

2025 学年第一学期七年级数学期中考试

(满分 100 分 考试时间 90 分钟)

一、填空题 (本大题共 15 题, 每题 2 分, 满分 30 分)

1. 单项式 $-\frac{3}{7}x^2y^3$ 的系数是_____.

【答案】 $-\frac{3}{7}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式的系数, 单项式的系数是单项式的数字因数部分, 包括符号.

【详解】 解: $\because$ 单项式 $-\frac{3}{7}x^2y^3$ 中数字因数为 $-\frac{3}{7}$,

$\therefore$ 单项式 $-\frac{3}{7}x^2y^3$ 的系数是 $-\frac{3}{7}$.

故答案为: $-\frac{3}{7}$.

2. 若 $3x^m y^3$ 与 $x^2 y^n$ 是同类项, 则 $m+n=$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 根据同类项的概念即可求出答案.

【详解】 解: 由题意可知: $m=2$, $n=3$,

$\therefore m+n=5$,

故答案为: 5.

【点睛】 本题考查同类项的概念, 解题的关键是正确理解同类项的概念, 本题属于基础题型.

3. 计算: $(-\frac{2}{3}a)^3=$ _____.

【答案】 $-\frac{8}{27}a^3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了积的乘方, 根据积的乘方等于各因式乘方的积, 应用指数运算法则, 将系数和变量分别进行立方运算.

【详解】 解: $\left(-\frac{2}{3}a\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot a^3 = -\frac{8}{27}a^3$.

故答案为: $-\frac{8}{27}a^3$.

4. 计算: $3x^2 \cdot (-xy^2) =$ _____.

【答案】 $-3x^3y^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式乘单项式的计算, 单项式乘以单项式的法则是: 系数相乘、相同字母的幂相乘.

【详解】 解: $3x^2 \cdot (-xy^2) = 3 \times (-1)x^2 \cdot x \cdot y^2 = -3x^3y^2$.

故答案为: $-3x^3y^2$.

5. 计算: $(6mn^2 - 2mn) \div (2mn) =$ _____.

【答案】 $3n - 1$

【解析】

【分析】 本题考查多项式除以单项式的运算, 根据运算法则, 用多项式的每一项分别除以单项式, 再合并所得的商.

【详解】 解: $(6mn^2 - 2mn) \div (2mn)$

$$6mn^2 \div (2mn) - 2mn \div (2mn)$$

$$= 3n - 1.$$

故答案为: $3n - 1$.

6. 把整式 $5x^2y - \frac{2}{3}xy + 3y^4 - 4x^4$ 按字母 x 的升幂排列是_____.

【答案】 $3y^4 - \frac{2}{3}xy + 5x^2y - 4x^4$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的重新排列, 我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小或从小到大的顺序排列, 称为按这个字母的降幂或升幂排列.

按字母 x 的升幂排列, 即根据 x 的指数从小到大的顺序排列各项.

【详解】 解: 整式中各项关于 x 的指数分别为: $3y^4$ 中 x 的指数为 0, $-\frac{2}{3}xy$ 中 x 的指数为 1, $5x^2y$ 中 x 的指数为 2, $-4x^4$ 中 x 的指数为 4.

按字母 x 的指数从小到大排列为 $3y^4 - \frac{2}{3}xy + 5x^2y - 4x^4$.

故答案为: $3y^4 - \frac{2}{3}xy + 5x^2y - 4x^4$.

7. 若 $x^2 + 4x + 3 = (x + a)(x + 1)$, 则 $a =$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式乘以多项式, 根据多项式乘以多项式的法则可得:

$(x + a)(x + 1) = x^2 + (a + 1)x + a$, 因为 $x^2 + 4x + 3 = (x + a)(x + 1)$, 所以 $x^2 + 4x + 3 = x^2 + (a + 1)x + a$,

通过比较两边多项式的系数, 建立方程求解.

【详解】 解: $\because (x + a)(x + 1) = x^2 + (a + 1)x + a$,

$\therefore x^2 + 4x + 3 = (x + a)(x + 1)$,

$\therefore x^2 + 4x + 3 = x^2 + (a + 1)x + a$,

可得: $1 + a = 4$ 、 $a = 3$,

解得: $a = 3$

故答案为: 3.

8. 计算: $3^{2024} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{2025} =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了积的乘方的逆运算. 熟练掌握积的乘方的逆运算是解题的关键.

根据积的乘方的逆运算进行拆分求解即可.

【详解】 解: $3^{2024} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{2025}$

$= 3^{2024} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{2024} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$= (-1)^{2024} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$= -\frac{1}{3}$

故答案为: $-\frac{1}{3}$.

9. $(a - b + c)(a - b - c) =$ _____.

【答案】 $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$

【解析】

【分析】 根据平方差公式和完全平方公式计算即可.

【详解】 解: $(a-b+c)(a-b-c)$

$$= (a-b)^2 - c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - c^2,$$

故答案为: $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$.

【点睛】 本题主要考查平方差公式和完全平方公式, 熟练掌握平方差公式和完全平方公式是解题的关键.

10. 计算: $20\frac{1}{7} \times \left(-19\frac{6}{7}\right) =$ _____.

【答案】 $-399\frac{48}{49} - \frac{19599}{49}$

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式, 将 $20\frac{1}{7} \times \left(-19\frac{6}{7}\right)$ 变形为 $\left(20 + \frac{1}{7}\right) \times \left[-\left(20 - \frac{1}{7}\right)\right]$, 然后利用平方差公式计算即可.

【详解】 解: $20\frac{1}{7} \times \left(-19\frac{6}{7}\right)$

$$= \left(20 + \frac{1}{7}\right) \times \left[-\left(20 - \frac{1}{7}\right)\right]$$

$$= -\left(20 + \frac{1}{7}\right) \times \left(20 - \frac{1}{7}\right)$$

$$= -\left(400 - \frac{1}{49}\right)$$

$$= -399\frac{48}{49}.$$

故答案为 $-399\frac{48}{49}$.

11. 分解因式: $x^2 - 5x - 6 =$ _____.

【答案】 $(x+1)(x-6)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，熟练掌握因式分解的常用方法（提取公因式法、公式法、十字相乘法、换元法等）是解题关键．利用十字相乘法分解因式即可得．

【详解】 解： $x^2 - 5x - 6 = (x+1)(x-6)$ ，

故答案为： $(x+1)(x-6)$ ．

12. 若 $x^2 - 4x + 3 = 6$ ，则 $5 + 8x - 2x^2 =$ _____．

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题主要考查了用整体代入法求代数式的值，由已知等式 $x^2 - 4x + 3 = 6$ 可得： $x^2 - 4x = 3$ ，将代数式 $5 + 8x - 2x^2$ 变形为 $-2(x^2 - 4x) + 5$ ，然后整体代入计算．

【详解】 解： $\because x^2 - 4x + 3 = 6$ ，

$$\therefore x^2 - 4x = 3$$

$$\begin{aligned} & 5 + 8x - 2x^2 \\ &= -2(x^2 - 4x) + 5 \\ &= -2 \times 3 + 5 \\ &= -6 + 5 \\ &= -1. \end{aligned}$$

故答案为： -1

13. 如果 $2^m \times 4^m = 2^{15}$ ，那么 $m =$ ()

【答案】 5

【解析】

【分析】 先把 4^m 化成 2^{2m} ，再根据同底数幂乘法计算得出 m 的值即可．

【详解】 解： $2^m \times 4^m = 2^{15}$

$$2^m \times 2^{2m} = 2^{15}$$

$$2^{3m} = 2^{15}$$

$$3m = 15$$

$$m = 5$$

故答案为 5.

【点睛】本题是对整式乘法的考查，熟练掌握幂的乘方和同底数幂乘法是解决本题的关键.

14. 如果 $x^2 + mx + 25$ 是一个完全平方式，那么 m 的值为 _____.

【答案】 ± 10

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式，关键在于熟知完全平方公式的特点进行求解.

利用完全平方公式的特点即“首平方，尾平方，二倍底数乘积放中央”可知 mx 为二倍底数乘积，进而可得到答案.

【详解】解： $\because x^2 + mx + 25 = (x \pm m)^2$,

$$\therefore mx = \pm 2 \times 5x,$$

$$\therefore m = \pm 10.$$

故答案为： ± 10

15. 阅读材料：计算：

$$\begin{aligned} & (2+1) \times (2^2+1) \times (2^4+1) \\ &= (2-1) \times (2+1) \times (2^2+1) \times (2^4+1) \\ &= [(2-1) \times (2+1)] \times (2^2+1) \times (2^4+1) \\ &= [(2^2-1) \times (2^2+1)] \times (2^4+1) \\ &= (2^4-1) \times (2^4+1) \\ &= 2^8-1 \\ &= 255 \end{aligned}$$

运用上述方法求 $\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{2^2}\right) \times \left(1+\frac{1}{2^4}\right) \times \left(1+\frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】本题考查了平方差公式，通过观察原式，仿照阅读材料的方法，将原式乘以和除以 $1-\frac{1}{2}$ ，利用平方差公式逐步化简，最终得到结果.

$$\begin{aligned}
& \text{【详解】} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} \\
&= \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right)}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2^{15}} \\
&= \frac{\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right)}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2^{15}} \\
&= \frac{\left(1 - \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right)}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2^{15}} \\
&= \frac{\left(1 - \frac{1}{2^8}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right)}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2^{15}} \\
&= \frac{\left(1 - \frac{1}{2^{16}}\right)}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2^{15}} \\
&= 2 \left(1 - \frac{1}{2^{16}}\right) + \frac{1}{2^{15}} \\
&= 2 - \frac{1}{2^{15}} + \frac{1}{2^{15}} \\
&= 2.
\end{aligned}$$

故答案为：2.

二、选择题（本大题共 5 题，每题 2 分，满分 10 分）

16. 下列计算正确的是（ ）

- A. $2a \cdot 3a = 6a^2$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $(ab)^2 = ab^2$

【答案】A

【解析】

【分析】 本题考查指数运算和单项式乘法的规则，需根据同底数幂相乘、幂的乘方和积的乘方的性质判断各选项是否正确.

【详解】 解：A 选项：根据单项式乘以单项式的法则，可得： $2a \cdot 3a = (2 \times 3)(a \times a) = 6a^2$ ，故 A 选项计算正确；

B 选项：根据同底数幂相乘，底数不变，指数相加，可得： $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，故 B 选项计算错误；

C 选项：根据幂的乘方，底数不变，指数相乘，可得： $(a^3)^2 = a^{2 \times 3} = a^6$ ，故 C 选项计算错误；

D 选项：根据积的乘方等于各因式乘方的积，可得： $(ab)^2 = a^2b^2$ ，故 D 选项计算错误.

故选：A.

17. 下列各式中正确的是 ()

A. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

B. $(a+2b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

D. $(-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了运用完全平方公式进行运算，解题关键是掌握完全平方公式并能运用求解.

根据公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，逐一验证各选项即可.

【详解】 解： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \neq a^2 - b^2$ ，故 A 错误；

$(a+2b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 2b + (2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 \neq a^2 + 2ab + b^2$ ，故 B 错误；

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq a^2 + b^2$ ，故 C 错误；

$(-a+b)^2 = (b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故 D 正确，

故选：D.

18. 下列从左到右是因式分解的是 ()

A. $2m+4=2(m+2)$

B. $(x+4)(x-4)=x^2-16$

C. $m^2 - \frac{1}{4} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\left(m - \frac{1}{2}\right)$

D. $2y^3 - 3y^2 + y = y(2y^2 - 3y)$

【答案】 C

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，因式分解是将一个多项式分解为几个整式的乘积的形式，且通常要求在整数系数范围内进行.

选项 A 左边是多项式，右边是乘积形式，且系数为整数；选项 B 是整式乘法；选项 C 右边因式含有分数系数，不属于整数系数的因式分解；选项 D 左右两边不相等.

【详解】选项 A：左边 $2m+4$ 是多项式，右边 $2(m+2)$ 是数字与整式的积， $\therefore$ A 不是因式分解.

选项 B：左边是乘积形式，右边是多项式， $\therefore$ B 是整式乘法，不是因式分解.

选项 C：左边 $m^2 - \frac{1}{4}$ 是多项式，右边 $\left(m + \frac{1}{2}\right)\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 是乘积， $\therefore$ C 是因式分解.

选项 D：左边 $2y^3 - 3y^2 + y$ ，右边 $y(2y^2 - 3y)$ ，展开右边为 $2y^3 - 3y^2$ ，与左边不相等， $\therefore$ D 错误.

故选：C.

19. 若 $(x+m)$ 与 $(x+3)$ 的乘积中不含 x 的一次项，则 m 的值为 ()

A. -3

B. 3

C. 0

D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查多项式乘多项式的法则，注意不含某一项就让某一项的系数等于 0 是解题的关键.

先根据多项式乘多项式的法则进行计算，找出所有含有 x 的一次项，合并同类项，令含有 x 的一次项的系数等于 0，即可求出结果.

【详解】解： $(x+m)(x+3) = x^2 + (m+3)x + 3m$ ，

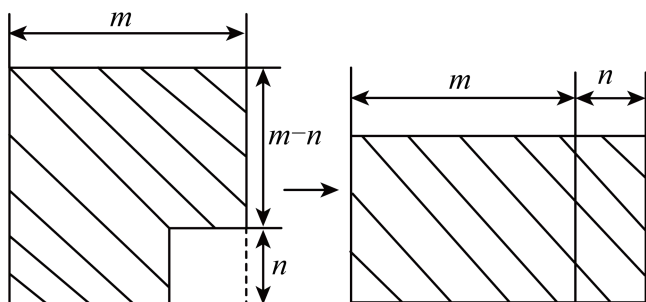
$\therefore$ 乘积中不含 x 的一次项，

$\therefore m+3=0$ ，

解得 $m=-3$ ，

故选：A.

20. 如图，在边长为 m 正方形纸片中剪去一个边长为 n 小正方形纸片 ($m > n$)，把剩余的部分拼成一个长方形纸片. 通过计算两个纸片中阴影部分的面积，可得等式 ()



A. $m^2 + 2mn + n^2 = (m + n)^2$

B. $m^2 - 2mn + n^2 = (m - n)^2$

C. $m^2 - n^2 = (m + n)(m - n)$

D. $m^2 - mn = m(m - n)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式的图解，关键是通过几何图形之间的数量关系推出平方差公式.

根据题中的两个图形分别表示出阴影部分的面积，再根据阴影部分的面积相等即可得到相应的等式，据此即可作答.

【详解】 解：根据第一个图可知：阴影部分的面积为： $m^2 - n^2$ ；

根据第二个图可知：阴影部分的面积为： $(m + n)(m - n)$ ；

$$\therefore m^2 - n^2 = (m + n)(m - n),$$

故选 C.

三、简答题（本大题共 6 题，每题 5 分，满分 30 分）

21. 计算： $a \cdot a^3 - (3a^2)^2 + 8a^5 \div (2a)$.

【答案】 $-4a^4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了同底数幂的乘法，积的乘方，幂的乘方、合并同类项，首先根据整式的运算法则把各项计算出来，再合并同类项.

【详解】 解： $a \cdot a^3 - (3a^2)^2 + 8a^5 \div (2a)$

$$= a^4 - 9a^4 + 4a^4$$

$$= -4a^4.$$

22. 计算： $-3^{10} \div (-3)^2 \div (-3)^7$

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了同底数幂的除法，首先根据乘方的运算法则把它们转化成同底数幂，再根据同底数幂的除法法则进行计算.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & -3^{10} \div (-3)^2 \div (-3)^7 \\ & = -3^{10} \div 3^2 \div (-3^7) \\ & = 3^{10} \div 3^2 \div 3^7 \\ & = 3^{10-2-7} \\ & = 3. \end{aligned}$$

23. 计算: $(y+1)(y-1)(y^2-1)$

【答案】 $y^4 - 2y^2 + 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了乘法公式，先利用平方差公式再利用完全平方公式计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (y+1)(y-1)(y^2-1) \\ & = (y^2-1)^2 \\ & = y^4 - 2y^2 + 1. \end{aligned}$$

24. 分解因式: $x^2 + 7xy + 10y^2$

【答案】 $(x+5y)(x+2y)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了用十字相乘法分解因式，十字相乘法分解因式就是把三项式的两个平方项分别分解成两个单项式的乘积，单项式交叉相乘的和等于中间项，然后再横向书写.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & x^2 + 7xy + 10y^2 \\ & = (x+5y)(x+2y). \end{aligned}$$

25. 分解因式: $a^2(2a-3) + (3-2a)b^2$.

【答案】 $(2a-3)(a+b)(a-b)$.

【解析】

【分析】 将原式进行变形后，先提取公因式，然后利用平方差公式进行因式分解.

【详解】 解: $a^2(2a-3)+(3-2a)b^2$
 $= (2a-3)(a^2-b^2)$
 $= (2a-3)(a+b)(a-b).$

【点睛】 本题考查提公因式法和平方差公式法进行因式分解，熟记平方差公式是解答本题的关键.

26. 分解因式: x^4-5x^2-36

【答案】 见解析

【解析】

【分析】 首先利用十字相乘法分解，然后再利用平方差公式进行二次分解.

【详解】 解: x^4-5x^2-36
 $= (x^2+4)(x^2-9)$
 $= (x^2+4)(x+3)(x-3)$

【点睛】 本题考查了公式法分解因式和十字相乘法分解因式，要注意分解因式要彻底.

四、解答题 (本大题共 4 题，第 27、28 题各 7 分，第 29、30 题各 8 分，满分 30 分)

27. 化简后求值: $3\left[xy^2+(-2x^2)^2+2(xy^2-2x^4)\right]-\left(\frac{2}{3}\right)^0$ ，其中 $x=3, y=-\frac{1}{2}$.

【答案】 $9xy^2-1, \frac{23}{4}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的化简求值，首先去括号、合并同类项，把整式化简，可得：原式 $= 9xy^2-1$ ，再把 $x=3, y=-\frac{1}{2}$ 代入化简后的代数式求值.

【详解】 解: $3\left[xy^2+(-2x^2)^2+2(xy^2-2x^4)\right]-\left(\frac{2}{3}\right)^0$
 $= 3\left[xy^2+4x^4+2xy^2-4x^4\right]-1$
 $= 3\times 3xy^2-1$
 $= 9xy^2-1,$

当 $x=3$, $y=-\frac{1}{2}$ 时,

$$\text{原式} = 9 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$= \frac{23}{4}.$$

28. 已知 $a+b=5$, $ab=\frac{3}{2}$, 求下列式子的值:

(1) $a^2 + b^2$;

(2) $(a-b)^2$;

(3) $a^4 + b^4$.

【答案】(1) 22;

(2) 19;

(3) $479\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】本题主要考查了用完全平方公式变形求代数式的值.

(1) 把 $a^2 + b^2$ 变形, 可得: 原式 $= (a+b)^2 - 2ab$, 再把当 $a+b=5$, $ab=\frac{3}{2}$ 代入变形后的代数式求值;

(2) 把 $(a-b)^2$ 变形, 可得: 原式 $= (a+b)^2 - 4ab$, 再把当 $a+b=5$, $ab=\frac{3}{2}$ 代入变形后的代数式求值;

(3) 把 $a^4 + b^4$ 变形, 可得: 原式 $= [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2$, 再把当 $a+b=5$, $ab=\frac{3}{2}$ 代入变形后的代数式求值.

【小问 1 详解】

解: $a^2 + b^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$$

$$= (a+b)^2 - 2ab,$$

当 $a+b=5$, $ab=\frac{3}{2}$ 时,

$$\text{原式} = (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 5^2 - 2 \times \frac{3}{2}$$

$$= 25 - 3$$

$$= 22;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } (a-b)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$$

$$= (a+b)^2 - 4ab,$$

$$\text{当 } a+b=5, \quad ab=\frac{3}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = (a+b)^2 - 4ab$$

$$= 5^2 - 4 \times \frac{3}{2}$$

$$= 25 - 6$$

$$= 19;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } a^4 + b^4$$

$$= a^4 + b^4 + 2a^2b^2 - 2a^2b^2$$

$$= (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2$$

$$= (a^2 + b^2 + 2ab - 2ab)^2 - 2(ab)^2$$

$$= [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2,$$

$$\text{当 } a+b=5, \quad ab=\frac{3}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2$$

$$= \left(5^2 - 2 \times \frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= (25 - 3)^2 - 2 \times \frac{9}{4}$$

$$= 484 - \frac{9}{2}$$

$$= 479 \frac{1}{2}.$$

29. 已知 $x^m = 3$, $x^n = 6$, 求

(1) x^{n+2m} 的值;

(2) x^{3m-2n} 的值.

【答案】(1) 54;

(2) $\frac{3}{4}$.

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂的乘法和除法的逆用、幂的乘方的逆用，解决本题的关键是根据同底数幂的乘法和除法的逆用，幂的乘方的逆用求解即可.

(1) 首先逆用同底数幂的乘法法则和幂的乘方的法则，可得：原式 $= x^n \cdot (x^m)^2$ ，再把 $x^m = 3$, $x^n = 6$ 代入求值即可；

(2) 逆用同底数幂的除法法则和幂的乘方的法则，可得：原式 $= (x^m)^3 \div (x^n)^2$ ，再把 $x^m = 3$, $x^n = 6$ 代入求值即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x^{n+2m} = x^n \cdot x^{2m} = x^n \cdot (x^m)^2,$$

当 $x^m = 3$, $x^n = 6$ 时,

$$\text{原式} = x^n \cdot (x^m)^2 = 6 \times 3^2 = 54;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } x^{3m-2n} = x^{3m} \div x^{2n} = (x^m)^3 \div (x^n)^2,$$

当 $x^m = 3$, $x^n = 6$ 时,

$$\text{原式} = (x^m)^3 \div (x^n)^2 = 3^3 \div 6^2 = \frac{3}{4}.$$

30. 阅读下列解题的过程.

分解因式: $x^4 + 64$

$$\text{解: } x^4 + 64 = x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2$$

$$= (x^2 + 8)^2 - 16x^2$$

$$= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x)$$

以上解法中，在 $x^4 + 64$ 的中间加上一项，使得三项组成一个完全平方，为了使这个式子的值保持与 $x^4 + 64$ 的值相等，必须减去同样的一项. 请按照上述解题思路完成下列因式分解：

(1) $a^4 + 4$;

(2) $x^4 - 34x^2y^2 + 81y^4$.

【答案】 (1) $(a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a)$

(2) $(x^2 - 9y^2 - 4xy)(x^2 - 9y^2 + 4xy)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解、完全平方公式、平方差公式，首先阅读材料、掌握材料分解因式的方法，类比材料中提供的解题思路解答即可.

(1) 首先在原式中凑出完全平方，先完全平方公式分解因式，再用平方差公式分解因式；

(2) 在原式中凑出完全平方，先完全平方公式分解因式，再用平方差公式分解因式.

【小问 1 详解】

解: $a^4 + 4$

$$= a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2$$

$$= (a^2 + 2)^2 - 4a^2$$

$$= (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a);$$

【小问 2 详解】

解: $x^4 - 34x^2y^2 + 81y^4$

$$= x^4 - 18x^2y^2 + 81y^4 - 16x^2y^2$$

$$= (x^2 - 9y^2)^2 - 16x^2y^2$$

$$= (x^2 - 9y^2)^2 - (4xy)^2$$

$$= (x^2 - 9y^2 - 4xy)(x^2 - 9y^2 + 4xy)$$

