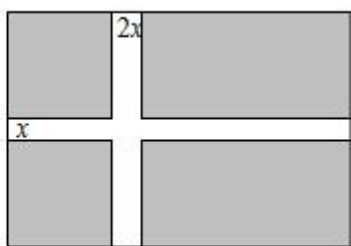
$$\therefore (2x + y)^2 + (x + 2y)^2 = 37.$$

【点睛】本题考查了完全平方公式的运用，熟练运用完全平方公式对式子展开是解题的关键。

23. 如图，甲、乙两块长方形苗圃的长与宽相同，分别为13m,10m，中间都有两条横、竖交错的通道。甲苗圃横、竖通道的宽分别为2xm, xm，乙苗圃横、竖通道的宽分别为xm, 2xm。



(甲)



(乙)

(1) 用含 x 的式子表示两苗圃通道的面积 S_1, S_2 。

(2) 比较 S_1, S_2 的大小，并求两者之差。

【答案】(1) $S_1 = (-x^2 + 36x)m^2$, $S_2 = (-x^2 + 33x)m^2$; (2) $S_1 > S_2$, $S_1 - S_2 = 3x$

【解析】

【分析】(1) 利用长乘以宽将两条小路的面积相加计算即可；

(2) 由 $x > 0$ ，得到 $36x > 33x$ ，推出 $S_1 > S_2$ ，根据整式加减法计算两者的差。

【详解】解：(1) $S_1 = 13 \times 2x + 10x - x^2 = (-x^2 + 36x)m^2$,

$$S_2 = 13x + 10 \times 2x - x^2 = (-x^2 + 33x)m^2;$$

$$(2) \because x > 0,$$

$$\therefore 36x > 33x,$$

$$\therefore -x^2 + 36x > -x^2 + 33x, \text{ 即 } S_1 > S_2,$$

$$S_1 - S_2 = (-x^2 + 36x) - (-x^2 + 33x) = 3x.$$

【点睛】此题考查了列代数式，式子的大小比较，整式的加减计算法则，根据图形正确列出代数式是解题的关键.

24. 已知: $A = 3x^2 + 2xy + 3y - 1$, $B = x^2 - xy$.

(1) 计算: $A - 3B$;

(2) 当 $x = 2, y = -1$ 时, 求 $A - 3B$ 的值.

【答案】(1) $5xy + 3y - 1$

(2) -14

【解析】

【分析】(1) 直接代入, 去括号再合并同类项即可;

(2) 把两个值代入化简后的式子中求值即可.

【小问 1 详解】

解: $A - 3B$

$$= 3x^2 + 2xy + 3y - 1 - 3(x^2 - xy)$$

$$= 3x^2 + 2xy + 3y - 1 - 3x^2 + 3xy$$

$$= 5xy + 3y - 1;$$

【小问 2 详解】

解: 当 $x = 2, y = -1$ 时, $A - 3B = 5 \times 2 \times (-1) + 3 \times (-1) - 1 = -14$.

【点睛】本题考查了整式的加减及求代数式的值, 进行运算时注意符号与数字不要出错.

25. 已知关于 x 的整式 $4x^2 - 5kx - 9$ 减去 $\left(\frac{k}{3}x + 3\right)\left(\frac{k}{3}x - 3\right)$ 的差是一个单项式, 求 $-k^2 + 3k - 1$ 的值.

【答案】当 $k = 6$ 时, $-k^2 + 3k - 1 = -19$; 当 $k = -6$ 时, $-k^2 + 3k - 1 = -55$; 当 $k = 0$ 时, $-k^2 + 3k - 1 = -1$

【解析】

【分析】先根据题意求得这个单项式为 $\left(4 - \frac{k^2}{9}\right)x^2 - 5kx$ ，根据单项式的定义得出 $k = \pm 6$ 或 $k = 0$ ，再代入代数式即可求解。

【详解】解： $\because 4x^2 - 5kx - 9 - \left(\frac{k}{3}x + 3\right)\left(\frac{k}{3}x - 3\right)$

$$= 4x^2 - 5kx - 9 - \frac{k^2x^2}{9} + 9$$

$$= \left(4 - \frac{k^2}{9}\right)x^2 - 5kx$$

$\left(4 - \frac{k^2}{9}\right)x^2 - 5kx$ 是一个单项式，

$$\therefore 4 - \frac{k^2}{9} = 0 \text{ 或 } -5k = 0$$

$$\therefore k = \pm 6 \text{ 或 } k = 0,$$

则当 $k = 6$ 时， $-k^2 + 3k - 1 = -36 + 18 - 1 = -19$ ，

当 $k = -6$ 时， $-k^2 + 3k - 1 = -36 - 18 - 1 = -55$ ，

当 $k = 0$ 时， $-k^2 + 3k - 1 = -1$

【点睛】本题考查了平方差公式，单项式的定义，代数式求值，分类讨论是解题的关键。

26. 先阅读材料：

已知：不论 x 取何值，代数式 $a(x-2) - 2x + 5$ 的值都相同，求 a 的值。

解：因为不论 x 取何值，代数式 $a(x-2) - 2x + 5$ 的值都相同，所以不妨设 $x = 0$ ，得

$$a(x-2) - 2x + 5 = -2a + 5, \text{ 即无论 } x \text{ 取什么值，代数式 } a(x-2) - 2x + 5 \text{ 的值都等于 } -2a + 5;$$

再取 $x = 1$ ，得 $-a + 3 = -2a + 5$ ，所以 $a = 2$ 。

根据上述材料提供的方法，解决下列问题：

已知不论 x 取什么值，等式 $x^3 + mx + 2 = (x+2)(x^2 + ax + b)$ 永远成立，求 m 的值。

【答案】 -3

【解析】

【分析】根据题目给出的解答方法解答即可求解。

【详解】根据不论 x 取什么值，等式 $x^3 + mx + 2 = (x+2)(x^2 + ax + b)$ 永远成立，

即有：

当 $x=1$ ，得 $m+3=3(1+a+b)$ ，化简得： $m=3a+3b$ ，

当 $x=0$ ，得 $2=2(0+0+b)$ ，化简得： $b=1$ ，

当 $x=-1$ ，得 $-1-m+2=1 \times (1-a+b)$ ，化简得： $m=a-b$ ，

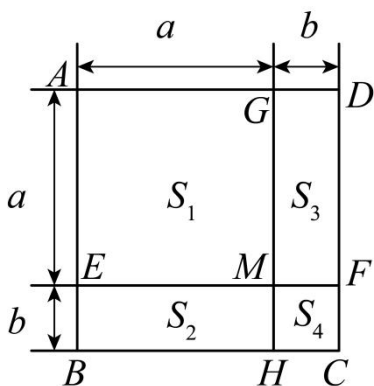
$$\text{解: } \begin{cases} m = 3a + 3b \\ b = 1 \\ m = a - b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ m = -3 \end{cases},$$

即 m 的值为 -3 。

【点睛】考查了整式的混合运算—化简求值，此题是材料问题，认真阅读，理解并运用，运用类比的方法解答恒等式问题，根据系数的特点，适当运用 x 的特殊值可以解决系数前的符号问题。

27. 如图，正方形是由两 $ABCD$ 个长为 a 、宽为 b 长方形和两个边长分别为 a 、 b 正方形拼成的。



(1) 根据上图，利用正方形 $ABCD$ 面积的不同表示方法，直接写出 $(a+b)^2$ 、 a^2+b^2 、 ab 之间的关系式，这个关系式是___；

(2) 若 x 满足 $(1026-x)^2 + (x-1025)^2 = 2023$ ，请利用 (1) 中的数量关系，求 $(1026-x)(x-1025)$ 的值；

(3) 如图所示，正方形 $AEMG$ 、长方形 $EBHM$ 、长方形 $GMFD$ 和正方形 $MHCF$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 和 S_4 ，已知 $S_2 = \frac{33}{4}$ ， $GM - HM = 4$ ，求 $S_1 + S_4$ 及 $S_1 - S_4$ 的值。

【答案】(1) $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$

(2) -1011

$$(3) S_1 + S_4 = \frac{163}{4}; S_1 - S_4 = 28$$

【解析】

【分析】(1) 观察图形，大正方形面积等于两个小正方形面积加上两个长方形面积，即可作答；

(2) 运用 (1) 中的数量关系 $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$ ，代入 $(1026-x)^2 + (x-1025)^2 = 2023$ 进行化简，即可作答；

(3) 因为四边形 $AEMG$ 是正方形，所以 $GM = EM = AE = a$ ，因为 $S_2 = \frac{33}{4}$ ， $GM - HM = 4$ ，所以 $ab = \frac{33}{4}$ ，

$a-b=4$ ，则 $S_1 + S_4 = (a-b)^2 + 3ab$ ，把 $ab = \frac{33}{4}$ ， $a-b=4$ 代入即可得 $S_1 + S_4 = \frac{163}{4}$ ；结合

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 16$ ，得 $a+b=7$ ，即得 $S_1 - S_4 = a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 7 \times 4 = 28$ 。

【小问 1 详解】

解：依题意，大正方形面积等于两个小正方形面积加上两个长方形面积，

则 $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$ ；

【小问 2 详解】

解：因为 (1) 中的数量关系 $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$ ，

所以 $(1026-x)^2 + (x-1025)^2 + 2(1026-x)(x-1025) = (1026-x+x-1025)^2 = 1$ ，

因为 $(1026-x)^2 + (x-1025)^2 = 2023$

所以 $2(1026-x)(x-1025) = 1 - [(1026-x)^2 + (x-1025)^2] = 1 - 2023 = -2022$ ，

则 $(1026-x)(x-1025) = \frac{-2022}{2} = -1011$ ；

【小问 3 详解】

解：依题意，因为四边形 $AEMG$ 是正方形

所以 $GM = EM = AE = a$ ，

因为 $S_2 = \frac{33}{4}$ ， $GM - HM = 4$ ，

所以 $ab = \frac{33}{4}$ ， $a-b=4$

则 $S_1 + S_4$

$$= (a+b)^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}ab$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - ab$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 3ab$$

$$= (a-b)^2 + 3ab$$

因为 $ab = \frac{33}{4}$, $a-b=4$,

所以 $(a-b)^2 + 3ab = 16 + 3 \times \frac{33}{4} = \frac{163}{4}$,

即 $S_1 + S_4 = \frac{163}{4}$;

因为 $a-b=4$,

所以 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = (a+b)^2 - 4ab = 16$

因为 $ab = \frac{33}{4}$, 且 $(a+b)^2 - 4ab = 16$

所以 $(a+b)^2 - 4 \times \frac{33}{4} = 16$, 即 $(a+b)^2 = 49$, 得 $a+b=7$ 或 -7

因为 a 和 b 为边长,

所以 $a+b=-7$ 舍去

则 $S_1 - S_4 = a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 7 \times 4 = 28$.

【点睛】本题考查了完全平方公式在几何图形中的应用以及平方差公式与几何图形, 难度适中, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.