

2025 学年第一学期期中考试七年级数学

(时间: 90 分钟 满分: 100 分)

注意: 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定位置作答, 在本试卷上答题无效

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

$$\frac{x+1}{x-1}$$

1. 若分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 1$

B. $x \neq -1$

C. $x = 1$

D. $x = -1$

【答案】A

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件: 分母不等于 0 即可求解.

【详解】根据题意得: $x - 1 \neq 0$,

解得: $x \neq 1$.

故选: A.

【点睛】本题主要考查了分式有意义的条件, 是一个基础题.

2. 下列计算中正确的是 ()

A. $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ B. $a^3 \cdot a^3 = a^6$ C. $(ab)^{-1} = ab^{-1}$ D. $(a^4)^4 = a^8$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查指数运算的法则, 包括同底数幂相乘、幂的乘方、负指数等; 熟练掌握负指数幂、同底数幂及幂的乘方是解题的关键; 因此此题可根据负指数幂、同底数幂及幂的乘方进行求解即可.

【详解】解: A: $(a+b)^{-1} = \frac{1}{a+b}$, 而 $a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$, 两者不一定相等, 故 A 错误;

B: $a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^6$, 故 B 正确;

C: $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1} = \frac{1}{ab}$, 而 $ab^{-1} = \frac{a}{b}$, 两者不一定相等, 故 C 错误;

D: $(a^4)^4 = a^{4 \times 4} = a^{16}$, 不等于 a^8 , 故 D 错误;

故选 B.

3. 下列各式中, 能用完全平方公式进行因式分解的是 ()

A. $x^2 - 2x - 1$

B. $x^2 + 2x + 4$

C. $x^2 - 6x + 9$

D. $x^2 + \frac{1}{4}xy + \frac{1}{4}y^2$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式进行因式分解，解题的关键是熟练掌握完全平方公式的结构特征.

根据完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ，逐项检查各选项是否符合公式结构.

【详解】解：A: $x^2 - 2x - 1$ ，常数项 -1 不是平方数，且无法配成完全平方，故不符合题意；

B: $x^2 + 2x + 4$ ，若 $b = 2$ ，则 $b^2 = 4$ ，但 $2ab = 4x \neq 2x$ ，故不符合题意；

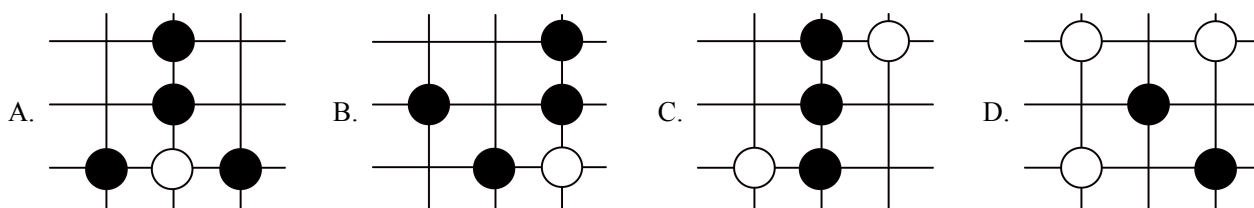
C: $x^2 - 6x + 9$ ， $\because 9 = 3^2$ ，且 $-6x = -2 \cdot x \cdot 3$ ， $\therefore$ 符合完全平方公式，即 $(x - 3)^2$ ；

D: $x^2 + \frac{1}{4}xy + \frac{1}{4}y^2$ ，若 $b = \frac{1}{2}y$ ，则 $b^2 = \frac{1}{4}y^2$ ，但 $2ab = xy \neq \frac{1}{4}xy$ ，故不符合题意.

$\therefore$ 能用完全平方公式因式分解的是 C，

故选：C.

4. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有 4 000 多年的历史. 以下是在棋谱中截取的四个部分，由黑白棋子摆成的图案既不是轴对称图形又不是中心对称的是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】 根据轴对称图形：一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形；中心对称图形：把一个图形绕着某个点旋转 180 度，如果旋转后的图形与原来的图形重合；由此问题可求解.

【详解】解：A.是轴对称图形，但不是中心对称图形，故不符合题意；

B.既不是轴对称图形也不是中心对称图形，故符合题意；

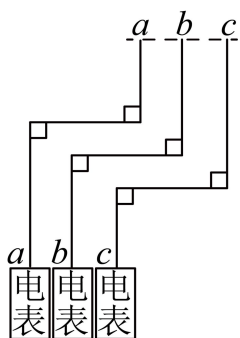
C.是中心对称图形但不是轴对称图形，故不符合题意；

D.既是轴对称图形也是中心对称图形，故不符合题意；

故选：B.

【点睛】 本题主要考查轴对称图形与中心对称图形的识别，熟练掌握轴对称图形与中心对称图形的概念是解题的关键.

5. 如图，有 a、b、c 三户家用电路接入电表，相邻电路的电线等距排列，则三户所用电线（ ）



- A. a 户最长 B. b 户最长 C. c 户最长 D. 三户一样长

【答案】 D

【解析】

【详解】 可理解为将最左边一组电线向右平移所得，由平移的性质即可得出结论.

$\because$ a、b、c 三户家用电路接入电表，相邻电路的电线等距排列，

$\therefore$ 将 a 向右平移即可得到 b、c，

$\therefore$ 图形的平移不改变图形的大小，

$\therefore$ 三户一样长.

故选 D.

二、填空题 (第 15 题每空 1 分，其余每空 2 分，共 26 分)

6. 如果单项式 $-7a^m b$ 与 $2a^2 b^n$ 是同类项，那么 $n-m$ 的值是_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查的是同类项的含义，根据同类项的定义，相同字母的指数必须相等，由此列出方程求解 m 和 n 的值，再计算 $n-m$.

【详解】 解： $\because$ 单项式 $-7a^m b$ 与 $2a^2 b^n$ 是同类项，

$\therefore m=2, n=1$.

$\therefore n-m=1-2=-1$.

故答案为： -1.

7. 当 $x=$ _____时，分式 $\frac{9-x^2}{x-3}$ 的值为 0.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查的是分式的值为 0 的条件，根据分式的值为零的条件，分子为零且分母不为零求解即可.

【详解】解：由分式的值为零的条件，得 $9-x^2=0$ 且 $x-3\neq 0$.

解 $9-x^2=0$ ，得 $x^2=9$ ，

$\therefore x=3$ 或 $x=-3$.

由 $x-3\neq 0$ ，

得 $x\neq 3$.

$\therefore x=-3$.

故答案为：-3

8. 因式分解：

(1) $y^2-16x^2=$ _____，

(2) $x^2-5xy-6y^2=$ _____.

【答案】 ①. $(y-4x)(y+4x)$ ②. $(x+y)(x-6y)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，熟练掌握因式分解是解题的关键；

(1) 根据平方差公式进行因式分解即可；

(2) 根据十字相乘法可进行分解因式.

【详解】解：(1) $y^2-16x^2=y^2-(4x)^2=(y-4x)(y+4x)$ ，

故答案为 $(y-4x)(y+4x)$ ；

(2) $x^2-5xy-6y^2=(x-6y)(x+y)$ ，

故答案为 $(x+y)(x-6y)$.

9. 若 $\frac{m}{n}=\frac{3}{7}$ ，那么 $\frac{m+n}{m-n}=$ _____.

【答案】 $-\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值. 熟练掌握分式的值是解题的关键.

由 $\frac{m}{n}=\frac{3}{7}$ ，可得 $m=\frac{3}{7}n$ ，然后代值求解即可.

【详解】解： $\because \frac{m}{n}=\frac{3}{7}$ ，

$$\therefore m = \frac{3}{7}n,$$

$$\therefore \frac{m+n}{m-n} = \frac{\frac{3}{7}n+n}{\frac{3}{7}n-n} = -\frac{5}{2},$$

故答案为: $-\frac{5}{2}$.

10. 已知 $ab=1$, $a+b=4\frac{1}{5}$, 则 $a^2b+ab^2=$ _____.

【答案】 $\frac{21}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查的是因式分解的应用, 通过因式分解将 a^2b+ab^2 化为 $ab(a+b)$, 然后代入已知条件

$ab=1$ 和 $a+b=4\frac{1}{5}$ 计算.

【详解】 解: $\because ab=1$, $a+b=4\frac{1}{5}$,

$$\therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)$$

$$=1 \times \frac{21}{5}$$

$$=\frac{21}{5}.$$

故答案为: $\frac{21}{5}$

11. 已知整式 x^2-x+k 可以因式分解为 $(x+m)(x-5)$, 则 m 的值为_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查的是根据因式分解的结果求参数, 将因式分解形式展开后与原多项式比较系数, 建立方程求解.

【详解】 解: $\because (x+m)(x-5)=x^2-5x+mx-5m=x^2+(m-5)x-5m$,

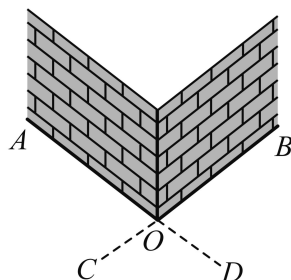
$$\therefore x^2-x+k=x^2+(m-5)x-5m,$$

$$\therefore m-5=-1,$$

解得: $m=4$.

故答案为: 4.

12. 如图，要测量两堵围墙形成的 $\angle AOB$ 的度数，先分别延长 AO 、 BO 得到 $\angle COD$ ，然后通过测量 $\angle COD$ 的度数从而得到 $\angle AOB$ 的度数，其中运用的原理是_____.



【答案】对顶角相等

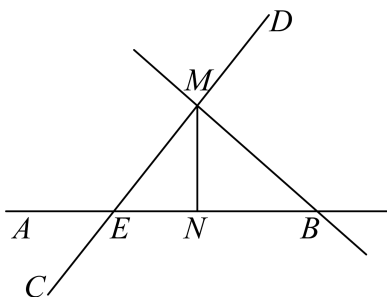
【解析】

【分析】根据对顶角相等的性质，延长 AO 、 BO 得到 $\angle AOB$ 的对顶角，测量出对顶角的度数，也就是 $\angle AOB$ 的度数.

【详解】延长 AO 到 C ，延长 BO 到 D ，然后测量 $\angle COD$ 的度数，根据对顶角相等， $\angle AOB = \angle DOC$ ；
故答案为：对顶角相等

【点睛】本题主要考查了对顶角相等的性质，属于基础题.

13. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 E ， $\angle AED = 130^\circ$ ，则直线 AB 、 CD 的夹角是____. 若 $BM \perp CD$ 于点 M ， $MN \perp AB$ 于点 N ，则线段_____的长度表示点 E 到直线 MB 的距离.



【答案】 ①. 50° ## 50度 ②. EM ## ME

【解析】

【分析】本题考查的是邻补角的含义，点到直线的距离，根据邻补角与点到直线的距离的含义可得答案.

【详解】解：直线 AB 、 CD 相交于点 E ， $\angle AED = 130^\circ$ ，则直线 AB 、 CD 的夹角是：

$$\angle DEB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ,$$

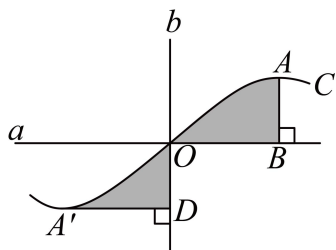
$\because BM \perp CD$ 于点 M ,

$\therefore$ 线段 EM 的长度表示点 E 到直线 MB 的距离.

故答案为： 50° ， EM

14. 如图，直线 a 、 b 垂直相交于点 O ，曲线 C 是关于点 O 的中心对称图形，点 A 的对称点是 A' ， $AB \perp a$ 于

点 B , $A'D \perp b$ 于点 D , 若 $OB = 10$, $OD = 6$, 则阴影部分的面积之和_____.



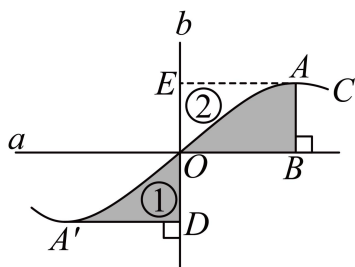
【答案】 60

【解析】

【分析】 本题考查了中心对称图形的概念, 理解中心对称的概念是解题的关键. 根据中心对称图形的概念, 以及长方形的面积公式即可解答. 中心对称图形: 在平面内, 把一个图形绕着某个点旋转 180° , 如果旋转后的图形能与原来的图形重合, 那么这个图形叫做中心对称图形.

【详解】 解: $\because$ 直线 a 、 b 垂直相交于点 O , 曲线 C 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对称点是点 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D , $OB = 10$, $OD = 6$,

$\therefore AB = 6$,



$\therefore$ 图形①与图形②面积相等,

$\therefore$ 阴影部分的面积之和 = 长方形 $ABOE$ 的面积 $= 10 \times 6 = 60$.

故答案为: 60.

15. 我们知道, “整式乘法”与“因式分解”是互逆的变化过程. 类似地, “几个分式相加”与“将一个分式化成几个分式之和的形式”也是互逆的变化过程. 例如, 将 $\frac{2x-1}{x^2-x}$ 分式分解:

$\frac{2x-1}{x^2-x} = \frac{2x-1}{x(x-1)} = \frac{x+x-1}{x(x-1)} = \frac{x}{x(x-1)} + \frac{x-1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$, 若 $\frac{5x-4}{mx^2-3x+1}$ 可以分式分解为

$\frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$ (其中 m 、 p 、 q 是常数). 则 $p = \underline{\hspace{1cm}}$, $q = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 ①. 1 ②. 3

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的乘法、二元一次方程组的解法及分式的运算, 熟练掌握整式的乘法、二元一次方程组的解法及分式的运算是解题的关键; 通过将分式分解后的形式通分, 比较分子系数, 建立方程组

求解即可.

【详解】解: 原分式分母为 $mx^2 - 3x + 1$, 分解后分母为 $(x-1)(2x-1) = 2x^2 - 3x + 1$, 故 $m = 2$,

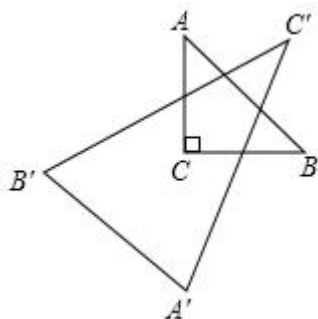
设 $\frac{5x-4}{2x^2-3x+1} = \frac{p}{x-1} + \frac{q}{2x-1}$, 通分得分子为 $p(2x-1) + q(x-1) = (2p+q)x + (-p-q)$,

与分子 $5x-4$ 比较系数, 得方程组:
$$\begin{cases} 2p+q=5 \\ -p-q=-4 \end{cases}$$

解得 $p=1$, $q=3$;

故答案为 1, 3.

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 A 关于 BC 边的对称点为 A' , 点 B 关于 AC 边的对称点为 B' , 点 C 关于 AB 边的对称点为 C' , $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积之比为_____.



【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】连接 CC' 并延长交 $A'B'$ 于 D , 连接 CB' , CA' , 依据 $AC = A'C$, $BC = B'C$, $\angle ACB = \angle A'CB'$, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C$, 进而得出 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C}$, 再根据 $CD = CE = EC'$, 可得 $S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{3} S_{\triangle A'B'C'}$, 进而得到 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle A'B'C'}$.

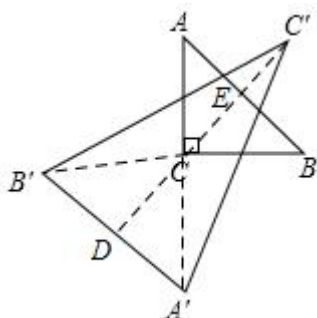
【详解】解: 如图, 连接 CC' 并延长交 $A'B'$ 于 D , 连接 CB' , CA' ,
 $\because$ 点 A 关于 BC 边的对称点为 A' , 点 B 关于 AC 边的对称点为 B' , 点 C 关于 AB 边的对称点为 C' ,
 $\therefore AC = A'C$, $BC = B'C$, $\angle ACB = \angle A'CB'$, AB 垂直平分 CC' ,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C$ (SAS),
 $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C}$, $\angle A = \angle A'B'C$, $AB = A'B'$,
 $\therefore AB \parallel A'B'$,
 $\therefore CD \perp A'B'$,
 $\therefore$ 根据全等三角形对应边上的高相等, 可得 $CD = CE$,
 $\therefore CD = CE = EC'$,

$$\therefore S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{3} S_{\triangle A'B'C'},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle A'B'C'},$$

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积之比为 $\frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.



【点睛】 本题考查的是轴对称的性质、三角形的面积及等积变换，解答此题的关键是熟知对称的性质：如果两个图形关于某直线对称，那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线.

三、解答题（第 17 题 8 分，第 18 题 10 分；第 19 题 6 分；第 20 题 8 分，第 21 题 9 分；第 22 题 8 分；第 23 题 10 分；共 59 分）

17. 计算:

$$(1) (-1)^{2025} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$(2) \frac{x^2 - 4}{x^2} \cdot \frac{1}{x + 2} + \left(1 - \frac{2}{x}\right)$$

【答案】 (1)

$$\frac{1}{8}$$

(2)

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的混合运算，分式的混合运算.

(1) 根据负整数指数幂，乘方，零次幂的性质化简，再计算即可；

(2) 先计算分式乘法，括号内的异分母分式的减法运算，再根据异分母分式的加法运算法则进行计算即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= -1 + \frac{9}{4} - 1 - \frac{1}{8} \\ &= \frac{1}{8};\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{(x+2)(x-2)}{x^2(x+2)} + \left(\frac{x}{x} - \frac{2}{x}\right) \\ &= \frac{(x+2)(x-2)}{x^2(x+2)} + \frac{x-2}{x} \\ &= \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-2}{x} \\ &= \frac{x-2}{x^2} + \frac{x^2-2x}{x^2} \\ &= \frac{x^2-x-2}{x^2}.\end{aligned}$$

18. 解分式方程:

$$\begin{aligned}(1) \quad & \frac{2-x}{x-3} + 2 = \frac{1}{3-x} \\ (2) \quad & \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-x-2} = \frac{2}{x+1}\end{aligned}$$

【答案】(1) 原方程无解

$$(2) \quad x = 1$$

【解析】

【分析】 本题主要考查解分式方程，熟练掌握解分式方程的解法是解答本题的关键.

(1) 通过变形和通分求解，求解整式方程并检验；

(2) 因式分解分母后通分，求解整式方程并检验.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{2-x}{x-3} + 2 = \frac{1}{3-x},$$

$$2-x+2(x-3)=-1,$$

解这个整式方程得: $x=3$,

检验: 当 $x=3$ 时, 分母 $x-3=0$, 原方程无意义

$\therefore x=3$ 是增根, 原方程无解

【小问 2 详解】

解: $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-x-2} = \frac{2}{x+1}$

$$\frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x+1)(x-2)} = \frac{2}{x+1},$$

$$(x+1) - 4 = 2(x-2),$$

解得, $x=1$,

检验: 当 $x=1$ 时, $x-2=-1 \neq 0$, $x+1=2 \neq 0$, 原方程有意义

$\therefore x=1$ 是原方程的根

19. 下面是小明同学在作业计算 $a - \frac{4}{2-a} + 2$ 的过程, 请仔细阅读后解答下列问题:

小明的作业

$$a - \frac{4}{2-a} + 2$$

$$= a + 2 - \frac{4}{2-a} \quad \text{第一步}$$

$$= (2+a)(2-a) - 4 \quad \text{第二步}$$

$$= 4 - a^2 - 4 \quad \text{第三步}$$

$$= -a^2 \quad \text{第四步}$$

(1) 小明的作业是从第_____步开始出现错误的, 错误的原因是_____;

(2) 已知 $a^2 + a = 2$, 求 $a - \frac{4}{2-a} + 2$ 的值.

【答案】(1) 二; 漏掉了分母

(2) -1

【解析】

【分析】(1) 从第二步开始出现错误, 错误的原因是通分漏了分母.

(2) 根据分式的运算, 化简代入求值计算即可,

本题考查了分式的化简, 熟练掌握分式的基本性质, 化简的基本技能是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: 根据题意, 得第二步出现错误, 漏了分母,

故答案为: 二; 漏掉了分母.

【小问2 详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & a - \frac{4}{2-a} + 2 \\
 &= a + 2 - \frac{4}{2-a} \\
 &= \frac{(2+a)(2-a)-4}{2-a} \\
 &= \frac{4-a^2-4}{2-a} \\
 &= -\frac{a^2}{2-a},
 \end{aligned}$$

由 $a^2 + a = 2$ 得 $a^2 = 2 - a$

$$\text{故原式} = -\frac{2-a}{2-a} = -1.$$

20. 如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , OE 把 $\angle AOC$ 分成两部分, 且 $\angle AOE : \angle COE = 2 : 3$, OF 平分 $\angle BOE$.

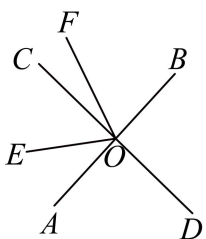


图1

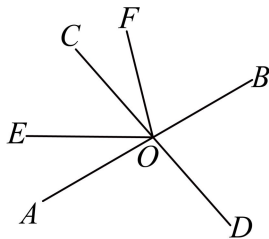


图2

- (1) 如图 1, 如果 $AB \perp CD$, 求 $\angle BOF$ 的度数;
 (2) 如图 2, 如果 $\angle BOF = \angle AOC + 12^\circ$, 则 $\angle BOF$ 的度数为_____.

【答案】(1) $\angle BOF = 72^\circ$

(2) 77°

【解析】

【分析】 本题考查的是角的和差运算, 角平分线的定义.

(1) 求解 $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$, $\angle AOE = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$, $\angle COE = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$, 结合角平分线的定义进一步求解即可.

(2) 设 $\angle AOC = x^\circ$, 可得 $\angle AOE = \frac{2}{5} \angle AOC = \frac{2}{5} x^\circ$, $\angle COE = \frac{3}{5} \angle AOC = \frac{3}{5} x^\circ$,

$\angle BOF = \angle EOF = \frac{1}{2}\angle BOE$, $\angle BOF = \angle AOC + 12^\circ = x^\circ + 12^\circ$, 进一步列方程求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because AB \perp CD$,

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOE : \angle COE = 2 : 3,$$

$$\therefore \angle AOE = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ, \quad \angle COE = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ + 54^\circ = 144^\circ,$$

$$\because OF \text{ 平分 } \angle BOE,$$

$$\therefore \angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOE = 72^\circ.$$

【小问 2 详解】

解: 设 $\angle AOC = x^\circ$,

$$\because \angle AOE : \angle COE = 2 : 3, \quad OF \text{ 平分 } \angle BOE,$$

$$\therefore \angle AOE = \frac{2}{5} \angle AOC = \frac{2}{5} x^\circ, \quad \angle COE = \frac{3}{5} \angle AOC = \frac{3}{5} x^\circ, \quad \angle BOF = \angle EOF = \frac{1}{2} \angle BOE,$$

$$\because \angle BOF = \angle AOC + 12^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = \angle AOC + 12^\circ = x^\circ + 12^\circ,$$

$$\because \angle BOE + \angle AOE = 180^\circ,$$

$$\therefore 2(x + 12) + \frac{2}{5}x = 180,$$

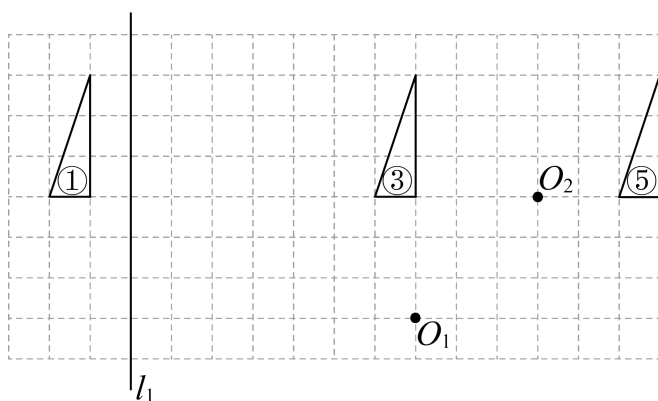
解得: $x = 65$,

$$\therefore \angle AOE = \frac{2}{5} \times 65^\circ = 26^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = 180^\circ - 26^\circ = 154^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = \frac{1}{2} \times 154^\circ = 77^\circ.$$

21. 平移、旋转和轴对称是图形运动的基本形式. 图中的三角形①、③、⑤的顶点都在边长为 1 个单位长度的正方形网格点上.



- (1) 如图，三角形③可以看成由三角形①经过一次_____得到（填“平移”“旋转”或“翻折”）；也可以看作由三角形①先沿直线 l_1 翻折得到三角形②，再由三角形②沿直线 l_2 翻折得到三角形③，请在网格中作出三角形②和直线 l_2 。
- (2) 通过问题（1），我们可以发现：图形的一次平移可以通过_____来实现。
- (3) 基于问题（2）的发现，于是聪明的你提出一个猜想：图形的一次平移能否通过两次旋转实现？例如：三角形⑤可以看成由三角形③经过一次平移得到；也可以看作三角形③先绕着点 O_1 _____（填“顺”或“逆”）时针旋转_____，得到三角形④；再将三角形④绕着点 O_2 _____（填“顺”或“逆”）时针旋转_____，得到三角形⑤。完成以上填空并在网格中作出三角形④。

【答案】（1）平移，画图见解析

（2）两次轴对称 （3）顺， 90° ，逆， 90° ，画图见解析

【解析】

【分析】 本题考查的是平移，轴对称，旋转的性质与画图。

（1）根据平移与轴对称的性质进行解答与画图。

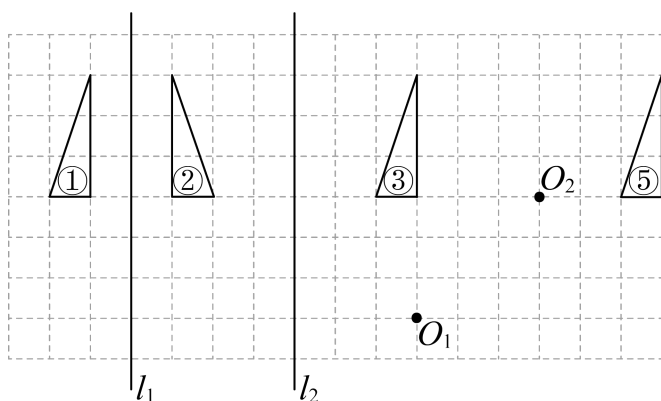
（2）根据轴对称的性质解答即可。

（3）根据旋转的性质进行解答与画图即可。

【小问1详解】

解：如图，三角形③可以看成由三角形①经过一次平移得到；

三角形①先沿直线 l_1 翻折得到三角形②，再由三角形②沿直线 l_2 翻折得到三角形③，画图如下：



故答案为：平移；

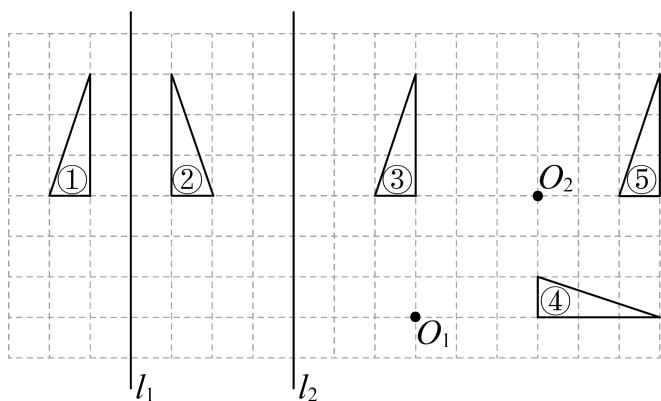
【小问 2 详解】

解：通过问题（1），我们可以发现：图形的一次平移可以通过两次轴对称来实现，

故答案为：两次轴对称；

【小问 3 详解】

解：如图，三角形⑤可以看成由三角形③经过一次平移得到；也可以看作三角形③先绕着点 O_1 顺时针旋转 90° ，得到三角形④；再将三角形④绕着点 O_2 逆时针旋转 90° ，得到三角形⑤。画图如下：



故答案为：顺， 90° ， 逆， 90° 。

22. 某市为了做好“全国文明城市”验收工作，计划对市区 S 米长的道路进行改造，现安排甲、乙两个工程队进行施工。

（1）已知甲工程队改造 360 米的道路与乙工程队改造 300 米的道路所用时间相同。若甲工程队每天比乙工程队多改造 30 米，求甲、乙两工程队每天改造道路的长度各是多少米。

（2）若甲工程队每天可以改造 a 米道路，乙工程队每天可以改造 b 米道路，（其中 $a \neq b$ ）。现在有两种施工改造方案：

方案一：前 $\frac{1}{2}S$ 米的道路由甲工程队改造，后 $\frac{1}{2}S$ 米的道路由乙工程队改造；

方案二：完成整个道路改造前一半时间由甲工程队改造，后一半时间由乙工程队改造。

根据上述描述，请你判断哪种改造方案所用时间少？并说明理由。

【答案】 (1) 甲工程队每天道路的长度为 180 米，乙工程队每天道路的长度为 150 米；(2) 方案二所用的时间少

【解析】

【分析】 (1) 设乙工程队每天道路的长度为 x 米，根据“甲工程队改造 360 米的道路与乙工程队改造 300 米的道路所用时间相同”，列出分式方程，即可求解；

(2) 根据题意，分别表示出两种方案所用的时间，再作差比较大小，即可得到结论。

【详解】 (1) 设乙工程队每天道路的长度为 x 米，则甲工程队每天道路的长度为 $(x+30)$ 米，

根据题意，得：
$$\frac{360}{x+30} = \frac{300}{x},$$

解得： $x=150$ ，

检验，当 $x=150$ 时， $x(x+30) \neq 0$ ，

$\therefore$ 原分式方程的解为： $x=150$ ，

$x+30=180$ ，

答：甲工程队每天道路的长度为 180 米，乙工程队每天道路的长度为 150 米；

(2) 设方案一所用时间为：
$$t_1 = \frac{\frac{1}{2}s}{a} + \frac{\frac{1}{2}s}{b} = \frac{(a+b)s}{2ab},$$

方案二所用时间为 t_2 ，则 $\frac{1}{2}t_2a + \frac{1}{2}t_2b = s$ ， $t_2 = \frac{2s}{a+b}$ ，

$\therefore \frac{a+b}{2ab}S - \frac{2}{a+b}S = \frac{(a-b)^2}{2ab(a+b)}S$ ，

$\because a \neq b$ ， $a > 0$ ， $b > 0$ ，

$\therefore (a-b)^2 > 0$ ，

$\therefore \frac{a+b}{2ab}S - \frac{2}{a+b}S > 0$ ，即： $t_1 > t_2$ ，

$\therefore$ 方案二所用的时间少。

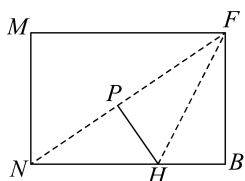
【点睛】 本题主要考查分式方程的实际应用以及分式的减法法则，找出等量关系，列分式方程，掌握分式的通分，是解题的关键。

23. 长方形纸片中的数学问题：

有一组兴趣小组的学生在积极探究长方形纸片中（对边相等）的数学问题。通过折纸或者裁纸，进行了如下的探究：

【探究一】:

如图, 将一张长方形纸片 $EFMN$ (其中 $EF = 3$, $EN = 4$) 沿虚线 FH 翻折, 点 E 正好落在对角线 FN 上点 P 处, 连接 PH , 已知 $FN = 5$, 求 EH 的长.



【探究二】:

如图, 为了将一张长方形纸片 $EFMN$ (其中, $MN = EF = a$, $EN = FM = b$) 拼接成新的图形 (其中, $b > a$), 我们进行如下的操作:

- ①先将纸片沿虚线 FH 剪开 (图 1);
- ②然后将直角梯形部分沿所剪的方向向下平移一段距离, 并将直角梯形沿虚线剪开 (图 2);
- ③再将剪得的四边形部分沿第一次所剪的方向向上平移 (图 3);
- ④得到新的图形 $ABCDEF$ (图 4)

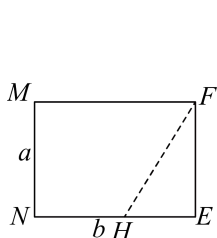


图1

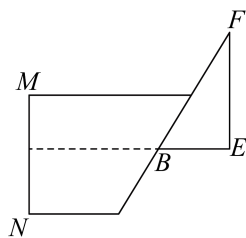


图2

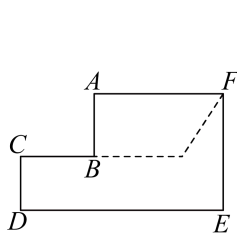


图3

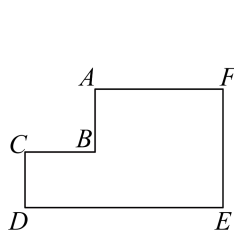


图4

(1) 新图形 $ABCDEF$ 的面积为 _____, 线段 EH (图 2) 和线段 BC (图 3) 有怎样的数量关系:

_____.

(2) 在图 4 中延长 AB 交 DE 于点 G , 如果 $AF = a$, 四边形 $BCDG$ 是一个长方形, 其中 $BC = 2m$ 、 $CD = m$.

- (I) 用两个不同的代数式表示线段 AB 的长;
- (II) 如果 $m = \frac{1}{2}a$, 求 a 与 b 之间的数量关系.

【答案】【探究一】: $\frac{3}{2}$; 【探究二】: (1) ab , $BC = EH$; (2) (I) $a - m$ 或 $\frac{2m^2 - bm + am}{b - a}$, (II) $b = \frac{3}{2}a$

【解析】

【分析】探究一: 设 $EH = PH = x$, 则 $NH = 4 - x$, 再结合长方形的性质与勾股定理计算即可.

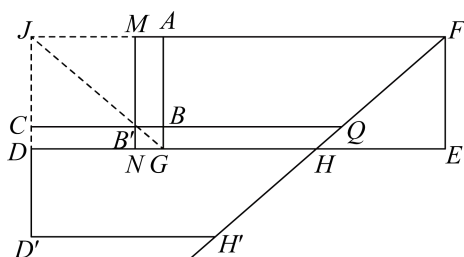
探究二: (1) 如图, 补全图形, 记 FH 与 CB 的交点为 Q , MN 与 CQ 的交点为 B' , 延长 AB 交 EN 于 G ,

(2) (I) 如图, 表示 $BC = DG = 2m$, $CD = BG = m$, $AF = GE = b$, $MN = AG = a$, 可得 $AB = AG - BG = a - m$, $AM = BB' = GN = MF - AF = b - a$, $B'C = BC - BB' = 2m - b + a$, 利用四边形 $CDNB'$ 的面积 = 四边形 $ABB'M$ 的面积, 可得 $AB = \frac{2m^2 - bm + am}{b - a}$.

【详解】解：探究一：

$$\begin{aligned} \therefore \angle FEN = 90^\circ, \quad FE = FP = 3, \quad EH = PH, \quad \angle FPH = \angle FEH = 90^\circ, \\ \therefore PN = FN - FP = 2, \quad \angle NPH = 90^\circ, \end{aligned}$$
$$\therefore (4-x)^2 = x^2 + 2^2,$$
$$\therefore EH = \frac{3}{2}.$$

(1) 如图, 补全图形.



由长方形的中心对称的性质可得:

第 18页/共 20页

练的利用数形结合的方法解题是关键.