

2025 学年第一学期七年级期中评价数学学科试卷

(时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列代数式中整式有 ()

$$\frac{a^2+1}{3}, -m, \frac{2}{n}, -0.3, \frac{b}{5}, ax+b, 0, \frac{1}{x-y}, \frac{4}{3}\pi r^2$$

A. 6 个

B. 7 个

C. 8 个

D. 9 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了整式的识别; 整式是分母中不含字母的代数式. 逐个检查每个代数式, 判断分母是否含有字母.

【详解】 解: $\frac{a^2+1}{3}$: 分母为 3 (常数), 是整式;

$-m$: 无分母, 是整式;

$\frac{2}{n}$: 分母为 n (字母), 不是整式;

-0.3 : 常数, 是整式;

$\frac{b}{5}$: 分母为 5 (常数), 是整式;

$ax+b$: 多项式, 无分母, 是整式;

0 : 常数, 是整式;

$\frac{1}{x-y}$: 分母为 $x-y$ (含字母), 不是整式;

$\frac{4}{3}\pi r^2$: 单项式, 是整式.

$\therefore$ 整式有 7 个 (第 1、2、4、5、6、7、9 个).

故选: B.

2. 下列运算正确的是 ()

A. $2a^2+3a^2=5a^4$

B. $(-a^2)^3 \div (-a^3)^2 = 1$

C. $(3x^2)^3 = 9x^6$

D. $(y-x)(x-y) = -y^2 + 2xy - x^2$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查整式的运算，需熟练掌握运算法则，注意符号和指数变化.

根据合并同类项、幂的乘方、积的乘方以及多项式乘法等知识逐项验证即可得到答案.

【详解】 解：A: $2a^2 + 3a^2 = 5a^2 \neq 5a^4$ ，选项计算错误，不符合题意；

B: 由 $(-a^2)^3 = -a^6$ 、 $(-a^3)^2 = a^6$ 可得 $-a^6 \div a^6 = -1 \neq 1$ ，选项计算错误，不符合题意；

C: $(3x^2)^3 = 27x^6 \neq 9x^6$ ，选项计算错误，不符合题意；

D: $(y-x)(x-y) = -(y-x)^2 = -(y^2 - 2xy + x^2) = -y^2 + 2xy - x^2$ ，选项计算正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】

3. 下列整式的乘法中，不能用平方差公式计算的是 ()

A. $(x+y)(x-y)$

B. $(x+y)(-x+y)$

C. $(-x+y)(x-y)$

D. $(-x+y)(-x-y)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式，熟知平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 是解题的关键.

根据平方差公式逐项分析即可.

【详解】 解：A、 $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ ，能用平方差公式计算，故不符合题意；

B、 $(x+y)(-x+y) = (y+x)(y-x) = y^2 - x^2$ ，能用平方差公式计算，故不符合题意；

C、 $(-x+y)(x-y) = -(x-y)(x-y)$ ，不符合平方差公式结构特征，不能用平方差公式计算，故符合题意；

D、 $(-x+y)(-x-y) = (-x)^2 - y^2$ ，能用平方差公式计算，故不符合题意；

故选：C.

4. 下列从左到右变形，是因式分解的有 ()

$12xy^3 = 2xy \cdot 6y^2$ ； $x^2 - 6xy + 5y^2 = x(x-6y) + 5y^2$ ； $(-2x+3y)(2x+3y) = -4x^2 + 9y^2$ ；

$3x-6y = 3(x-2y)$ ； $3x^2y - xy = xy(3x-1)$.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查因式分解，把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做分解因式，据此进行判断即可.

【详解】 $12xy^3 = 2xy \cdot 6y^2$ 是单项式的变形，不是因式分解；

$x^2 - 6xy + 5y^2 = x(x - 6y) + 5y^2$ 中等号右边不是积的形式，不是因式分解；

$(-2x + 3y)(2x + 3y) = -4x^2 + 9y^2$ 是乘法运算，不是因式分解；

$3x - 6y = 3(x - 2y)$ ，符合提取公因式法，是因式分解；

$3x^2y - xy = xy(3x - 1)$ 符合因式分解的定义，是因式分解；

综上所述，因式分解有 2 个.

故选：B

5. 已知 n 是自然数， $a^{2n} = 1$ ， $b^{2n+1} = -1$ ，那么 $(a+b)^n$ 的值不可能是 ()

A. -2

B. 0

C. 1

D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了有理数的乘方，零指数幂，根据题意可得 $2n$ 一定是偶数， $2n+1$ 一定是奇数，再根据 $a^{2n} = 1$ ， $b^{2n+1} = -1$ ，分情况讨论即可.

【详解】解：∵ n 是自然数，

∴ $2n$ 一定是偶数， $2n+1$ 一定是奇数，

∵ $a^{2n} = 1$ ， $b^{2n+1} = -1$ ，

当 $n=0$ 时，则 $(a+b)^0 = 1$ ；

当 $n \geq 1$ 时，则 $a = \pm 1, b = -1$ ，则 $(a+b)^n = [1+(-1)]^n = 0$ 或 $(a+b)^n = [(-1)+(-1)]^n = (-2)^n$ ，

∴ $(-2)^n$ 不可能等于 2；

综上， $(a+b)^n$ 的值不可能是 2，

故选：D.

6. 我国宋朝数学家杨辉在其著作《详解九章算法》中提出的表格，揭示了 $(a+b)^n$ (n 为非负数) 展开式中

各项系数的规律. 例如 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 系数为 1, 2, 1; 又如 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$,

系数为 1, 3, 3, 1. 请根据上述规律计算: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \times \frac{2}{3} - 1 = (\quad)$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
.....

A. $-\frac{1}{9}$

B. $-\frac{1}{27}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{27}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题是阅读理解题, 考查了完全平方公式的拓展—规律型问题, 根据已知展开式找出一般性的数字规律是解题关键, 根据前面的变化规律, 计算后解答即可.

【详解】 解: $\because (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$\therefore \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \times \frac{2}{3} - 1 = \left(\frac{2}{3} - 1\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}.$$

故选: B.

二、填空题

7. $2a^2 - a \cdot a = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】

a^2

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式乘单项式以及合并同类项, 首先计算 $a \times a$ 得到 a^2 , 然后与 $2a^2$ 进行合并同类项.

【详解】 解: 原式 $= 2a^2 - a \cdot a = 2a^2 - a^2 = (2-1)a^2 = a^2$

故答案为: a^2

8. 因式分解: $4xy^2 - 12x^2y = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $4xy(y-3x)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解. 通过观察多项式的各项, 提取公因式进行因式分解.

【详解】 解: $4xy^2 - 12x^2y = 4xy(y - 3x)$.

故答案为 $4xy(y - 3x)$.

9. 如果 $2a^{3n-m}b^4$ 与 $-7a^6b^{n+1}$ 的和是单项式, 则 $2mn$ 的值为_____.

【答案】

18

【解析】

【分析】 本题考查了合并同类项、同类项、代数式求值, 解题关键是理解同类项的定义: 同类项是字母相同, 相同字母的指数也相同的两个单项式. 先根据合并同类项法则可得 $2a^{3n-m}b^4$ 与 $-7a^6b^{n+1}$ 是同类项, 再根据同类项的定义求出 m, n , 然后代入式子进行计算即可.

【详解】 解: $\because 2a^{3n-m}b^4$ 与 $-7a^6b^{n+1}$ 的和仍是单项式,

$\therefore 2a^{3n-m}b^4$ 与 $-7a^6b^{n+1}$ 是同类项,

$\therefore m = 3, n = 3$,

则 $2mn = 2 \times 3 \times 3 = 18$,

故答案为: 18.

10. 计算 (结果用幂的形式表示): $-(b-a)(a-b)^2(b-a)^4 =$ _____.

【答案】

$(a-b)^7$

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法, 关键是将底数互为相反数的形式转换成底数相同的形式;

将 $(b-a)$ 转换为 $-(a-b)$, 利用同底数幂的乘法法则计算.

【详解】 解: $-(b-a)(a-b)^2(b-a)^4$,

$= (a-b)(a-b)^2(a-b)^4$,

$= (a-b)^{1+2+4}$,

$$= (a-b)^7.$$

故答案为： $(a-b)^7$.

11. 若整式 $9a^2 - (k-3)ab + b^2$ 是一个完全平方式，则常数 $k =$ _____.

【答案】 9 或 -3

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式；根据完全平方式，整式应能写成 $(pa \pm qb)^2$ 的形式，通过比较系数求解.

【详解】 解： 设完全平方式为 $(3a \pm b)^2$ ，展开得 $9a^2 \pm 6ab + b^2$.

与给定整式 $9a^2 - (k-3)ab + b^2$ 比较系数，得 $\pm 6 = -(k-3)$

当 $6 = -(k-3)$ 时， $k = -3$ ；

当 $-6 = -(k-3)$ 时， $k = 9$.

故答案为： 9 或 -3.

12. 已知 $2(x-3)(x+1) = 2x^2 + bx + c$ ，则 $b + c =$ _____.

【答案】

-10

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘以多项式法则，能正确根据法则展开是解题的关键；通过展开左边多项式，与右边多项式比较系数，求出 b 和 c 的值，再计算它们的和.

【详解】 $\because$ 左边 $= 2(x^2 - 2x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$ ，

右边 $= 2x^2 + bx + c$ ，

$\therefore 2x^2 - 4x - 6 = 2x^2 + bx + c$ ，

$\therefore b = -4, c = -6$ ，

$\therefore b + c = -4 - 6 = -10$.

故答案为： -10.

13. 若多项式 $(m-2)x^2y^3 - \pi^2xy^{n-1} + 2xy + 1$ 是四次三项式，则 $m - n =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查多项式的定义，根据多项式是四次三项式可知 $m-2=0$ ， $n-1=2$ ，可得 m 、 n 的值，即可得解。掌握多项式的定义是解题的关键。也考查了求代数式的值。

【详解】 解： $\because$ 多项式 $(m-2)x^2y^3 - \pi^2xy^{n-1} + 2xy + 1$ 是四次三项式，

$$\therefore m-2=0, \quad 1+n-1=4,$$

$$\therefore m=2, \quad n=4,$$

$$\therefore m-n=2-4=-2.$$

故答案为： -2.

14. 计算： $\left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times 16^6 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 -4

【解析】

【分析】 本题考查有理数的乘方运算，先将16化为 4^2 ，根据幂的乘方将原式化为 $\left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times 4^{12}$ ，再根据同底数幂的乘法的逆运算转化为 $\left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times 4^{11} \times 4$ ，然后根据积的乘方的逆运算转化为 $\left(-\frac{1}{4} \times 4\right)^{11} \times 4$ ，即可得解。掌握相应的运算法则的逆运算是解题的关键。

【详解】 解： $\left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times 16^6$

$$= \left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times (4^2)^6$$

$$= \left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times 4^{12}$$

$$= \left(-\frac{1}{4}\right)^{11} \times 4^{11} \times 4$$

$$= \left(-\frac{1}{4} \times 4\right)^{11} \times 4$$

$$= (-1)^{11} \times 4$$

$$= (-1) \times 4$$

$$= -4.$$

故答案为：-4.

15. 若 x 、 y 互为相反数，且 $(x+2)^2 - (y+1)^2 = 9$ ，则 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 ① 1 ② -1

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式，相反数的性质，解二元一次方程组；根据平方差公式将方程变形，利用 x 与 y 互为相反数的条件得到 $x + y = 0$ ，进而求解方程组.

【详解】 解： $\because x$ 与 y 互为相反数， $\therefore x + y = 0$.

方程 $(x+2)^2 - (y+1)^2 = 9$ ，应用平方差公式得：

$$[(x+2) + (y+1)][(x+2) - (y+1)] = 9,$$

$$\text{即 } (x+y+3)(x-y+1) = 9.$$

$$\text{代入 } x+y=0, \text{ 得 } 3(x-y+1) = 9,$$

$$\text{两边除以 } 3, \text{ 得 } x-y+1 = 3,$$

$$\text{即 } x-y = 2.$$

联立方程组：

$$\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=2 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

故答案为：1， -1.

16. 已知 $(a^2 + b^2 + 3)(a^2 + b^2 - 3) = 7$ ，则 $a^2 + b^2 = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的应用，掌握换元法成为解题的关键.

设 $t = a^2 + b^2$ ($t \geq 0$)，则 $t^2 - 9 = 7$ ，然后解关于 t 的方程即可解答.

【详解】解：设 $t = a^2 + b^2 (t \geq 0)$ ，则原方程转化为 $(t+3)(t-3) = 7$ ，

整理，得 $t^2 - 9 = 7$ 。

解得 $t_1 = 4$ ， $t_2 = -4$ （舍去）。

$$\therefore a^2 + b^2 = 4.$$

故答案为：4。

17. 已知 $(x^{n+a} + x^{n+b}) \div x^{n+1} = x^2 + x^3$ ，其中 n 是正整数，那么 $a^b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】81 或 64

【解析】

【分析】本题考查整式的运算，熟练掌握指数的运算法则是解题的关键，将等式左边利用指数运算法则进行化简，得到 $x^{a-1} + x^{b-1}$ ，与右边 $x^2 + x^3$ 比较指数，根据指数相等关系，确定 a 和 b 的值，再计算 a^b 。

$$\text{【详解】解：} (x^{n+a} + x^{n+b}) \div x^{n+1} = \frac{x^{n+a}}{x^{n+1}} + \frac{x^{n+b}}{x^{n+1}} = x^{(n+a)-(n+1)} + x^{(n+b)-(n+1)} = x^{a-1} + x^{b-1} = x^2 + x^3,$$

$$\text{①} \therefore a-1=2, \quad b-1=3,$$

$$\text{解得：} a=3, \quad b=4$$

$$\therefore a^b = 3^4 = 81.$$

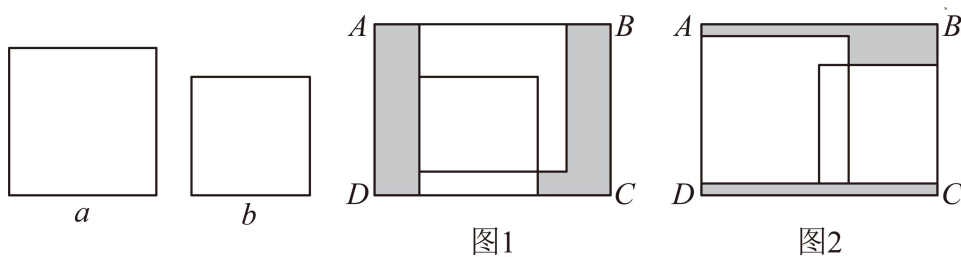
$$\text{②} \therefore a-1=3, \quad b-1=2,$$

$$\text{解得：} a=4, \quad b=3,$$

$$\therefore a^b = 4^3 = 64.$$

故答案为：81 或 64。

18. 如图，将两张边长分别为 a 和 b 的正方形纸片分别按图 1 和图 2 两种方式放置在长方形内，（图 1 和图 2 中两张长方形纸片均有部分重叠），未被这两张正方形纸片覆盖的部分用阴影表示。若长方形中边 AB 、 AD 的长度分别为 m 、 n ；设图 1 中阴影部分面积为 S_1 ，图 2 中阴影部分面积为 S_2 ，当 $m-n = \frac{7}{3}$ ， $a = \frac{4}{3}b$ 时， $S_1 - S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（用含 a 的代数式表示）



【答案】 $\frac{7}{4}a$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算，面积的定义，根据平移的知识和面积的定义，列出算式

$S_1 - S_2 = n(m-a) + (a-b)(n-a) - [m(n-a) + (a-b)(m-a)]$ ，再去括号，合并同类项即可求解.

【详解】 解：图 1 中阴影部分的面积 $S_1 = n(m-a) + (a-b)(n-a)$ ，

图 2 中阴影部分的面积 $S_2 = m(n-a) + (a-b)(m-a)$ ，

$$S_1 - S_2 = n(m-a) + (a-b)(n-a) - [m(n-a) + (a-b)(m-a)]$$

$$= nm - na + n(a-b) - a(a-b) - mn + am - m(a-b) + a(a-b)$$

$$= b(m-n)$$

$$= \frac{7}{3}b.$$

$$\because a = \frac{4}{3}b$$

$$\therefore S_1 - S_2 = \frac{7}{3}b = \frac{7}{3} \times \frac{3}{4}a = \frac{7}{4}a$$

故答案为： $\frac{7}{4}a$.

三、简答题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

19. 计算下列各题：

$$(1) (2x^2)^3 \cdot \frac{1}{4}x + (x^3)^2 \div x^2 \cdot 2x^3 + 3x^3 \cdot (-x^4)$$

$$(2) (12x^3y^3 - 8x^2y^4) \div 4x^2y^2 + (y+x)(2y-3x)$$

$$(3) (3a-2b+c^2)(c^2+3a+2b)$$

【答案】 (1) x^7

$$(2) 2xy - 3x^2$$

$$(3) 9a^2 + 6ac^2 + c^4 - 4b^2$$

【解析】

【分析】(1) 先进行乘方，再进行乘除，最后进行加减计算；

(2) 先进行多项式除单项式，多项式乘多项式，然后进行加减运算；

(3) 先根据加法交换律、结合律，然后运用平方差公式进行计算，最后运用完全平方公式进行计算即可。

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & \left(2x^2\right)^3 \cdot \frac{1}{4}x + \left(x^3\right)^2 \div x^2 \cdot 2x^3 + 3x^3 \cdot \left(-x^4\right), \\ & = 8x^6 \cdot \frac{1}{4}x + x^6 \div x^2 \cdot 2x^3 - 3x^7, \\ & = 2x^7 + x^4 \cdot 2x^3 - 3x^7, \\ & = 2x^7 + 2x^7 - 3x^7, \\ & = x^7; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & (12x^3y^3 - 8x^2y^4) \div 4x^2y^2 + (y+x)(2y-3x), \\ & = 3xy - 2y^2 + 2y^2 - 3xy + 2xy - 3x^2, \\ & = 2xy - 3x^2; \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + c^2)(c^2 + 3a + 2b), \\ & = \left[(3a + c^2) - 2b\right] \left[(c^2 + 3a) + 2b\right], \\ & = (3a + c^2)^2 - (2b)^2, \\ & = 9a^2 + 6ac^2 + c^4 - 4b^2. \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了幂的运算、单项式乘单项式，单项式除以单项式，多项式乘多项式，多项式除以单项式，同类项的合并等知识点，解题的关键在于正确运用幂的运算性质，包括幂的乘方、同底数幂的乘除法，同时注意在合并同类项时准确处理各项系数，确保最终结果的准确性。

20. 因式分解

$$(1) 3a + 3a^3 - 6a^2$$

$$(2) \quad x^4 - 18x^2 + 81$$

【答案】 (1)

$$3a(a-1)^2$$

(2)

$$(x-3)^2(x+3)^2$$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，包括提取公因式法，公式法，以及完全平方公式与平方差公式，解决本题的关键是熟练掌握因式分解的方法并能针对不同题型使用不同方法.

(1) 通过提取公因式和完全平方公式进行因式分解;

(2) 通过完全平方公式和平方差公式进行因式分解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 3a + 3a^3 - 6a^2$$

$$= 3a(1 + a^2 - 2a)$$

$$= 3a(a^2 - 2a + 1)$$

$$= 3a(a-1)^2;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } x^4 - 18x^2 + 81$$

$$= (x^2)^2 - 18x^2 + 81$$

$$= (x^2 - 9)^2$$

$$= [(x-3)(x+3)]^2$$

$$= (x-3)^2(x+3)^2.$$

$$21. \text{ 简便计算: } 22^2 + 44 \times 18 + 18^2 - 39 \frac{3}{4} \times 40 \frac{1}{4}$$

【答案】 $\frac{1}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式与平方差公式因式分解的应用，根据完全平方公式与平方差公式因式分

解即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & 22^2 + 44 \times 18 + 18^2 - 39 \frac{3}{4} \times 40 \frac{1}{4} \\ &= 22^2 + 2 \times 22 \times 18 + 18^2 - \left(40 - \frac{1}{4}\right) \left(40 + \frac{1}{4}\right) \\ &= (22 + 18)^2 - 40^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= 40^2 - 40^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= \frac{1}{16} \end{aligned}$$

四、解答题 (本大题共 6 题, 22 题 5 分, 23 题 5 分, 24 题 5 分, 25 题 5 分, 26 题 6 分, 27 题 8 分, 共 34 分)

22. 先化简, 再求值: $\frac{1}{3}xy^2(-6xy+1) + \frac{4}{3}x^3y^4 \div \frac{2}{3}xy - \frac{1}{3}$, 其中 $x = \frac{1}{2}, y = -3$.

【答案】 $\frac{1}{3}xy^2 - \frac{1}{3}, \frac{7}{6}$

【解析】

【分析】此题考查了整式的混合运算的化简求值, 同底数幂的乘除法, 熟练掌握整式的混合运算是解题的关键.

先根据整式的混合运算顺序和运算法则化简原式, 然后将 $x = \frac{1}{2}, y = -3$ 代入化简后的式子中计算, 即可得到原式的值.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \frac{1}{3}xy^2(-6xy+1) + \frac{4}{3}x^3y^4 \div \frac{2}{3}xy - \frac{1}{3}, \\ &= -2x^2y^3 + \frac{1}{3}xy^2 + \frac{4}{3}x^3y^4 \times \frac{3}{2xy} - \frac{1}{3}, \\ &= -2x^2y^3 + \frac{1}{3}xy^2 + 2x^2y^3 - \frac{1}{3}, \\ &= \frac{1}{3}xy^2 - \frac{1}{3}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2}, y = -3 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (-3)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 9 - \frac{1}{3} = \frac{7}{6}.$$

23. 已知 $a+b=5, ab=2$, 求 $2a^3b-8a^2b^2+2ab^3$ 的值.

【答案】 52

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用；先提取公因式 $2ab$ 化简表达式，再利用完全平方公式变形，然后利用已知条件 $a+b=5$ 和 $ab=2$ 求出 a^2+b^2 的值，最后代入计算.

【详解】 解： $\because a+b=5, ab=2,$

$$\therefore 2a^3b - 8a^2b^2 + 2ab^3 = 2ab(a^2 - 4ab + b^2) = 2ab[(a^2 + b^2) - 4ab] = 2ab[(a+b)^2 - 6ab].$$

$$\therefore \text{原式} = 2 \times 2 \times (5^2 - 6 \times 2) = 4 \times 13 = 52.$$

故答案为： 52.

24. 已知关于 x 的整式 $(3a^4x - 2) - (9x + 3)$ 的值与 x 的大小无关，求整式 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$ 的值.

【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查了整式加减的无关性问题，平方差公式，整式的值与 x 无关，则 x 的系数为 0，由此求出 $a^4=3$ ，再利用平方差公式化简所求整式并代入计算.

【详解】 解： $(3a^4x - 2) - (9x + 3)$

$$= 3a^4x - 2 - 9x - 3$$

$$= (3a^4 - 9)x - 5,$$

$\because$ 整式 $(3a^4x - 2) - (9x + 3)$ 的值与 x 的大小无关，

$$\therefore 3a^4 - 9 = 0$$

$$\therefore a^4 = 3$$

$$\therefore (a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$$

$$= (a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$$

$$= (a^4-1)(a^4+1)$$

$$= (3-1)(3+1)$$

$$= 8.$$

25. 已知 $x^2 - 8x + y^2 - y + \frac{65}{4} = 0$, 求 y^x 的值.

【答案】 $\frac{1}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式因式分解; 通过完成平方将方程转化为平方和为零的形式, 从而求出 x 和 y 的值.

【详解】 解: $x^2 - 8x + y^2 - y + \frac{65}{4} = 0$,

$$\therefore (x-4)^2 - 16 + (y - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + \frac{65}{4} = 0,$$

$$\text{化简得 } (x-4)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 0,$$

$$\text{所以 } x-4=0 \text{ 且 } y - \frac{1}{2} = 0,$$

$$\text{解得 } x=4, \quad y = \frac{1}{2},$$

$$\text{因此 } y^x = (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}.$$

26. 阅读下列解题的过程.

分解因式: $a^4 + 4$

$$\text{解: } a^4 + 4 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2$$

$$= (a^2 + 2)^2 - 4a^2$$

$$= (a^2 + 2 + 2a)(a^2 + 2 - 2a)$$

请按照上述解题思路完成下列因式分解:

$$(1) \quad x^4 + 64;$$

$$(2) \quad x^4 - 30x^2y^2 + 49y^4.$$

$$\text{【答案】 } (1) \quad (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x)$$

$$(2) \quad (x^2 - 7y^2 + 4xy)(x^2 - 7y^2 - 4xy)$$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解, 熟练掌握因式分解是解题的关键.

(1) 根据题中所给方法可进行因式分解;

(2) 根据题中所给方法可进行因式分解.

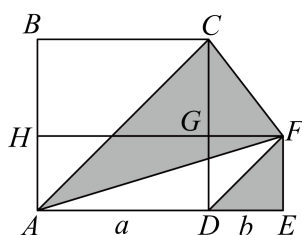
【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & x^4 + 64 \\
 &= x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2 \\
 &= (x^2 + 8)^2 - 16x^2 \\
 &= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x);
 \end{aligned}$$

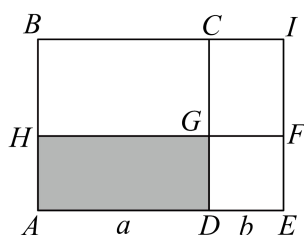
【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & x^4 - 30x^2y^2 + 49y^4 \\
 &= x^4 - 14x^2y^2 + 49y^4 - 16x^2y^2 \\
 &= (x^2 - 7y^2)^2 - 16x^2y^2 \\
 &= (x^2 - 7y^2 + 4xy)(x^2 - 7y^2 - 4xy).
 \end{aligned}$$

27. 现有若干个正方形纸片, 从中任取两个大小不等的正方形如下图摆放, 其中, A 、 D 、 E 三点在一条直线上.



图①



图②

- (1) 如图①, $AD = a$, $DE = b$, 那么阴影部分的面积是_____. (用含 a 、 b 的代数式表示)
- (2) 如图②, 如果大正方形 $ABCD$ 和小正方形 $DEFG$ 的面积之和是 10, 图中阴影部分的面积为 3, 延长 BC 、 EF 交于点 I , 求长方形 $BHFI$ 的面积.
- (3) 小明想要自己动手拼长方形, 从中选取了边长为 a 的正方形 2 张, 边长为 b 的正方形 2 张, 形如 $ADGH$ (长为 a , 宽为 b) 的长方形 2 张. 从这 6 张卡片中去掉 2 张, 用余下的 4 张卡片拼出一个长方形, 他能拼出_____种不同形状的长方形.

【答案】 (1) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$ (2) 8 (3) 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式在几何图形中的应用, 二元一次方程组的应用, 三角形面积计算, 正方形面积计算, 长方形面积计算, 解题的关键是数形结合, 熟练掌握完全平方公式.

(1) 由题意得正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，正方形 $DEFG$ 的边长为 b ， $(a > b)$ ，根据题意得出 $\triangle ADC$ 和梯形 $CDEF$ 的面积减去 $\triangle ADF$ 的面积即可

(2) 根据大正方形 $ABCD$ 和小正方形 $DEFG$ 的面积之和是 10，图中阴影部分的面积为 3，可得

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ a \times b = 3 \end{cases}, \text{ 求出 } \begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = 2 \end{cases}, \text{ 最后求出结果即可;}$$

(3) 根据所选择的 4 张卡片的类型进行解答即可；

【小问 1 详解】

解：由题意得正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，正方形 $DEFG$ 的边长为 b ， $(a > b)$ ，

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}a^2, S_{\text{梯形}CDEF} = \frac{1}{2}b(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2, S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}ab,$$

$$\text{可得阴影部分的面积为: } \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2;$$

【小问 2 详解】

解：根据大正方形 $ABCD$ 和小正方形 $DEFG$ 的面积之和是 10，图中阴影部分的面积为 3，可得

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ ab = 3 \end{cases},$$

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = 16, a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 = 4$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a+b=4 \\ a-b=2 \end{cases} \text{ (负值舍去),}$$

$$\text{长方形 } BHFI \text{ 的面积} = (a+b)(a-b) = 8.$$

【小问 3 详解】

设边长为 a 的正方形为 A ，长方形 $ADGH$ 为 B ，边长为 b 的正方形为 C

选择 $2A+2B$ 的长方形，如图 1 所示：

选择 $2B+2C$ 的长方形，如图

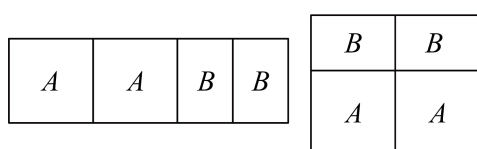
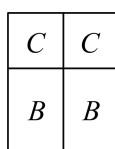
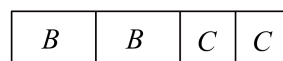


图1



①



②

图2

一共 4 种