

2025-2026 学年七年级上学期期中模拟卷 01

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材七年级上册第 10~12 章 (整式的加减+整式的乘除+因式分解)。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 单项式 $-5a^2b$ 的次数是 ()

- A. 2 B. -5 C. 3 D. -10

【答案】C

【详解】解: 根据单项式定义得: $-5a^2b$ 的次数为: $2+1=3$ 。

故选: C.

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $x^2y - 2x^2y = -1$; B. $2a + 3b = 5ab$;
C. $a^3 + a^2 = a^5$; D. $-3ab - 3ab = -6ab$.

【答案】D

【详解】解: A、 $x^2y - 2x^2y = -x^2y$, 原选项计算错误, 故不符合题意;

B、 $2a$ 与 $3b$ 不是同类项, 不可以合并, 原选项计算错误, 故不符合题意;

C、 a^3 与 a^2 不是同类项, 不可以合并, 原选项计算错误, 故不符合题意;

D、 $-3ab - 3ab = -6ab$, 计算正确, 符合题意,

故选: D.

3. 计算 $(-a^{n+1})^2 \cdot a$ 结果是 ()

A. a^{2n+2}

B. a^{2n+3}

C. $-a^{2n+3}$

D. a^{2n+4}

【答案】B

【详解】解： $(-a^{n+1})^2 \cdot a = a^{2n+2} \cdot a = a^{2n+3}$.

故选：B.

4. 如果 A 是一个五次整式， B 是一个四次整式，则 $A-B$ 一定是 ()

A. 次数大于五次的整式

B. 五次整式

C. 九次整式

D. 次数小于五次的整式.

【答案】B

【详解】解： $\because$ 整式相减后的次数不超过原式中较高的次数，

又 $\because A$ 是五次整式， B 是四次整式，

$\therefore A-B$ 的次数至多为五次，

并且 A 的五次项系数在减法中不会被 B 影响，因为 B 最高为四次项，

$\therefore A-B$ 中仍存在五次项，

$\therefore A-B$ 一定是五次整式.

故选：B.

5. 若 $-(a-b)^2 + 4c^2$ 分解因式有一个因式是 $b+2c-a$ ，则另一个因式是 ()

A. $2c+b+a$

B. $2c+b-a$

C. $2c-b-a$

D. $2c-b+a$

【答案】D

【详解】解： $-(a-b)^2 + 4c^2$

$$= 4c^2 - (a-b)^2$$

$$= (2c)^2 - (a-b)^2$$

$$= (2c+a-b)(2c-(a-b))$$

$$= (2c+a-b)(2c-a+b)$$

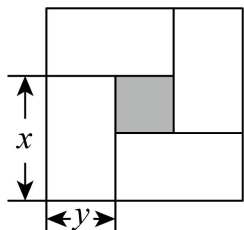
$$= (2c-b+a)(2c+b-a)$$

因为有一个因式是 $b+2c-a$ ，

所以另一个因式是 $2c-b+a$ ，

故选：D.

6. 如图，用 4 个相同的矩形与 1 个小正方形镶嵌成的正方形图案，已知这个正方形图案的面积为 49，小正方形的面积为 9，我们用 x 、 y 表示小矩形的两边长 ($x > y$)。请观察图案，指出以下关系式中不正确的个数有 ()



① $x + y = 7$ ；② $x - y = 3$ ；③ $xy = 10$ ；④ $x^2 + y^2 = 29$ ；⑤ $x^2 - y^2 = 21$ 。

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】A

【详解】解：∵大正方形图案的面积为 49，小正方形的面积为 9，

∴大正方形边长为 7，小正方形边长为 3，

∴ $x + y = 7$ ， $x - y = 3$ ，

故①②正确；

∵四个长方形面积与一个小正方形面积之和等于大正方形面积，

∴ $4xy + 9 = 49$ ，

∴ $xy = 10$ ，

故③正确；

∴ $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 49 - 20 = 29$ ，

故④正确；

∴ $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 7 \times 3 = 21$ ，

故⑤正确，

∴不正确的有 0 个，

故选：A。

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 计算： $\left[-(-x)^2\right]^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $-x^6$

【详解】解： $\left[-(-x)^2\right]^3 = (-x^2)^3 = -x^6$ ，

故答案为： $-x^6$ 。

8. 计算： $3y - (-2x + 5y) =$ _____.

【答案】 $2x - 2y$

【详解】解： $3y - (-2x + 5y) = 3y + 2x - 5y = 2x - 2y$ ，

故答案为： $2x - 2y$ 。

9. 因式分解： $-\frac{25}{36} + x^2y^4 =$ _____

【答案】 $\left(xy^2 + \frac{5}{6}\right)\left(xy^2 - \frac{5}{6}\right)$

【详解】解： $-\frac{25}{36} + x^2y^4 = (xy^2)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(xy^2 + \frac{5}{6}\right)\left(xy^2 - \frac{5}{6}\right)$ ，

故答案为： $\left(xy^2 + \frac{5}{6}\right)\left(xy^2 - \frac{5}{6}\right)$ 。

10. 整式 $ab^2 - \frac{3}{4}a^3b - 1$ 的次数为_____.

【答案】 4

【详解】解： 整式 $ab^2 - \frac{3}{4}a^3b - 1$ 的次数为 4，

故答案为： 4

11. 把多项式 $x^4 + 3x^3y^2 - 2x^2y + 4y^3$ 按字母 y 作降幂排列是_____.

【答案】 $4y^3 + 3x^3y^2 - 2x^2y + x^4$

【详解】解： $x^4 + 3x^3y^2 - 2x^2y + 4y^3$

$= 4y^3 + 3x^3y^2 - 2x^2y + x^4$ ，

故答案为： $4y^3 + 3x^3y^2 - 2x^2y + x^4$ 。

12. 已知一个整式与 $3x^2 - 4x - 5$ 的和是 $4 - 2x^2$ ，则这个整式是_____.

【答案】 $-5x^2 + 4x + 9$

【详解】解： $(4 - 2x^2) - (3x^2 - 4x - 5)$

$= 4 - 2x^2 - 3x^2 + 4x + 5$

$= -5x^2 + 4x + 9$ ，

$\therefore$ 整式 $-5x^2 + 4x + 9$ 与 $3x^2 - 4x - 5$ 的和是 $4 - 2x^2$ ，

故答案为: $-5x^2 + 4x + 9$.

13. 当 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 关于 x 、 y 的整式 $3x^2 + 2kxy - 5xy + 7$ 中不含 xy 项.

【答案】 $\frac{5}{2}$

【详解】解: $3x^2 + 2kxy - 5xy + 7 = 3x^2 + (2k - 5)xy + 7$

$\because$ 整式中不含 xy 项,

$\therefore$ 含 xy 项的系数 $2k - 5$ 必须为 0 , 即 $2k - 5 = 0$.

$\therefore 2k = 5$

解得 $k = \frac{5}{2}$.

故答案为: $\frac{5}{2}$.

14. 写出一个同时满足以下三个条件的单项式:

①系数是负数;

②次数是 5 ;

③至少含有 2 个字母;

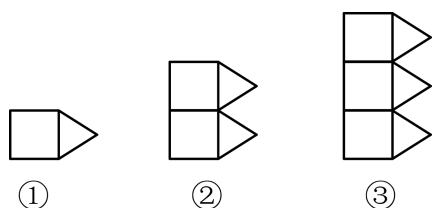
这个单项式可以是: $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-x^4y$ (答案不唯一)

【详解】解: 符合条件的单项式可以是 $-x^4y$,

故答案为: $-x^4y$ (答案不唯一).

15. 如图, 用长度相等的小木棒按一定规律摆放成图案, 图案①中有 6 根小木棒, 图案③中有 16 根小木棒, $\dots$, 那么第 n 个图案中小木棒的根数为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (用含字母 n 的式子表示)



【答案】 $(5n + 1)$

【详解】解: 由题知,

第 1 个图案中小木棒的根数为: $6 = 1 \times 5 + 1$,

第 2 个图案中小木棒的根数为: $11 = 2 \times 5 + 1$,

第3个图案中小木棒的根数为: $16 = 3 \times 5 + 1$,

....

所以第 n 个图案中小木棒的根数为 $(5n+1)$ 根.

故答案为: $(5n+1)$.

16. 已知: $x+y=-5$, $xy=2$, 则 $x^4y^2+x^2y^4=$ _____;

【答案】 84

【详解】解: $x^4y^2+x^2y^4=x^2y^2(x^2+y^2)=(xy)^2[(x+y)^2-2xy]=2^2 \times [(-5)^2-2 \times 2]=84$,

故答案为: 84.

17. 已知 $a=2025x+2025$, $b=2025x+2024$, $c=2025x+2026$, 则 $a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=$ _____.

【答案】 3

【详解】解: $a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$
 $=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc)$

$=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$

$\because a=2025x+2025$, $b=2025x+2024$, $c=2025x+2026$,

$\therefore a-b=1$, $b-c=-2$, $c-a=1$,

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=\frac{1}{2} \times (1+4+1)=3$

故答案为: 3.

18. 规定: 如果两数 a 、 b 满足 $a^m=b$, 则记为 $(a,b)=m$. 例如: 因为 $2^3=8$, 所以 $(2,8)=3$. 我们还可以利用该规定来说明等式 $(3,3)+(3,5)=(3,15)$ 成立. 证明如下: 设 $(3,3)=m$, $(3,5)=n$, 则 $3^m=3$, $3^n=5$, 故

$3^m \times 3^n = 3^{m+n} = 3 \times 5 = 15$, 则 $(3,15)=m+n$, 即 $(3,3)+(3,5)=(3,15)$. 如果 $(3,m+17)=4$, $(27,2m)=n$, 那么 $(3, \text{_____}) = 3n$.

【答案】 128

【详解】 $\because (3,m+17)=4$,

$\therefore 3^4=m+17$,

解得 $m=64$,

$\because (27,2m)=n$,

$\therefore 27^n=2m$,

$$\therefore 27^n = 3^{3n} = 2 \times 64 = 128 ,$$

$$\therefore (3, 128) = 3n ,$$

故答案为：128.

三.解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (5 分) 用简便方法计算： $30\frac{3}{4} \times 29\frac{1}{4} - \left(29\frac{1}{2}\right)^2$

【详解】解： $30\frac{3}{4} \times 29\frac{1}{4} - \left(29\frac{1}{2}\right)^2$

$$= \left(30 + \frac{3}{4}\right) \times \left(30 - \frac{3}{4}\right) - \left(30 - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 30^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left[30^2 - 30 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$$

$$= 30^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 30^2 + 30 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= -\frac{9}{16} - \frac{1}{4} + 30 \dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$= -\frac{13}{16} + 30$$

$$= 29\frac{3}{16} . \dots\dots (5 \text{ 分})$$

20. (5 分) 因式分解： $m^4 - 18m^2 + 81$.

【详解】解： $m^4 - 18m^2 + 81$

$$= (m^2)^2 - 2 \times 9 \times m^2 + 9^2 \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$= (m^2 - 9)^2$$

$$= (m^2 - 3^2)^2 \dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$= (m + 3)^2 (m - 3)^2 . \dots\dots (5 \text{ 分})$$

21. (5 分) 计算： $\left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 \left(-\frac{3}{4}x^2y + \frac{3}{5}xy^2\right) - \frac{1}{3}x^4y^3$.

【详解】解： $\left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 \left(-\frac{3}{4}x^2y + \frac{3}{5}xy^2\right) - \frac{1}{3}x^4y^3$

$$= \frac{4}{9}x^2y^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y + \frac{3}{5}xy^2\right) - \frac{1}{3}x^4y^3 \cdots \cdots (2 \text{ 分})$$

$$= -\frac{1}{3}x^4y^3 + \frac{4}{15}x^3y^4 - \frac{1}{3}x^4y^3 \cdots \cdots (4 \text{ 分})$$

$$= -\frac{2}{3}x^4y^3 + \frac{4}{15}x^3y^4 \cdots \cdots (5 \text{ 分})$$

22. (7 分) 先化简, 再求值: $(x^2 + 5x - 10)(x - 2) - (x - 2)^2(x + 1)$, 其中 $x = \frac{2}{3}$.

【详解】解: $(x^2 + 5x - 10)(x - 2) - (x - 2)^2(x + 1)$

$$= (x - 2)[(x^2 + 5x - 10) - (x - 2)(x + 1)]$$

$$= (x - 2)[(x^2 + 5x - 10) - (x^2 - 2x + x - 2)]$$

$$= (x - 2)(x^2 + 5x - 10 - x^2 + 2x - x + 2)$$

$$= (x - 2)(6x - 8)$$

$$= 6x^2 - 12x - 8x + 16$$

$$= 6x^2 - 20x + 16, \cdots \cdots (5 \text{ 分})$$

当 $x = \frac{2}{3}$ 时, 原式 $6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 20 \times \frac{2}{3} + 16 = \frac{8}{3} - \frac{40}{3} + 16 = \frac{16}{3} \cdots \cdots (7 \text{ 分})$

23. (8 分) (1) 填空:

第一行: $0 \times 1 \times 2 \times 3 + 1 = \underline{\hspace{2cm}};$

第二行: $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = \underline{\hspace{2cm}};$

第三行: $2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = \underline{\hspace{2cm}};$

第四行: $3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) 找出规律, 写出第 n 行的等式: $\underline{\hspace{2cm}};$

(3) 请说明第 n 行等式成立的理由.

【详解】解: (1) 第一行: $0 \times 1 \times 2 \times 3 + 1 = 1 = 1^2; \cdots \cdots (1 \text{ 分})$

第二行: $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2; \cdots \cdots (2 \text{ 分})$

第三行: $2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2; \cdots \cdots (3 \text{ 分})$

第四行: $3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2; \cdots \cdots (4 \text{ 分})$

故答案为: 1; 25; 121; 361;

(2) 第 n 行的等式是: $(n-1)n(n+1)(n+2) + 1 = (n^2 + n - 1)^2,$

故答案为: $(n-1)n(n+1)(n+2)+1=(n^2+n-1)^2$; (5分)

(3) 证明: $\because (n-1)n(n+1)(n+2)+1$

$$=[(n-1)(n+2)][n(n+1)]+1$$

$$=(n^2+n-2)(n^2+n)+1$$

$$=(n^2+n)^2-2(n^2+n)+1$$

$$=(n^2+n-1)^2$$

$\therefore (n-1)n(n+1)(n+2)+1=(n^2+n-1)^2$ (8分)

24. (8分) “试根法”是一种常见的数学方法可以应用于分解因式、多项式的除法等运算, 其算法如下: 对于多项式 x^2-2x-3 , 令 $x=3$ 时, $x^2-2x-3=0$, 则 x^2-2x-3 必有一个因式是 $x-3$, 且 x^2-2x-3 可以分解为 $(x-3)(x+1)$, 对于多项式 x^3-2x^2-4x+8 , 令 $x=2$ 时, $x^3-2x^2-4x+8=0$, 则 x^3-2x^2-4x+8 必有一个因式是 $x-2$, 且 x^3-2x^2-4x+8 可以分解为 $(x+2)(x-2)^2$

(1) 分解因式: x^3-2x^2-4x+3 (当 $x=3$ 时, 原式为 0) (方法任意);

(2) 已知多项式 $4x^3+9x^2+mx+n$ 既能被 $x+3$ 整除, 又能被 $x-1$ 整除, 求 m 、 n 的值 (方法任意)

【详解】(1) 解: $\because$ 当 $x=3$ 时, $x^3-2x^2-4x+3=3^3-2\times 3^2-4\times 3+3=0$,

$\therefore$ 多项式 x^3-2x^2-4x+3 必有一个因式 $x-3$,

$\therefore$ 设 $x^3-2x^2-4x+3=(x-3)(x^2+ax-1)$,

$\therefore x^3-2x^2-4x+3=x^3+(a-3)x^2-(3a+1)x+3$,

比较同类项的系数得: $a-3=-2$, $-(3a+1)=-4$,

由 $a-3=-2$, 解得: $a=1$,

由 $-(3a+1)=-4$, 解得: $a=1$,

$\therefore x^3-2x^2-4x+3=(x-3)(x^2+x-1)$; (4分)

(2) 解: $\because$ 多项式 $4x^3+9x^2+mx+n$ 既能被 $x+3$ 整除, 又能被 $x-1$ 整除,

$\therefore$ 多项式 $4x^3+9x^2+mx+n$ 必有因式 $x+3$ 和 $x-1$,

$\therefore$ 当 $x=-3$ 或 $x=1$ 时, $4x^3+9x^2+mx+n=0$,

$\therefore$ 当 $x=-3$ 时, $4\times(-3)^3+9\times(-3)^2-3m+n=0$,

整理得: $-3m+n=27$ ①,

当 $x=1$ 时, $4\times 1^3+9\times 1^2+m+n=0$,

整理得: $m + n = -13$ ②,

① - ②, 得: $-4m = -40$,

$\therefore m = -10$,

将 $m = -10$ 代入②, 得: $n = -3$.

$\therefore m = -10, n = -3$. $\cdots\cdots$ (8 分)

25. (10 分) 【阅读材料】两个两位数相乘, 如果这两个因数的个位数字相同, 十位数字的和是 10, 该类乘法可以利用一种特殊的速算方法:

比如 $47 \times 67 = \underset{4 \times 6 + 7}{31} \underset{7 \times 7}{49}$, 它们乘积的前两位是 $4 \times 6 + 7 = 31$, 它们乘积的后两位是 $7 \times 7 = 49$, 所以 $47 \times 67 = 3149$.

又如 $13 \times 93 = \underset{1 \times 9 + 3}{12} \underset{3 \times 3}{09}$, 它们乘积的前两位是 $1 \times 9 + 3 = 12$, 它们乘积的后两位是 $3 \times 3 = 9$, 不足两位, 就将 9 写在个位, 十位上写 0, 所以 $13 \times 93 = 1209$.

该速算方法可以用我们所学的数学知识说明其合理性:

观察与归纳:

(1) 观察上述例子, 请归纳这种速算方法, 并以 86×26 为例说明;

推理与解释:

(2) 该速算方法可以将其用字母进行表示, 设其中一个因数的十位数字为 a , 个位数字是 b , (a 、 b 表示 1~9 的整数)

则该数可表示为 $10a + b$, 另一因数可表示为_____.

用速算方法得到的结果可以表示为 $100[\quad] + b^2$,

请运用所学数学知识, 说明满足条件的两个因数相乘所得结果一定与速算方法所得结果相同.

探索与推广:

(3) 已知某宝藏的解锁密码 是一个自然数, $\quad + 1$ 是一个正整数的平方, $\quad - 88$ 是另一个正整数的平方. 你能凭借自己的智慧解开密码获取宝藏吗? (请简要说明你的解密过程和理由)



【详解】(1) 解: 这种速算方法是: 将一因数的十位数字与另一个因数的十位数字加 1 的和相乘, 所得的

积作为计算结果的前两位，将两个因数的个位数字之积作为计算结果的后两位（数位不足的两位，用零补齐）

例如： 86×26

$$= 100 \times (8 \times 2 + 6) + 36$$

$$= 2236 \cdots \cdots \text{ (3 分)}$$

(2) 设其中一个因数的十位数字为 a ，个位数字是 b ，（ a 、 b 表示 $1 \sim 9$ 的整数）

则该数可表示为 $10a + b$ ，另一因数可表示为 $10(10 - a) + b$ ，

$$\therefore (10a + b) \times [10(10 - a) + b]$$

$$= (10a + b)(100 - 10a + b)$$

$$= 1000a - 100a^2 + 10ab + 100b - 10ab + b^2$$

$$= 100(10a - a^2 + b) + b^2$$

$$= 100[a(10 - a) + b] + b^2$$

$\therefore$ 满足条件的两个因数相乘所得结果一定与速算方法所得结果相同；

故答案为： $10(10 - a) + b$ ； $a(10 - a) + b$. $\cdots \cdots$ (6 分)

(3) 解： 设 $+1 = a^2$ ， $-88 = b^2$

$$\therefore = a^2 - 1 = b^2 + 88$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 89$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = 89$$

$\therefore 89$ 是素数，

$$\therefore 89 = 1 \times 89,$$

$\therefore a, b$ 是正整数，

$$\therefore \begin{cases} a + b = 89 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a = 45 \\ b = 44 \end{cases}$

$$\therefore = a^2 - 1 = 45^2 - 1 = 2024 \cdots \cdots \text{ (10 分)}$$

26. (10分) 我国著名数学家华罗庚曾说：数缺形时少直觉，形缺数时难入微，数形结合思想是解决问题的有效途径. 请阅读材料完成：

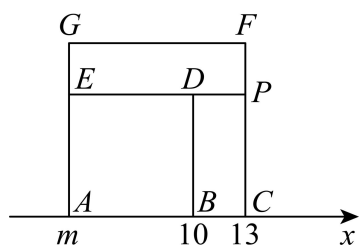
(1)算法赏析：若 x 满足 $(1-x)(x-5)=2$ ，求 $(1-x)^2+(x-5)^2$ 的值.

解：设 $(1-x)=a, (x-5)=b$ ，则 $(1-x)(x-5)=ab=2, a+b=(1-x)+(x-5)=-4$

$\therefore (1-x)^2+(x-5)^2=a^2+b^2$ 请继续完成计算；

(2)算法体验：若 x 满足 $(30-2x)(x-20)=-25$ ，求 $(30-2x)^2+4(x-20)^2$ 的值；

(3)算法应用：如图，已知数轴上 A 、 B 、 C 表示的数分别是 m 、 10 、 13 . 以 AB 为边作正方形 $ABDE$ ，以 AC 为边作正方形 $ACFG$ ，延长 ED 交 FC 于 P . 若正方形 $ACFG$ 与正方形 $ABDE$ 面积的和为 117 ，求长方形 $AEPC$ 的面积.



【详解】(1) 解：设 $(1-x)=a, (x-5)=b$ ，则 $(1-x)(x-5)=ab=2, a+b=(1-x)+(x-5)=-4$ ，

$\therefore (1-x)^2+(x-5)^2=a^2+b^2$

$= (a+b)^2 - 2ab$

$= (-4)^2 - 2 \times 2$

$= 16 - 4$

$= 12$ ； (3分)

(2) 解：设 $30-2x=m$ ， $x-20=n$ ，则 $mn=(30-2x)(x-20)=-25$ ， $m+2n=30-2x+2(x-20)=-10$ ，

$\therefore (30-2x)^2+4(x-20)^2$

$= m^2 + (2n)^2$

$= (m+2n)^2 - 4mn$

$= (-10)^2 - 4 \times (-25)$

$= 100 + 100$

$= 200$ ； (6分)

(3) 解: 正方形 $ACFG$ 的边长为 $13-m$, 面积为 $(13-m)^2$, 正方形 $ABDE$ 的边长为 $10-m$, 面积为 $(10-m)^2$, 则有 $(13-m)^2 + (10-m)^2 = 117$,

设 $13-m = p$, $10-m = q$, 则 $p^2 + q^2 = (13-m)^2 + (10-m)^2 = 117$, $p - q = 13 - m - 10 + m = 3$,

所以长方形 $AEPC$ 的面积为:

$$pq = \frac{(p^2 + q^2) - (p - q)^2}{2} = \frac{117 - 9}{2} = 54,$$

答: 长方形 $AEPC$ 的面积为 54. (10 分)