

2025-2026 学年七年级上学期数学期中模拟检测卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版 2024 七年级数学上册新教材第 10~12 章 (整式的加减+整式的乘除+因式分解)。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列说法正确的是 ()

A. $\frac{y+2}{x}$ 是多项式

B. $-\pi x^2 yz$ 是四次单项式, 系数是 -1

C. $-\frac{a+b}{2}$ 是二次单项式

D. $\frac{y+2}{x}$ 是代数式

【答案】D

【分析】本题考查了代数式, 单项式, 多项式, 单项式的次数等知识点, 熟练掌握各知识点是解题的关键. 根据代数式, 单项式, 多项式, 单项式的次数的概念分别判断即可.

【详解】解: A、 $\frac{y+2}{x}$ 不是整式, 故不是多项式, 故本选项错误, 不符合题意;

B、 $-\pi x^2 yz$ 是四次单项式, 系数是 $-\pi$, 故本选项错误, 不符合题意;

C、 $-\frac{a+b}{2}$ 是多项式, 故本选项错误, 不符合题意;

D、 $\frac{y+2}{x}$ 是代数式, 正确, 符合题意;

故选: D.

2. 下列从左边到右边的变形, 属于因式分解的是 ()

A. $(x+1)(x-1)=x^2-1$

B. $x^2-2x+1=x(x-2)+1$

C. $6a^2b=3a^2 \cdot 2b$

D. $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$

【答案】D

【分析】本题考查因式分解的定义，掌握因式分解的定义是解题的关键。

根据因式分解是把一个多项式转化成几个整式乘积的形式，可得答案。

【详解】解：A、是整式的乘法，故 A 错误；

B、没有把一个多项式转化成几个整式乘积的形式，故 B 错误；

C、因式分解的对象是多项式，而 $6a^2b$ 是单项式，故 C 错误；

D、是因式分解，故 D 正确；

故选：D。

3. 下列运算正确的是（ ）

A. $2a^2 + a = 3a^3$

B. $-2a^3 \cdot 3ab = -6a^4b$

C. $(-a)^2 \cdot a = -a^3$

D. $(3a^2)^2 \div a = 6a^3$

【答案】B

【分析】本题考查了合并同类项，幂的混合运算，单项式乘以单项式，单项式除以单项式，熟练掌握相关计算是解题的关键。

根据合并同类项法则，幂的混合运算，单项式乘以单项式，单项式除以单项式的相关法则运算，即可判断答案。

【详解】解：A、 $2a^2 + a$ 中， $2a^2$ 与 a 不是同类项，无法合并，故选项 A 错误，不符合题意；

B、 $-2a^3 \cdot 3ab = (-2 \times 3) \cdot (a^3 \cdot ab) = -6a^4b$ ，故选项 B 正确，符合题意；

C、 $(-a)^2 \cdot a = a^2 \cdot a = a^{2+1} = a^3$ ，故 C 选项错误，不符合题意；

D、 $(3a^2)^2 \div a = 3^2 \cdot (a^2)^2 \div a = 9a^4 \div a = 9a^3$ ，故选项 D 错误，不符合题意。

故选：B。

4. 下列计算错误的是（ ）

A. $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$

B. $(3y+1)(3y-1) = 9y^2 - 1$

C. $(-m-n)(-m+n) = m^2 - n^2$

D. $(-2x+y)^2 = 4x^2 - y^2$

【答案】D

【分析】本题主要考查了平方差公式和完全平方公式，熟练掌握公式是解题的关键。根据

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ ， $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$ ，据此求解即可。

【详解】解：A、 $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$ ，原式计算正确，不符合题意；

B、 $(3y+1)(3y-1)=9y^2-1$ ，原式计算正确，不符合题意；

C、 $(-m-n)(-m+n)=m^2-n^2$ ，原式计算正确，不符合题意；

D、 $(-2x+y)^2=4x^2-4xy+y^2$ ，原式计算错误，符合题意；

故选：D.

5. 计算 $(-3x) \cdot (2x^2-5x-1)$ 的结果是 ()

A. $-6x^3+15x^2+3x$

B. $-6x^3-15x^2+3x$

C. $-6x^3+15x^2-3x$

D. $-6x^3+3x^2+x$

【答案】A

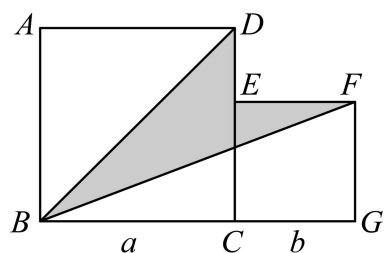
【分析】本题主要考查了单项式乘以多项式，熟练掌握单项式乘以多项式的法则是解题的关键.

根据单项式乘以多项式的法则求解即可.

【详解】解： $(-3x) \cdot (2x^2-5x-1)$
 $= 2x^2 \cdot (-3x) - 5x \cdot (-3x) - 1 \cdot (-3x)$
 $= -6x^3 + 15x^2 + 3x.$

故选：A.

6. 如图，两个正方形边长分别为 a 、 b ，如果 $a+b=18$ ， $ab=60$ ，则图中阴影部分的面积为 ()



A. 144

B. 72

C. 68

D. 3

【答案】B

【分析】本题考查了完全平方公式的应用，图形的面积公式，熟练掌握相关知识点是解题的关键. 通过对完全平方公式变形可得 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=18^2-2 \times 60=204$ ，再利用阴影部分的面积

$= S_{\triangle BCD} + S_{\text{正方形}CEFG} - S_{\triangle BGF}$ 即可求解.

【详解】解： $\because a+b=18$ ， $ab=60$ ，

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=18^2-2 \times 60=204$ ，

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = S_{\triangle BCD} + S_{\text{正方形CEFG}} - S_{\triangle BGF}$$

$$= \frac{1}{2}a^2 + b^2 - \frac{1}{2}b(a+b)$$

$$= \frac{1}{2}a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2$$

$$= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}ab$$

$$= \frac{1}{2} \times 204 - \frac{1}{2} \times 60$$

$$= 102 - 30$$

$$= 72.$$

故选：B.

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 把多项式 $2b^2 + a^3 + \frac{1}{2}ab^3 - 3a^2b$ 按 a 的降幂排列为_____.

【答案】 $a^3 - 3a^2b + \frac{1}{2}ab^3 + 2b^2$

【分析】 本题考查了有关多项式的排列，关键注意：排列时要带着项前面的符号.

按 a 的指数 3、2、1、0 把各个单项式进行排列即可.

【详解】 解：把多项式 $2b^2 + a^3 + \frac{1}{2}ab^3 - 3a^2b$ 按 a 的降幂排列为 $a^3 - 3a^2b + \frac{1}{2}ab^3 + 2b^2$,

故答案为： $a^3 - 3a^2b + \frac{1}{2}ab^3 + 2b^2$.

8. 系数为 -5，只含字母 m, n 的所有三次单项式是_____.

【答案】 $-5m^2n, -5mn^2$.

【分析】 本题主要考查了单项式，根据单项式的系数、次数，可得答案.

【详解】 解：系数为 -5，只含字母 m, n 的三次单项式有 2 个，

它们是 $-5m^2n, -5mn^2$,

故答案为： $-5m^2n, -5mn^2$.

9. 若 $a-1=-3b$ ， $2^a \times 8 \times 2^{3b}$ 的值为_____.

【答案】 16

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法，首先根据 $a-1=-3b$ ，可得： $a+3b=1$ ，把 8 写成 2^3 ，再根据同底数幂相乘，底数不变，指数相加，可得：原式 $= 2^{a+3b+3}$ ，从而可得：结果为 $2^4 = 16$.

【详解】解： $\because a-1=-3b$,

$$\therefore a+3b=1,$$

$$2^a \times 8 \times 2^{3b}$$

$$= 2^a \times 2^3 \times 2^{3b}$$

$$= 2^{a+3+3b}$$

$$= 2^{a+3b+3}$$

$$= 2^{1+3}$$

$$= 2^4$$

$$= 16$$

故答案为：16.

10. 若 $a^2 - b^2 = 8$ 且 $a + b = 4$, 则 $a - b =$ _____.

【答案】 2

【分析】 本题考查了平方差公式的应用能力，解题的关键是能准确理解并运用该知识进行正确地计算，运用平方差公式进行计算、求解.

【详解】解： $\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$,

$$\therefore a-b = (a^2 - b^2) \div (a+b) = 8 \div 4 = 2,$$

故答案为：2.

11. $(a^3)^2 \div (a \cdot a^3) + a^2 =$ _____.

【答案】 $2a^2$

【详解】 本题考查整式混合运算，幂的乘方和同底数幂的乘除. 熟练掌握幂的运算法则是解题的关键. 先根据幂的乘方和同底数幂的乘法进行计算，再根据同底数幂的除法进行计算，最后合并同类项即可.

$$\text{解：} (a^3)^2 \div (a \cdot a^3) + a^2$$

$$= a^6 \div a^4 + a^2$$

$$= a^2 + a^2$$

$$= 2a^2$$

故答案为： $2a^2$.

12. 已知 $(x+y)^2 = 26$, $xy = 5$, 则 $x^2 + y^2$ 的值是_____.

【答案】 16

【分析】本题考查完全平方公式，熟练掌握该公式是解题的关键。将 $(x+y)^2 = 26$ 利用完全平方公式展开，再将已知数值代入计算即可。

【详解】解： $\because (x+y)^2 = 26$,

$$\therefore x^2 + 2xy + y^2 = 26,$$

$$\because xy = 5,$$

$$\therefore x^2 + 10 + y^2 = 26,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 16,$$

故答案为：16.

13. $(x^2 - ax + 2)(x + 1)$ 展开后不含 x 的一次项，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】2

【分析】本题考查了多项式乘以多项式，将原式展开后按照 x 的降幂排列，由整式不含 x 的一次项得出其系数为 0 可得答案，熟练掌握法则是解题的关键。

【详解】解： $(x^2 - ax + 2)(x + 1)$

$$= x^3 - ax^2 + 2x + x^2 - ax + 2$$

$$= x^3 + (1-a)x^2 + (2-a)x + 2,$$

$\because$ 不含 x 的一次项，

$$\therefore 2-a=0, \text{ 解得 } a=2,$$

故答案为：2.

14. 若 $(x+2)(x-3) = x^2 + mx + n$ ，则 $mn = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】6

【分析】本题考查多项式乘多项式，掌握多项式乘多项式的运算法则是解题的关键。已知等式左边利用多项式乘多项式法则计算，根据多项式相等的条件求出 m 与 n 的值即可求解。

【详解】解： $(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$

$$\therefore (x+2)(x-3) = x^2 + mx + n$$

$$\therefore m = -1, \quad n = -6$$

$$\therefore mn = -1 \times (-6) = 6$$

故答案为：6.

15. 因式分解： $(a^2+2)^2-36=$ _____.

【答案】 $(a^2+8)(a+2)(a-2)$

【分析】 本题考查了利用平方差公式分解因式，首先把36看成 6^2 ，利用平方差公式分解因式可得：原式 $= (a^2+8)(a^2-4)$ ，再把4看成 2^2 ，继续利用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解： $(a^2+2)^2-36$

$$= (a^2+2)^2-6^2$$
$$= (a^2+2+6)(a^2+2-6)$$
$$= (a^2+8)(a^2-4)$$
$$= (a^2+8)(a^2-2^2)$$
$$= (a^2+8)(a+2)(a-2)$$

故答案为： $(a^2+8)(a+2)(a-2)$.

16. 若 $x^2+(a-3)x+16$ 是一个完全平方式，则 a 的值为_____.

【答案】 11 或 -5

【分析】 本题考查了完全平方式，掌握 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 是解题的关键.

首末两项是 x 和 4 的平方，所以中间项为加上或减去 x 和 4 的乘积的 2 倍，故 $(a-3)=\pm 8$ ，解方程即可得答案.

【详解】 解： $Qx^2+(a-3)x+16$ 是完全平方式，

$$\therefore x^2+(a-3)x+16=(x \pm 4)^2=x^2 \pm 8x+16$$

$$\therefore (a-3)=\pm 8$$

解方程得： $a=11$ 或 $a=-5$,

故答案为： 11 或 -5.

17. 观察下列等式： $(x-1)(x+1)=x^2-1$ ； $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$ ； $(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$ ；

$$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)=x^5-1;$$

根据上述规律，计算 $3+3^2+3^3+\cdots+3^{62}+3^{63}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{3^{64}-3}{2}$

【分析】 本题考查了平方差公式，认真观察各式，根据指数的变化情况总结规律是解决本题的关键。

观察已知等式得到一般规律： $(x-1)(x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)=x^{n+1}-1$ ，据此即可计算求值。

【详解】 解：由题意可得 $(x-1)(x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)=x^{n+1}-1$ ，

$$\begin{aligned} & 3+3^2+3^3+\cdots+3^{62}+3^{63} \\ &= \frac{1}{2}(3-1)(1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{62}+3^{63})-1 \\ &= \frac{1}{2}(3^{64}-1)-1 \\ &= \frac{3^{64}-3}{2}, \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{3^{64}-3}{2}$ 。

18. 定义：如果一个正整数能表示为两个正整数 m ， n 的平方差，且 $m-n=2$ ，则称这个正整数为“智慧优数”。例如，当 $m=3$ ， $n=1$ 时， $8=3^2-1^2$ ，8 是一个智慧优数，若将智慧优数从小到大排列，第 2024 个智慧优数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 8100

【分析】 本题主要考查了因式分解的应用，数字类的规律探索，利用平方差公式求出 $m^2-n^2=4(n+1)$ ，据此得到 $4(n+1)$ 是从 8 开始且能被 4 整除的正整数，再把 $n=2024$ 代入 $4(n+1)$ 中，计算出对应的结果即可得到答案。

【详解】 解： $\because m-n=2$ ，

$$\therefore m=n+2,$$

$$\therefore m^2-n^2=(n+2+n)(n+2-n)=4(n+1),$$

$\because m$ 、 n 都是正整数，

$\therefore n+1$ 是大于等于 2 的正整数，

$\therefore 4(n+1)$ 是从 8 开始且能被 4 整除的正整数，

$\therefore$ 第 2024 个智慧优数是 $4 \times (2024+1)=8100$ ，

故答案为： 8100。

三.解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (4分) 计算: $-\frac{1}{5}xy^2 - 3x^2y + xy^2 + 2x^2y + 3xy^2 + x^2y - 2xy^2$.

【答案】 $\frac{9}{5}xy^2$

【分析】此题主要考查了合并同类项，正确把握合并同类项法则是解题关键. 利用合并同类项法则计算得出答案即可.

【详解】解: 原式 $= \left(-\frac{1}{5} + 1 + 3 - 2\right)xy^2 + (-3 + 2 + 1)x^2y$
 $= \frac{9}{5}xy^2$.

20. (4分) 计算: $a^5 \cdot a^3 + (2a^2)^4 - (-a^4)^3 \div (a^2)^2$

【答案】 $18a^8$

【分析】本题考查了同底数幂的除法、幂的乘方、积的乘方运算法则以及合并同类项等知识; 利用同底数幂的除法、幂的乘方、积的乘方运算法则以及合并同类项的知识计算即可.

【详解】解: $a^5 \cdot a^3 + (2a^2)^4 - (-a^4)^3 \div (a^2)^2$
 $= a^8 + 16a^8 + a^{12} \div a^4$
 $= a^8 + 16a^8 + a^8$
 $= 18a^8$.

21. (4分) 利用乘法公式计算: $2009 \times 2007 - 2008^2$.

【答案】 -1

【分析】本题主要考查了平方差公式的应用. 根据平方差公式进行计算即可.

【详解】解: $2009 \times 2007 - 2008^2$
 $= (2008 + 1) \times (2008 - 1) - 2008^2$
 $= 2008^2 - 1 - 2008^2$
 $= -1$.

22. (6分) 先化简, 再求值: $\left[(2a-b)^2 + (2a+b)(2a-b)\right] \div (-2a)$, 其中 a, b 满足 $|a+1| + (b-2)^2 = 0$.

【答案】 $-4a + 2b, 8$

【分析】本题主要考查整式的混合运算以及代数求值, 绝对值和平方的非负性, 涉及完全平方公式、平方差公式、多项式除以单项式等, 熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

根据平方差公式、完全平方公式计算括号内, 然后合并同类项, 然后根据多项式除以单项式法则进行化简, 然后根据绝对值和平方的非负性求出 $a = -1, b = 2$, 再求值即可.

【详解】解： $\left[(2a-b)^2 + (2a+b)(2a-b)\right] \div (-2a)$

$$= [4a^2 - 4ab + b^2 + 4a^2 - b^2] \div (-2a)$$

$$= (8a^2 - 4ab) \div (-2a)$$

$$= -4a + 2b,$$

$$\because |a+1| + (b-2)^2 = 0$$

$$\therefore a+1=0 \text{ 且 } b-2=0$$

$$\therefore a=-1, \quad b=2,$$

$$\therefore \text{原式} = -4 \times (-1) + 2 \times 2 = 8.$$

23. (8分) 已知 $a+b=5, ab=4$, 求

(1) $a^2 + b^2$;

(2) $(a-b)^2 + 5$

【答案】(1)17

(2)14

【分析】本题考查了完全平方公式，用公式法解因式，解决本题的关键是熟记完全平方公式.

(1) 根据 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$, 即可解答;

(2) 根据 $(a-b)^2 + 5 = a^2 + b^2 - 2ab + 5$, 即可解答.

【详解】(1) 解: $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$$= 5^2 - 2 \times 4$$

$$= 17;$$

(2) 解: $(a-b)^2 + 5 = a^2 + b^2 - 2ab + 5$

$$= 17 - 2 \times 4 + 5$$

$$= 14.$$

24. (10分) 已知 $P = 3x^2 + mx - \frac{1}{3}y + 4, Q = 2x - 3y + 1 - nx^2$,

(1) 关于 x, y 的式子 $P - 2Q$ 的取值与字母 x 的取值无关, 求式子 $(m+3n) - (3m-n)$ 的值;

(2) 当 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ 时, 若 $3P - \frac{1}{3}Q = \frac{35}{3}$ 恒成立, 求 m, n 的值.

【答案】(1) -14 ; (2) $m = \frac{2}{9}$, $n = -27$.

【分析】(1) 首先化简 $P-2Q$, 然后根据其取值与字母 x 的取值无关列出 m 、 n 的方程, 求出 m 、 n 的值, 再代入求值即可;

(2) 首先化简 $3P - \frac{1}{3}Q$, 然后根据 $3P - \frac{1}{3}Q = \frac{35}{3}$ 恒成立列出 m 、 n 的方程, 求出 m 、 n 的值即可.

【详解】解: (1) $P-2Q = 3x^2 + mx - \frac{1}{3}y + 4 - 2(2x - 3y + 1 - nx^2)$,

$$= 3x^2 + mx - \frac{1}{3}y + 4 - 4x + 6y - 2 + 2nx^2,$$
$$= (3+2n)x^2 + (m-4)x + \frac{17}{3}y + 2,$$

$\because$ 式子 $P-2Q$ 的取值与字母 x 的取值无关,

$$\therefore 3+2n=0, \quad m-4=0,$$

$$\therefore m=4, \quad n=-\frac{3}{2},$$

$$\therefore (m+3n) - (3m-n) = 4n - 2m = -6 - 8 = -14;$$

(2) $3P - \frac{1}{3}Q = 3\left(3x^2 + mx - \frac{1}{3}y + 4\right) - \frac{1}{3}(2x - 3y + 1 - nx^2)$,

$$= (9x^2 + 3mx - y + 12) - \left(\frac{2}{3}x - y + \frac{1}{3} - \frac{n}{3}x^2\right),$$
$$= 9x^2 + 3mx - y + 12 - \frac{2}{3}x + y - \frac{1}{3} + \frac{n}{3}x^2,$$
$$= \left(9 + \frac{n}{3}\right)x^2 + \left(3m - \frac{2}{3}\right)x + \frac{35}{3},$$

$\because 3P - \frac{1}{3}Q = \frac{35}{3}$ 恒成立,

$$\therefore 9 + \frac{n}{3} = 0, \quad 3m - \frac{2}{3} = 0,$$
$$\therefore m = \frac{2}{9}, \quad n = -27.$$

【点睛】本题主要考查了整式的加减运算, 熟练掌握去括号法则与合并同类项法则是解题关键.

25. (10 分) 阅读材料, 完成下列问题.

材料: 已知多项式 $2x^3 - x^2 + m$ 有一个因式是 $2x+1$, 求 m 的值.

解法一: 设 $2x^3 - x^2 + m = (2x+1)(x^2 + ax + b)$,

$$\text{则: } 2x^3 - x^2 + m = 2x^3 + (2a+1)x^2 + (a+2b)x + b,$$

$$\text{比较系数得: } \begin{cases} 2a+1=-1 \\ a+2b=0 \\ b=m \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore m = \frac{1}{2};$$

解法二: 设 $2x^3 - x^2 + m = A \cdot (2x+1)$ (A 为整式);

由于上式为恒等式, 为方便计算了取 $x = -\frac{1}{2}$, $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + m = 0$, 故 $m = \frac{1}{2}$.

(1) 已知多项式 $x^4 - mx^3 + 2nx - 16$ 有两个因式分别是 $(x-1)$ 和 $(x-2)$, 求 m 和 n 的值;

(2) 已知多项式 $x^3 + kx^2 + 3$ 除以 $x+2$ 所得的余数, 比该多项式除以 $x+3$ 所得的余数少 1, 求 k 的值.

【答案】 (1) $\begin{cases} m=5 \\ n=10 \end{cases}$

(2) $k=4$

【分析】 本题主要考查了因式分解及其应用, 解题关键是熟练掌握常见的几种因式分解的方法和多项式乘多项式法则.

(1) 先设 $x^4 - mx^3 + 2nx - 16 = A(x-1)(x-2)$, 然后令 $x=1$, $x=2$, 从而列出关于 m , n 的方程, 解方程即可;

(2) 先令 $x^3 + kx^2 + 3 = (x+2)(x^2 + ax + b) + m$, $x^3 + kx^2 + 3 = (x+3)(x^2 + cx + d) + n$, 再令 $x=-2$, $x=-3$, 求出 m , n , 再根据已知条件中 m , n 的关系, 列出关于 k 的方程, 解方程即可.

【详解】 (1) 解: 设 $x^4 - mx^3 + 2nx - 16 = A(x-1)(x-2)$,

令 $x=1$, 则 $1 - m + 2n - 16 = 0$,

令 $x=2$, 则 $16 - 8m + 4n - 16 = 0$,

$$\text{即 } \begin{cases} m - 2n = -15 \\ 8m - 4n = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=5 \\ n=10 \end{cases};$$

(2) 解: 令 $x^3 + kx^2 + 3 = (x+2)(x^2 + ax + b) + m$,

$$x^3 + kx^2 + 3 = (x+3)(x^2 + cx + d) + n,$$

再令 $x = -2$ ，则 $-8 + 4k + 3 = m$ ；

令 $x = -3$ ，则 $-27 + 9k + 3 = n$ ；

$\because$ 多项式 $x^3 + kx^2 + 3$ 除以 $x + 2$ 所得的余数，比该多项式除以 $x + 3$ 所得的余数少 1，

$$\therefore n - m = 2,$$

$$\therefore (9k - 24) - (4k - 5) = 1,$$

$$\therefore 9k - 24 - 4k + 5 = 1,$$

$$\therefore 5k = 20,$$

$$\therefore k = 4.$$

26. (12 分) 我们知道对于一个图形，通过不同的方法计算图形的面积可以得到一个数学等式.

例如：由图 1 可得到 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

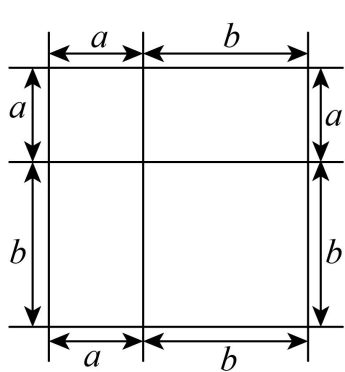


图 1

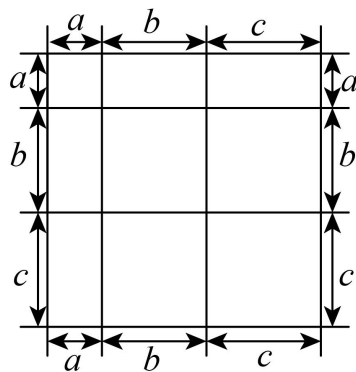


图 2

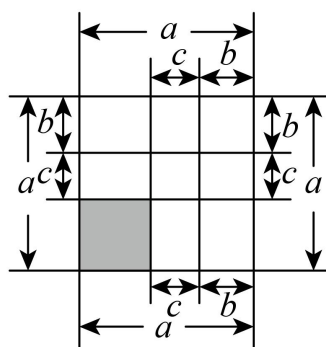


图 3

(1) 写出由图 2 所表示的数学等式：_____；

(2) 写出由图 3 所表示的数学等式（利用阴影部分）：_____；

(3) 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c=2$, $a^2+b^2+c^2=1$, 求 $ab+bc+ac$ 的值.

【答案】 (1) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

$$(2) (a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ac$$

$$(3) \frac{3}{2}$$

【分析】 本题主要是在完全平方公式的几何背景图形的基础上，利用数形结合思想解答是解题的关键.

(1) 根据题意可得大正方形的边长为 $(a+b+c)$ ，还可以看成是由 1 个边长为 a 的正方形，1 个边长为 b 的正方形，1 个边长为 c 的正方形，2 个长为 b ，宽为 a 的长方形，2 个长为 c ，宽为 a 的长方形，2 个长为 c ，宽为 b 的长方形组成的，即可求解；

(2) 根据题意可得阴影部分是边长为 $(a-b-c)$ 的正方形，还可以看成是边长为 a 的大正方形的面积减去两个长为 a ，宽为 b 的长方形的面积，2个长为 a ，宽为 c 的长方形的面积，加2个长为 b 宽为 c 的面积，加1个边长为 b 的正方形的面积，加1个边长为 c 的正方形的面积，即可求解；

(3) 利用(1)中所得的结果进行等式变换直接代入求得结果即可.

【详解】(1) 解：图2中大正方形的边长为 $(a+b+c)$ ，还可以看成是由1个边长为 a 的正方形，1个边长为 b 的正方形，1个边长为 c 的正方形，2个长为 b ，宽为 a 的长方形，2个长为 c ，宽为 a 的长方形，2个长为 c ，宽为 b 的长方形组成的，

$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac;$$

(2) 解：图3中阴影部分是边长为 $(a-b-c)$ 的正方形，还可以看成是长为 a 的大正方形的面积减去两个边长为 a ，宽为 b 的长方形的面积，2个长为 a ，宽为 c 的长方形的面积，加2个长为 b 宽为 c 的面积，加1个边长为 b 的正方形的面积，加1个边长为 c 的正方形的面积，

$$\therefore (a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc;$$

(3) 解：当 $a+b+c=2, a^2+b^2+c^2=1$

$$\begin{aligned} ab+bc+ac &= \frac{1}{2}[(a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)] \\ &= \frac{1}{2} \times (2^2 - 1) \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$