

2025-2026 学年七年级上学期期中模拟卷 02

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材七年级上册第 10~12 章 (整式的加减+整式的乘除+因式分解)

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 在 $a-1$, 0.3 , $\frac{1}{x}$, $\frac{-2}{m+n}$, $\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$, $-\frac{2}{3}x^3y^2$ 这些代数式中, 单项式的个数有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

$\therefore 0.3$, $-\frac{2}{3}x^3y^2$ 是单项式; $a-1$, $\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$ 是多项式; $\frac{1}{x}$, $\frac{-2}{m+n}$ 是分式;

$\therefore$ 单项式的个数为: 2 个,

故选: B.

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $ab+1=a\left(b+\frac{1}{a}\right)$

B. $2a^3b-4a^2b=2a^2b(a-2)$

C. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

D. $a^2-2a-1=a(a-2)-1$

【答案】B

【详解】解: A、 $ab+1=a\left(b+\frac{1}{a}\right)$, 右边不是整式的积, 不是因式分解, 故本选项不符合;

B、 $2a^3b-4a^2b=2a^2b(a-2)$, 符合因式分解的概念, 故本选项符合;

C、 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, 该变形是整式乘法, 不是因式分解, 故本选项不符合;

D、 $a^2 - 2a - 1 = a(a - 2) - 1$ ，该变形没有分解成积的形式，故本选项不符合。

故选：B。

3. 已知三角形 ABC 的三边 a ， b ， c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ ，则三角形 ABC 的形状（ ）

- A. 直角三角形 B. 等腰直角三角形
C. 等边三角形 D. 任意三角形

【答案】C

【详解】解：∵ $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ ，

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = 0，$$

$$\therefore 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac = 0，$$

$$\therefore a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + a^2 - 2ac + c^2 = 0，$$

$$\text{即 } (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0，$$

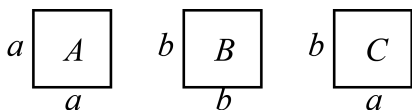
$$\therefore a-b=0，b-c=0，c-a=0，$$

$$\therefore a=b=c，$$

∴ ABC 为等边三角形。

故选：C。

4. 如图，正方形卡片 A 类、 B 类和长方形卡片 C 类各若干张，如果要拼一个长为 $(a+3b)$ ，宽为 $(2a+b)$ 的大长方形，则需要 A 类、 B 类和 C 类卡片的张数分别为（ ）



- A. 2, 5, 3 B. 3, 7, 2
C. 2, 3, 7 D. 2, 5, 7

【答案】C

【详解】解：长为 $a+3b$ ，宽为 $2a+b$ 的长方形的面积为：

$$(a+3b)(2a+b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2，$$

∴ A 类卡片的面积为 a^2 ， B 类卡片的面积为 b^2 ， C 类卡片的面积为 ab ，

∴ 需要 A 类卡片 2 张， B 类卡片 3 张， C 类卡片 7 张。

故选 C。

5. 将整式 $9x^2 + 1$ 加上一个单项式，使它成为一个完全平方式，下列添加错误的是（ ）

A. $6x$

B. $-6x$

C. $\frac{81}{4}x^4$

D. $3x$

【答案】D

【详解】解： $\because (3x)^2 \pm 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x \pm 1)^2 = 9x^2 \pm 6x + 1$ 或

$$1^2 + 2 \times 1 \times \frac{9}{2}x^2 + \left(\frac{9}{2}x^2\right)^2 = \left(1 + \frac{9}{2}x^2\right)^2 = 1 + 9x^2 + \frac{81}{4}x^4,$$

$\therefore$ 加上的单项式可以是： $\pm 6x$ 或 $\frac{81}{4}x^4$,

$\therefore$ 选项 D 错误,

故选：D.

6. 下列整式中不含有 $x+1$ 这个因式的是 ()

A. $x^2 - 1$

B. $x^4 - x^3 + x^2 - 1$

C. $x^3 + 1$

D. $x^4 - x^3 - x^2 - 1$

【答案】B

【详解】解： $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$;

$$x^4 - x^3 + x^2 - 1$$

$$= (x^4 - x^3) + (x^2 - 1)$$

$$= x^3(x-1) + (x+1)(x-1)$$

$$= (x-1)(x^3 + x + 1);$$

$$x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1);$$

$$x^4 - x^3 - x^2 - 1$$

$$= (x^4 - x^2) - (x^3 + 1)$$

$$= x^2(x^2 - 1) - (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$= x^2(x+1)(x-1) - (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$= (x+1)[x^2(x-1) - (x^2 - x + 1)]$$

$$= (x+1)(x^3 - x^2 - x^2 + x - 1)$$

$$= (x+1)(x^3 - 2x^2 + x - 1);$$

综上所述可知：整式中不含有 $x+1$ 这个因式的是 $x^4 - x^3 + x^2 - 1$ ，故 B 符合题意。

故选：B。

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 把整式 $-y^3 + x^2 - 3x^3y + 2xy^2$ 按字母 x 的降幂排列是：_____。

【答案】 $-3x^3y + x^2 + 2xy^2 - y^3$

【详解】解：把整式 $-y^3 + x^2 - 3x^3y + 2xy^2$ 按字母 x 的降幂排列是： $-3x^3y + x^2 + 2xy^2 - y^3$

故答案为： $-3x^3y + x^2 + 2xy^2 - y^3$ 。

8. 计算： $a^9 \div a^6 \cdot a^3 =$ _____。

【答案】 a^6

【详解】解： $a^9 \div a^6 \cdot a^3$

$$= a^{9-6+3}$$

$$= a^6,$$

故答案为： a^6 。

9. 计算： $(x-y)^3 \cdot [(y-x)^4]^3 =$ _____。（结果用幂的形式表示）

【答案】 $(x-y)^{15}$

【详解】解： $(x-y)^3 \cdot [(y-x)^4]^3$

$$= (x-y)^3 \cdot [(x-y)^4]^3$$

$$= (x-y)^3 \cdot (x-y)^{12}$$

$$= (x-y)^{15};$$

故答案为： $(x-y)^{15}$ 。

10. 计算： $\left(-\frac{3}{4}\right)^{2024} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2025} =$ _____。

【答案】 $\frac{4}{3}$

【详解】解： $\left(-\frac{3}{4}\right)^{2024} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2025}$

$$\begin{aligned}&= \left(-\frac{3}{4}\right)^{2024} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2024} \times \frac{4}{3} \\&= \left(-\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}\right)^{2024} \times \frac{4}{3} \\&= (-1)^{2024} \times \frac{4}{3} \\&= 1 \times \frac{4}{3} \\&= \frac{4}{3},\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{4}{3}$.

11. 计算: $(x+2y)(-2x+3y) =$ _____.

【答案】 $-2x^2 - xy + 6y^2$

【详解】解: $(x+2y)(-2x+3y)$

$$= -2x^2 + 3xy - 4xy + 6y^2$$

$$= -2x^2 - xy + 6y^2,$$

故答案为: $-2x^2 - xy + 6y^2$.

12. 因式分解: $(a^2+4)^2 - 16a^2 =$ _____.

【答案】 $(a+2)^2(a-2)^2$

【详解】解: $(a^2+4)^2 - 16a^2$

$$= (a^2+4+4a)(a^2+4-4a)$$

$$= (a+2)^2(a-2)^2,$$

故答案为: $(a+2)^2(a-2)^2$.

13. 如果 $4x^2 + (m-1)x + 25$ 是一个完全平方式, 那么常数 $m =$ _____.

【答案】 21 或 -19

【详解】解: $\because 4x^2 + (m-1)x + 25$ 是一个完全平方式,

$$\therefore 4x^2 + (m-1)x + 25 = (2x \pm 5)^2 = 4x^2 \pm 20x + 25,$$

$$\therefore m-1 = \pm 20,$$

解得: $m = 21$ 或 -19 .

故答案为: 21 或 -19 .

14. 已知代数式 $(x+m)(x^2-3x+2)$ 的积中不含 x 的一次项, 则 $m =$ _____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【详解】解: $(x+m)(x^2-3x+2)$

$$= x^3 - 3x^2 + 2x + mx^2 - 3mx + 2m$$

$$= x^3 + (m-3)x^2 + (2-3m)x + 2m,$$

$\therefore$ 该代数式的积中不含 x 的一次项,

$$\therefore 2-3m=0, \text{ 解得 } m=\frac{2}{3},$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.

15. 如果单项式 $\frac{3}{5}x^{m-1}y^{2n}$ 与 $-\frac{5}{4}x^3y^{n+3}$ 是同类项, 那么 $mn =$ _____.

【答案】 12

【详解】解: $\because \frac{3}{5}x^{m-1}y^{2n}$ 与 $-\frac{5}{4}x^3y^{n+3}$ 是同类项,

$$\therefore m-1=3, 2n=n+3,$$

解得: $m=4, n=3$

$$\therefore mn=12,$$

故答案为: 12.

16. 比 $4x^2 + 3xy + y^2$ 少 $3x^2 + 2xy + 5y^2$ 的整式是_____.

【答案】 $x^2 + xy - 4y^2$

【详解】解: 根据题意, 得 $4x^2 + 3xy + y^2 - (3x^2 + 2xy + 5y^2)$

$$= 4x^2 + 3xy + y^2 - 3x^2 - 2xy - 5y^2$$

$$= x^2 + xy - 4y^2,$$

故答案为: $x^2 + xy - 4y^2$.

17. 请同学运用计算 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, 解决问题: 已知 x, y, z 满足 $x^2 + y^2 + z^2 = 5$,

求 $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$ 的最大值是_____.

【答案】 15

【详解】解： $\because x^2 + y^2 + z^2 = 5$,

$$\therefore (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$$

$$= x^2 + y^2 + y^2 + z^2 + z^2 + x^2 - 2xy - 2yz - 2xz$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$$

$$= 10 - 2(xy + yz + zx);$$

$$\therefore (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz,$$

$$\therefore 2xy + 2xz + 2yz = (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\therefore (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$$

$$= 10 - (x + y + z)^2 + (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$= 15 - (x + y + z)^2,$$

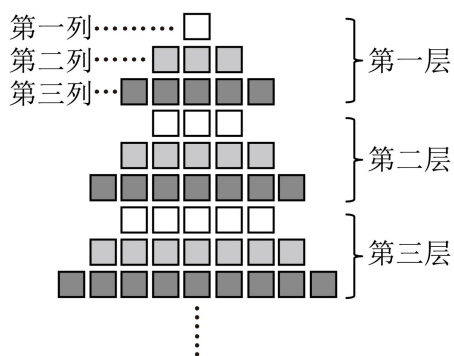
$$\therefore (x + y + z)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \text{原式} \leq 15.$$

故原式的最大值是 15;

故答案为: 15.

18. 小明利用便利贴拼成一棵圣诞树图案, 圣诞树图案共有 10 层, 每一层由三行便利贴拼成, 前 3 层如图所示. 若同一层中每一行都比前一行多 2 张, 且每一层第一行都比前一层第一行多 2 张, 则此圣诞树图案需要便利贴_____张.



【答案】 360

【详解】解: 根据题意可得, 第一层有便利贴: $1 + 3 + 5 = 9$ (张),

第二层有便利贴: $3+5+7=15$ (张),

第三层有便利贴: $5+7+9=21$ (张),

.....

第 n (n 为正整数) 层有便利贴: $2n-1+2n+1+2n+3=6n+3$ (张),

$$\therefore 9+15+21+\cdots+6n+3 = \frac{n(9+6n+3)}{2} = 3n^2 + 6n$$

$\therefore$ 当 $n=10$ 时, $3n^2+6n=3\times 10^2+6\times 10=360$ (张),

$\therefore$ 此宝塔形图案是由 360 张便利贴拼成的.

故答案为: 360.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (4 分) 计算: $\frac{1}{2}(2x^2-4x)-(x^2-4)$.

【详解】解: $=\frac{1}{2}(2x^2-4x)-(x^2-4)$,

$=x^2-2x-x^2+4$, (2 分)

$=-2x+4$ (4 分)

20. (4 分) 计算: $(3x^3-9x^2+6x)\div(-3x)+(x-3)^2$

【详解】解: $(3x^3-9x^2+6x)\div(-3x)+(x-3)^2$

$=-x^2+3x-2+x^2-6x+9$ (2 分)

$=7-3x$ (4 分)

21. (6 分) 先化简, 再求值: $(9a^{n+2}+6a^{3n-1}-a^n)\div(-6a^{n-1})+(-a^{n+1})^2\div(-a)^2$ (n 为正整数), 其中 $a=-2$.

【详解】解: $(9a^{n+2}+6a^{3n-1}-a^n)\div(-6a^{n-1})+(-a^{n+1})^2\div(-a)^2$

$=-\frac{3}{2}a^3-a^{2n}+\frac{1}{6}a+a^{2n}$

$=-\frac{3}{2}a^3+\frac{1}{6}a$, (4 分)

当 $a=-2$ 时,

原式 $=-\frac{3}{2}\times(-2)^3+\frac{1}{6}\times(-2)=11\frac{2}{3}$ (6 分)

22. (6 分) 已知整式 $A=2x^2-2x-1$, 整式 $B=-x^2+kx-2$, 且 $3A+6B$ 的结果中不含 x 的一次项, 求 k 的值.

【详解】解: $\because$ 整式 $A=2x^2-2x-1$, 整式 $B=-x^2+kx-2$,

$\therefore 3A+6B$

$$= 3(2x^2 - 2x - 1) + 6(-x^2 + kx - 2)$$

$$= 6x^2 - 6x - 3 - 6x^2 + 6kx - 12$$

$$= (6k - 6)x - 15, \dots\dots (4 \text{ 分})$$

$\because 3A + 6B$ 的结果中不含 x 的一次项,

$$\therefore 6k - 6 = 0,$$

解得: $k = 1$. $\dots\dots (6 \text{ 分})$

23. (8 分) 已知 $(a - b)^2 = 25$, $ab = -6$, 求下列各式的值:

(1) $a^2 + b^2$;

(2) $a^4 + b^4$

【详解】(1) 解: $\because (a - b)^2 = 25$, $ab = -6$,

$$\therefore a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab,$$

$$= 25 + 2 \times (-6)$$

$$= 13; \dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 解: $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$$

$$\because (a - b)^2 = 25, \quad ab = -6,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 13, \quad a^2b^2 = (-6)^2 = 36,$$

$$\therefore a^4 + b^4 = 13^2 - 2 \times 36$$

$$= 97; \dots\dots (8 \text{ 分})$$

24. (10 分) 我们知道: $(x+1) \cdot (x-1) = x^2 - 1$.

类似的有: ① $(x+1) \cdot (x^2 - x + 1) = x^3 + 1$; ② $(x+1) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1) = x^4 - 1$; $\dots\dots$

(1) 验证上述②式成立;

(2) 再写出一个类似的等式;

(3) 计算: $3^9 - 3^8 + 3^7 - 3^6 + \dots + 3 - 1$ (结果用含 3 的幂表示).

【详解】(1) 解: $(x+1) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1)$

$$= x(x^3 - x^2 + x - 1) + 1 \times (x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$= x^4 - x^3 + x^2 - x + x^3 - x^2 + x - 1$$

$$= x^4 - 1,$$

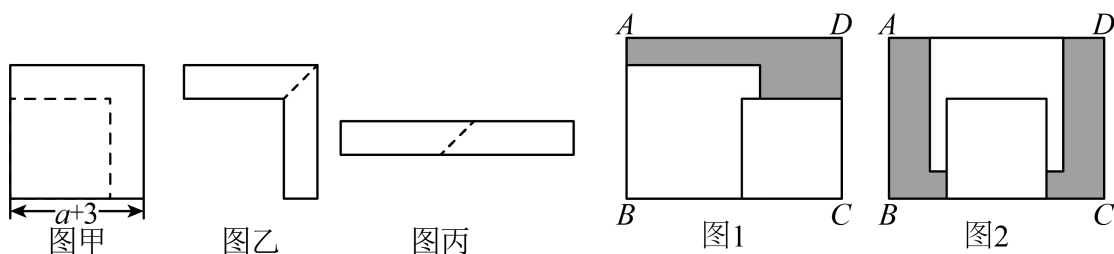
$$\therefore (x+1) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1) = x^4 - 1 \text{ 成立.} \dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 解: } (x+1) \cdot (x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) = x^6 - 1; \dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$(3) \text{ 解: } \because (3+1)(3^9 - 3^8 + 3^7 - 3^6 + \dots + 3 - 1) = 3^{10} - 1,$$

$$\therefore 3^9 - 3^8 + 3^7 - 3^6 + \dots + 3 - 1 = \frac{3^{10} - 1}{4}. \dots\dots (10 \text{ 分})$$

25. (12 分) 已知某工厂接到订单, 需要边长为 $(a+3)$ 和 3 的两种正方形卡纸.



(1) 仓库只有边长为 $(a+3)$ 的正方形卡纸, 现决定将部分边长为 $(a+3)$, 按图甲所示裁剪得边长为 3 的正方形.

①如图乙, 求裁剪正方形后剩余部分的面积 (用含 a 代数式来表示).

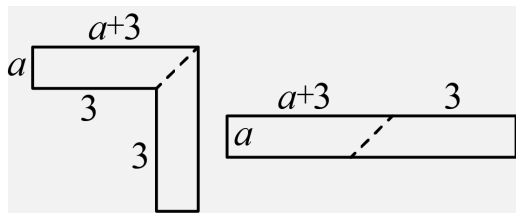
②剩余部分沿虚线又剪拼成一个如图丙所示长方形 (不重叠无缝隙), 则拼成的长方形的长和宽分别是多少? (用含 a 代数式来表示)

(2) 若将裁得正方形与原有正方形卡纸放入长方体盒子底部, 按图 1, 图 2 两种方式放置 (图 1, 图 2 中两张正方形纸片均有部分重叠), 设图 1 中阴影部分的面积为 S_1 , 图 2 中阴影部分的面积为 S_2 , 测得盒子底部长方形的长比宽多 3, 设宽 $AB = x$, 试用含 x 的代数式表示 S_1 和 S_2 , 并求 $S_2 - S_1$ 的值.

$$\text{【详解】(1) 解: ① } (a+3)^2 - 3^2 = a^2 + 6a + 9 - 9 = a^2 + 6a,$$

即裁剪正方形后剩余部分的面积为 $a^2 + 6a$; $\dots\dots (3 \text{ 分})$

②如下图,



拼成的长方形的长是 $a+3+3=a+6$ ，宽是 a ；…… (6分)

(2) 设盒子底部长方形的宽 $AB=x$ ，则盒子底部长方形的长 $BC=x+3$ ，

$$\therefore S_1 = x(x+3) - (a+3)^2 - 3^2 + 3[a+3+3 - (x+3)] = x^2 - a^2 - 3a - 9,$$

$$S_2 = x(x+3) - (a+3)^2 - 3^2 + 3(a+3+3-x) = x^2 - a^2 - 3a,$$

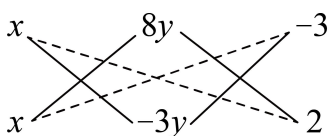
$$\therefore S_2 - S_1 = x^2 - a^2 - 3a - (x^2 - a^2 - 3a - 9) = 9. \dots\dots (12分)$$

26. (8分) 阅读：关于 x, y 的二次六项式 $x^2 + 5xy - 24y^2 - x + 25y - 6$ 如果可以分解成二个关于 x, y 的一次三项式的乘积，那么可以用一种称为双十字相乘的方法来进行因式分解，具体方法如图所示：先对

$x^2 + 5xy - 24y^2$ 进行十字相乘分解得 $(x+8y)(x-3y)$ ，则原式一定可以分解成 $(x+8y+a)(x-3y+b)$ 的形式，

然后分别对 $x^2 - x - 6$ 与 $-24y^2 + 25y - 6$ 进行十字相乘分解，从而确定 $a = -3, b = 2$ ，所以

$$x^2 + 5xy - 24y^2 - x + 25y - 6 = (x+8y-3)(x-3y+2).$$



根据阅读，要求如下：

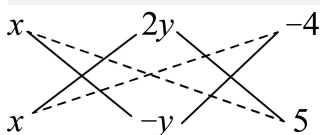
(1) 因式分解： $x^2 + xy - 2y^2 + x + 14y - 20$ ；

(2) 若关于 x, y 的多项式 $x^2 + 2xy + ky^2 - 2x + 10y - 3$ 可以分解成二个关于 x, y 的一次三项式的乘积，求 k 的值。

【详解】(1) 解： $\because x^2 + xy - 2y^2$ 式子相乘分解得： $(x+2y)(x-y)$ ，

$\therefore$ 原式一定可以分解成 $(x+2y+a)(x-y+b)$ 的形式，

分别对 $x^2 + x - 20$ 与 $-2y^2 + 14y - 20$ 进行十字相乘分解，如图所示：



$$\therefore x^2 + xy - 2y^2 + x + 14y - 20 = (x + 2y - 4)(x - y + 5). \dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 解: 将 $x^2 + 2xy + ky^2$ 进行因式分解, 如图所示:

$$\therefore xy + kxy = 2xy \text{ 或 } -xy - kxy = 2xy$$

$$\therefore k = 1 \text{ 或 } k = -3,$$

当 $k = 1$ 时, $y^2 + 10y - 3$ 无法用十字相乘法进行因式分解;

当 $k = -3$ 时, $-3y^2 + 10y - 3$ 可以用十字相乘法进行因式分解,

此时原式为 $x^2 + 2xy - 3y^2 - 2x + 10y - 3$, 对 $x^2 + 2xy - 3y^2$, $x^2 - 2x - 3$, $-3y^2 + 10y - 3$ 用十字相乘法因式分解, 如图所示:

$$\therefore \text{此时 } x^2 + 2xy - 3y^2 - 2x + 10y - 3 = (x + 3y - 1)(x - y + 3),$$

$$\therefore k = -3 \text{ 时, 符合题意. } \dots\dots (8 \text{ 分})$$